



普通高等院校“十二五”规划教材

控制工程基础

Introduction to
Control
Engineering

席剑辉 王艳辉 刘 洋 王 昱 编著
张庆新 主审



國防工業出版社

National Defense Industry Press

内 容 简 介

本书围绕经典控制理论内容展开,按照系统数学模型、系统分析方法和系统校正三个部分介绍自动控制系统的基本概念、原理和分析方法。内容主要包括线性连续系统的时域和频域控制理论,如建立数学模型、稳定性分析、动稳态性能分析及校正设计方法等。另外也介绍了非线性系统的基本分析方法。本书着重介绍了控制系统基本分析、设计方法,列举了较多的例题,习题基本附有答案,以方便学生自学。

本书可以作为高等学校机械、材料、航空宇航等非控制类专业本科生的教材,也可供相关工程技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

控制工程基础/席剑辉等编著. —北京:国防工业出版社,2012.5

普通高等院校“十二五”规划教材
ISBN 978-7-118-08040-7

I. ①控... II. ①席... III. ①自动控制理论—高等学校—教材 IV. ①TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 075878 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

三河市鑫马印刷厂

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 14½ 字数 332 千字

2012 年 5 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 29.90 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

自动控制技术从产生至今已有一百多年的时间,无论在理论还是应用方面都取得了巨大的发展,并向各个社会领域渗透。控制理论已经逐渐成为工科院校相关学科的专业基础,具有十分重要的地位。控制工程基础作为一门学科基础课,主要针对机械、航空宇航、热能与动力、材料等非控制类工科专业本科学生而设置,旨在令学生较深入地理解围绕自动控制系统设计所涉及的基本知识框架,包括:

(1) 系统数学模型。介绍微分方程、传递函数、频率特性等数学模型的概念及描述形式,以及模型之间的相互转换。

(2) 系统性能分析。介绍3种经典的动静态性能分析方法,即时域分析、频域分析和根轨迹分析,以及相应的性能指标,重点是稳定性分析。

(3) 系统校正。基于性能指标要求,改变系统结构或参数,改善系统性能的方法。

本书在教材内容如例题等方面力求满足各个专业的共性要求,又能适当体现不同专业的特点。全书共分7章:第1、2、6章由席剑辉编写,同时她还负责全书的统稿工作;第3章由王艳辉编写;第4、7章由刘洋编写;第5章由王昱编写;全书由张庆新主审。本书形成过程中,得到卢艳军、陈侠、曲晓光、蒋丽英等老师的帮助,提出了很多宝贵的意见,在此谨表谢意。同时也向对我们的编写工作给予帮助的人们表示诚挚的谢意!

由于时间和精力有限,书中难免有错误和不足之处,敬请广大读者谅解并予以指正,我们将不胜感激!

编 者

2012年5月

目 录

第1章 绪论	1
引言	1
1.1 自动控制理论的产生和基本概念	1
1.1.1 开环控制和闭环控制	1
1.1.2 闭环控制系统的典型组成和基本概念	3
1.2 控制理论的发展历史及其在工程中的应用	4
1.3 自动控制系统的基本类型	7
1.4 本书主要内容及章节安排	7
思考题	8
第2章 控制系统的数学描述	9
引言	9
2.1 控制系统的微分方程描述	9
2.1.1 建立微分方程	9
2.1.2 非线性系统的线性化	13
2.2 拉普拉斯变换及反变换	15
2.2.1 拉普拉斯变换的定义	15
2.2.2 拉普拉斯变换的性质及其应用	17
2.2.3 拉普拉斯反变换	19
2.2.4 利用拉普拉斯反变换求解线性微分方程	22
2.3 控制系统的传递函数描述	23
2.3.1 传递函数的定义	23
2.3.2 典型环节传递函数	24
2.4 控制系统的动态结构框图	27
2.4.1 动态结构框图的组成及建立	27
2.4.2 动态结构框图的等效变换及简化	30
2.4.3 用梅逊公式求系统的传递函数	33
2.5 控制系统的信号流图	34
2.6 状态空间方程基本概念	34
本章小结	36
思考题	36

习题	37
第3章 控制系统的时域分析	43
引言	43
3.1 时域分析有关概念	43
3.1.1 时域分析常用的方法	43
3.1.2 控制系统有关的概念	44
3.1.3 典型输入信号	45
3.1.4 控制系统的时域响应及性能指标	47
3.2 稳定性分析	49
3.2.1 稳定的概念及稳定的充分必要条件	49
3.2.2 代数稳定性判据	50
3.3 一阶系统的时域分析	60
3.3.1 一阶系统的单位阶跃响应	60
3.3.2 一阶系统的单位斜坡响应	61
3.3.3 一阶系统的单位脉冲响应	62
3.4 二阶系统时域分析	63
3.4.1 二阶系统的单位阶跃响应	64
3.4.2 二阶系统的单位脉冲响应	67
3.4.3 二阶系统的单位斜坡响应	69
3.4.4 二阶系统时域性能指标	70
3.5 高阶系统的时域分析	77
3.5.1 高阶系统的单位阶跃响应	77
3.5.2 利用主导极点和偶极子对高阶系统进行降阶处理	78
3.6 系统的稳态误差的计算	79
3.6.1 误差有关的概念	80
3.6.2 输入引起的稳态误差的计算	81
3.6.3 干扰引起的稳态误差的计算	86
3.6.4 提高控制系统的精度的措施	89
本章小结	91
思考题	92
习题	92
第4章 根轨迹法	99
引言	99
4.1 根轨迹法的基本概念	99
4.1.1 根轨迹	99
4.1.2 根轨迹方程	100
4.2 绘制根轨迹的基本法则	102
4.3 广义根轨迹	112
4.3.1 参变量根轨迹	112

4.3.2	0°根轨迹	116
4.4	利用根轨迹分析系统性能	118
4.4.1	闭环零极点分布与阶跃响应的关系	118
4.4.2	利用根轨迹法分析系统	121
本章小结		124
思考题		124
习题		125
第5章	控制系统的频域分析	130
引言		130
5.1	频率特性的概念及表示方法	130
5.1.1	频率特性的定义	130
5.1.2	频率特性的求取方法	132
5.1.3	频率特性的表示方法	133
5.2	极坐标图	135
5.2.1	极坐标图的定义及画法	135
5.2.2	典型环节的极坐标图	136
5.2.3	奈奎斯特图的大致规律	140
5.3	对数坐标图	142
5.3.1	对数坐标图的定义及画法	143
5.3.2	典型环节的对数坐标图	144
5.3.3	一般系统伯德图的作图方法	148
5.3.4	最小相位系统与非最小相位系统	151
5.3.5	由对数幅频特性曲线求取最小相位系统传递函数	152
5.4	奈奎斯特稳定性判据	154
5.4.1	米哈伊洛夫定理	154
5.4.2	奈奎斯特稳定性判据第一种表述形式	157
5.4.3	奈奎斯特稳定性判据第二种表述形式	162
5.4.4	奈奎斯特稳定性判据第三种表述形式——全频率 奈奎斯特稳定性判据	163
5.5	控制系统的稳定裕量	165
本章小结		168
思考题		169
习题		169
第6章	控制系统的综合与校正	175
引言		175
6.1	控制系统校正的概念	175
6.2	串联校正	176
6.2.1	串联超前校正	176
6.2.2	串联滞后校正	178

6.2.3 滞后—超前校正	180
6.2.4 串联校正与 PID 调节器	181
6.3 反馈校正	182
6.3.1 反馈校正的基本原理	182
6.3.2 反馈校正的功能	183
本章小结	185
思考题	185
习题	185
第 7 章 非线性系统	189
引言	189
7.1 典型的非线性特性	189
7.2 相平面法	191
7.2.1 相平面法的基本概念	191
7.2.2 相轨迹的作法	191
7.2.3 奇点和极限环	193
7.2.4 非线性系统相轨迹分析	197
7.3 描述函数法	200
7.3.1 描述函数的定义	200
7.3.2 典型非线性环节的描述函数	201
7.3.3 描述函数法分析非线性系统	205
本章小结	209
思考题	209
习题	209
部分习题答案	213
参考文献	223

第 1 章 绪 论

引 言

所谓自动控制,就是在没有人直接参与的情况下,使被控对象的某些物理量准确地按照预期规律变化。从 19 世纪初控制论思想产生开始,控制理论已经得到巨大发展并被广泛应用在军事、工业、农业、交通运输、航天、医疗等领域,极大地提高了社会的劳动生产率,推动了社会进步。本书主要围绕自动控制理论中得到广泛应用的经典控制论,介绍该理论在工程中的应用发展,包括自动控制系统数学模型的建立,系统动、稳态性能的时域、频域分析方法,系统校正及非线性系统的典型分析方法等。本章是全书内容的基础和背景介绍,是对自动控制系统的基本组成、概念、发展历史、现状和方向等较为全面的介绍。

1.1 自动控制理论的产生和基本概念

自动控制技术最初产生于 18 世纪 60 年代,俄国人波尔祖诺夫于 1765 年发明了控制锅炉水位的自动装置,用浮筒与杠杆操纵蒸汽锅炉的进水阀门以调节锅炉水位;英国人瓦特(J. Watt)于 1768 年发明了飞球调速器,利用蒸汽机飞轮带动的金属飞球的离心力操纵蒸汽机的进汽阀门以控制蒸汽机的转速,对当时的社会进步产生了巨大的影响。以离心式调速器为背景,1868 年,物理学家麦克斯韦(J. C. Maxwell)研究反馈系统的稳定性问题,发表论文《论调速器》,这是控制理论最早的成果论文。随后,源自物理学和数学的自动控制理论开始逐步形成。到了 20 世纪初,美国数学家维纳(N. Wiener)在研究火炮自动控制的过程中,将火炮自动跟踪射击飞机的动作与人狩猎的行为作了对比,提炼出控制理论中最为基本的“反馈”概念;首次提出准确控制的方法,可以把运动的结果所决定的量作为信息再反馈回控制仪器中,这就是著名的负反馈概念。火炮自动控制的研制获得成功是控制论萌芽的重要实物标志。1948 年,维纳所著《控制论》出版,标志自动控制学科的正式诞生。

1.1.1 开环控制和闭环控制

自动控制系统是为实现某一控制目标所需要的所有物理部件的有机组合体。被控制的设备或过程称为被控对象;被控制的物理量称为被控量或系统输出量;决定被控量的物理量被称为控制量或给定量;妨碍控制量对被控量进行正常控制的所有因素称为扰动量。给定和扰动都可以看作自动控制系统的输入。如图 1.1.1(a)所示为一恒温控制系统,可以通过调整变压器滑动端的位置,改变加热温度,使其恒定不变,被控量为温度。

图 1.1.1(b)为该温度控制系统的结构框图。可以看出,系统只有输入量对输出量的控制,输出量没有参与到控制过程,这是典型的开环控制结构。当出现扰动时,输入给定

与实际输出之间的对应关系将被改变,温度不再恒定。也就是说开环控制系统缺乏抗干扰的能力。因此开环控制系统适用于控制精度要求不高的应用场合。

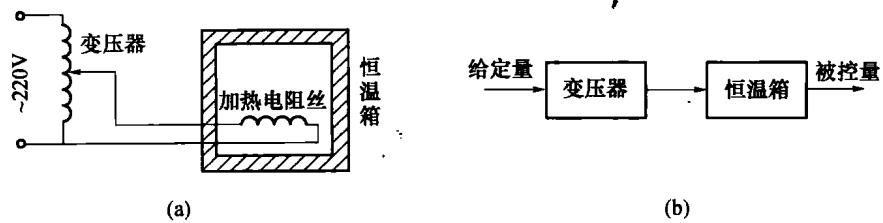


图 1.1.1 开环恒温控制系统
(a) 恒温控制;(b) 控制结构框图。

在上述系统中加入人工干预过程,首先采用测量元件如温度计等测出恒温箱温度,通过人眼观测得到实际温度值。然后,人脑对给定温度与实际温度进行比较,得出二者偏差。如果实际温度低于给定温度,人手调节使变压器滑动端移动,增大加热电阻丝电流,温度升高;反之,如果实际温度高于给定温度,则调节变压器滑动端使加热电阻丝电流减小,温度降低。人工干预的结果是可以根据观测系统当前输出,计算给定值与实际值的偏差,从而产生控制过程以减小该偏差。

在人工控制系统中,将人眼、人脑和人手的功能用相应的仪器、设备或算法代替,将人解放出来,一个人工调节系统就变成自动控制系统了。如图 1.1.2(a)所示为上述恒温控制的自动控制系统。采用热电偶代替人眼测量温度,并且转换成对应的电压信号 u_f ,也称反馈信号。 u_f 被传递回来与给定量 u_g 比较,得到偏差信号 $\Delta u = u_g - u_f$ 。随后, Δu 经过电压、功率等放大后,驱动代替人手功能的执行电动机正转或反转,拖动变压器触头以增大

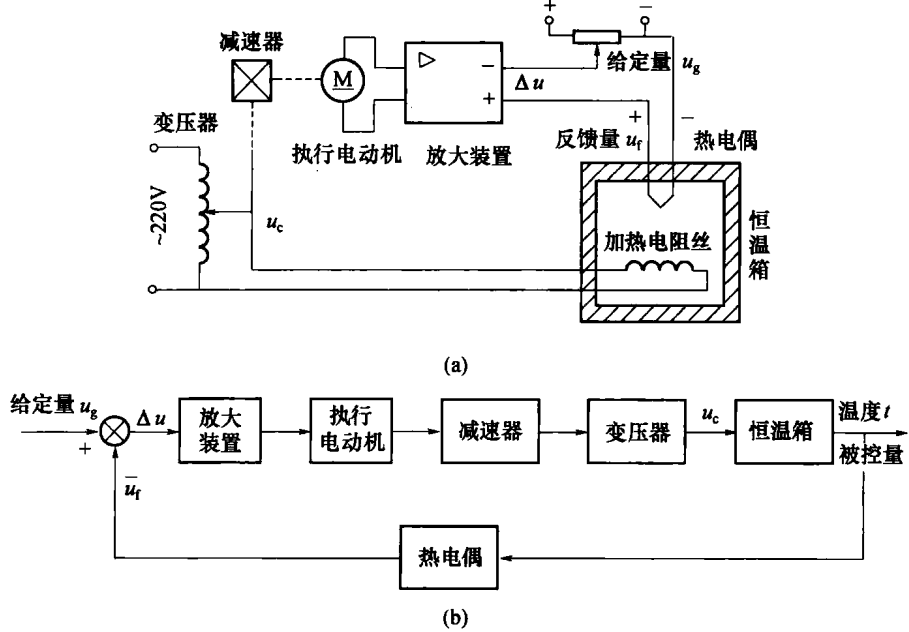


图 1.1.2 闭环恒温控制系统
(a) 闭环恒温控制;(b) 控制结构框图。

或减少控制信号 u_c 。当实际温度偏低 $\Delta u > 0$ 时,则增大 u_c ,增大加热电流;当实际温度偏高 $\Delta u < 0$ 时,则反向拖动变压器触头,减小加热电流。也就是说该系统可以根据偏差进行控制升高或降低恒温箱温度,以减小偏差。图 1.1.2(b) 为该系统的控制结构框图,符号 $\otimes$ 表示比较环节,箭头代表信号传递的方向。这种将输出量直接或间接地反馈到输入端形成闭环,使输出量能够参与系统的控制,称为闭环控制系统,又称反馈控制系统。

由前面分析,闭环控制系统的结构特点是当被控量偏离给定值出现偏差时,系统必定会产生一个相应的控制作用去减小或消除这个偏差,使被控量和给定值趋于一致。所以闭环系统表现出比开环系统良好的抗干扰能力,具有较高的控制精度。

1.1.2 闭环控制系统的典型组成和基本概念

典型的闭环控制系统的基本组成如图 1.1.3 所示,分为被控对象和控制装置两大部分。在不同的系统中,控制装置包含的基本元件有所不同,按照功能可以分成以下几类。

(1) 测量元件,检测被控量并将其转换成需要的物理量形式。例如,测速发电机测量电动机转速,并转换成对应的电压信号传递回输入端;自整角机测量角位移并转换成电压信号;热电偶测量温度,转换为电压信号。

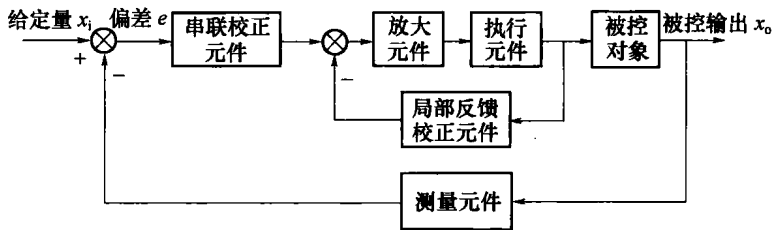


图 1.1.3 典型闭环控制系统基本组成

(2) 比较元件,将检测环节反馈回来的信号与给定量进行比较,确定两者之间的偏差。电压信号的比较通常可以通过电路实现,其他常用的比较元件有差动放大器、机械差动装置、自整角机等。

(3) 放大元件,比较得到的偏差量通常较小,功率不够,不能直接作用于执行机构,需要经过放大环节。例如可采用集成电路、晶闸管、全控型开关器件等组成放大电路对电压偏差信号加以放大。

(4) 执行元件,直接作用于被控对象,使被控量按照期望发生变化。常用执行元件有阀、电动机等。

(5) 校正元件,是人为加入系统的可以直接调整结构或参数的元件。接入系统的方式有串联、反馈等,目的是改善系统的各项性能。

图 1.1.3 中,信号从输入端沿着箭头方向到达输出端的传输通路称为前向通道。系统输出经测量元件反馈到输入端的传输通路称为反馈通道。反馈通道传递到比较点处“+”号表示正反馈,“-”号表示负反馈。前向通道和反馈通道共同构成主回路。此外还有局部反馈通道及其与前向通道组成的内回路。

1.2 控制理论的发展历史及其在工程中的应用

从1868年麦克斯韦发表控制理论的第一篇论文《论调速器》开始,至今已有一百多年的时间,自动控制系统在理论和应用方面都取得了巨大的发展,并向各个社会领域渗透,推动了社会技术的进步。根据各时期的主要研究内容,控制理论的发展主要可以分为3个阶段。

从控制技术产生到20世纪50年代末为经典控制论的成熟和发展期。所谓经典控制论是采用传递函数描述系统数学模型,在频率域对单输入单输出系统进行分析 and 设计的理论问题研究。常用方法有频率特性分析、根轨迹、描述函数等,研究系统的稳定性、动态性能、稳态性能等。20世纪60年代为局部自动化时期。航空航天领域对运载火箭、人造卫星、导弹、飞机等各类飞行器进行精确控制的需求导致了现代控制论的形成和发展。与经典控制论不同,现代控制论中的数学模型描述主要采用状态空间方程,研究多输入多输出系统、时变系统、非线性系统等的控制和设计问题。20世纪70年代末至今为综合自动化时期,控制系统越来越复杂,控制要求也越来越高,促进了智能控制、复杂控制、大系统控制等先进控制理论的发展。

1954年,我国科学家钱学森出版了英文专著《工程控制论》,书中全面阐述了工程技术方面的自动控制和自动调节理论,探讨了控制学科的前进方向。控制理论从产生初期就已经在工程领域成功应用,一方面能提高劳动生产率和工程质量,另一方面伴随着相关学科的发展,控制理论自身也不断进步。

例 1.2.1 转速控制系统。转速控制是电动机控制研究的重要组成部分。瓦特的飞球调速器是最初的自动调节系统,其基本原理如图1.2.1所示。调速器的轴可以通过机械传动装置与蒸汽机相连,其转速体现蒸汽机的实际转速。飞球旋转产生的离心力带动阀门上下移动,从而控制蒸汽的流量根据当前转速偏差增大或减少,使蒸汽机能够达到期望转速。蒸汽机是机器化大工业时代中最主要的原动机,据估计,1868年时,仅英国本土就有75000台采用飞球调速器的蒸汽机在运行,可见自动控制技术对当时工业生产的推动作用。

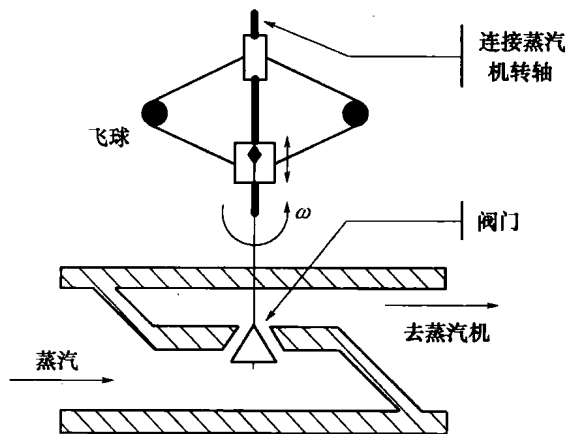


图 1.2.1 飞球调速器原理图

例 1.2.2 液位控制系统。在工业过程控制领域,液位控制是常见的控制问题之一,广泛应用于远程供水、蒸汽锅炉汽包水位控制、企业或家庭用水的水塔水位控制等场合。图 1.2.2(a)为浮子式液位恒定控制系统的原理图。如图所示,被控量为水位高度 h ,浮子为测量元件,可以测出当前水位高低。通过浮子所连电位器可以将实际水位与参考水位(零电位)比较,得出偏差的大小和方向。与偏差成正比的电压加在电动机上,驱动电动机旋转并通过传动装置带动进水阀门打开或关闭,控制入水量 Q_i ,最终保持液位恒定。

图 1.2.2(b)为该液位恒定系统的结构框图。前馈通道包括比较放大环节,电动机、减速器、阀门等组成的执行环节,被控对象水箱;反馈通道由测量元件浮子构成。前馈和反馈通道共同形成一个闭环系统。

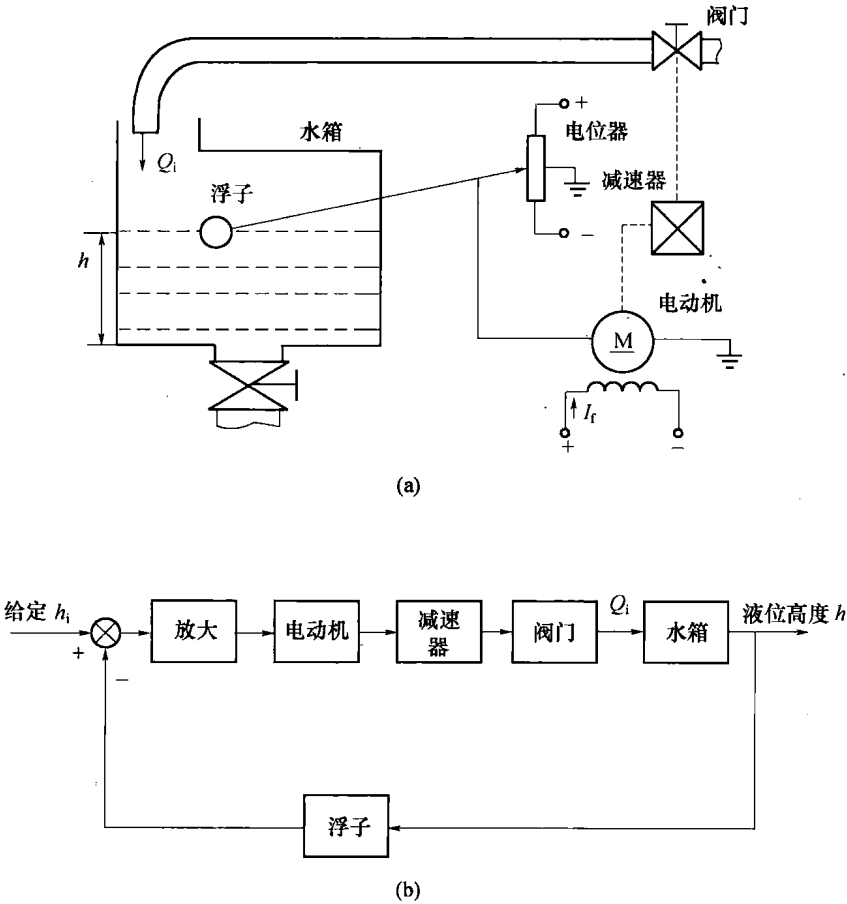


图 1.2.2 浮子式液位恒定控制系统

(a) 浮子式液位恒定控制原理图;(b) 浮子式液位恒定控制结构框图。

例 1.2.3 自动驾驶仪。在航空航天领域,最初为了减轻驾驶员长期驾驶的疲劳,在 20 世纪 30 年代,出现了自动驾驶仪,其功能是保持或改变飞机飞行状态的自动装置,辅助驾驶员操纵飞机。随后这项技术被应用于无人机、各类导弹等飞行器上,军事需求已成为推动该项技术发展的主要动力。图 1.2.3(a)为飞机的自动驾驶仪的俯仰角稳定控制原理图,系统由敏感元件、计算机和伺服机构组成。

飞行员操纵飞机是根据当前飞行姿态,通过控制飞机的 3 个操纵面(升降舵、方向舵、副翼)的偏转,改变舵面的空气动力特性,以形成围绕飞机质心的旋转力矩,从而改变飞机的飞行姿态和轨迹。自动驾驶仪完全模仿该操纵过程,当飞机偏离原有姿态时,敏感元件检测变化,计算机算出修正舵偏量,伺服机构将舵面操纵到所需位置。图 1.2.3(a)中,敏感元件是垂直陀螺仪,用以测量飞机的俯仰角。当飞机以给定俯仰角水平飞行时,陀螺仪电位器没有电压输出;如果飞机受到扰动,使俯仰角向下偏离期望值,陀螺仪电位器输出与俯仰角偏差成正比的信号,经放大器放大后驱动舵机。一方面推动升降舵面向上偏转,产生使飞机抬头的转矩,以减小俯仰角偏差;同时带动反馈电位器滑臂,输出与舵偏角成正比的电压信号并反馈到输入端。随着俯仰角偏差的减小,陀螺仪电位器输出的偏差信号越来越小,舵偏角也随之减小,直到俯仰角回到期望值,舵面也恢复到原来状态。

控制结构如图 1.2.3(b)所示,飞机是被控对象,俯仰角是被控量,放大器、舵机、垂直陀螺仪、反馈电位计等组成控制装置,即自动驾驶仪。参考量是给定的常值俯仰角,控制系统的任务就是在任何扰动(如阵风或气流冲击)作用下,始终保持飞机以给定俯仰角飞行。

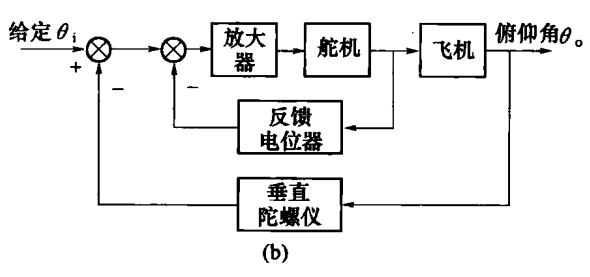
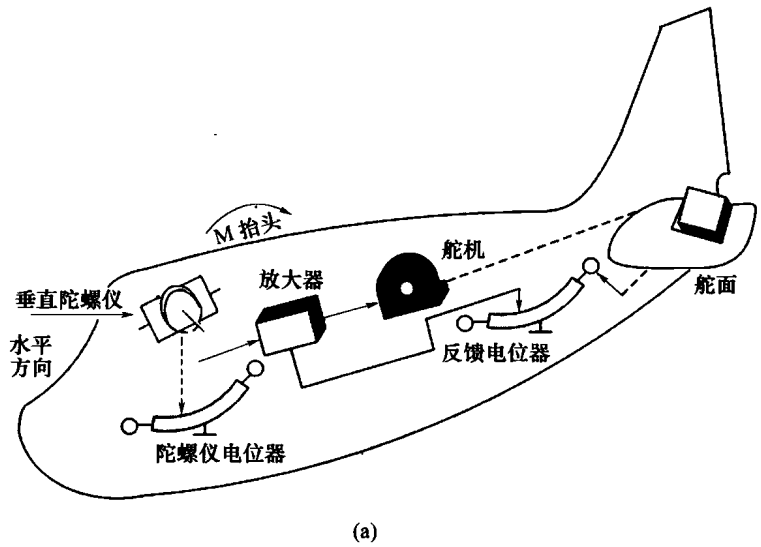


图 1.2.3 俯仰角稳定控制系统
(a) 俯仰角稳定控制原理图;(b) 俯仰角稳定控制结构框图。

1.3 自动控制系统的基本类型

自动控制系统根据信号处理技术、被控对象等的不同可以分为不同的类别,常用的分类方法有以下几种。

(1) 线性系统和非线性系统。线性系统可以用线性方程描述其运动规律,否则就是非线性系统。线性系统满足均匀性和叠加性。均匀性是指输入信号按一定比例放大或缩小时,输出也放大或缩小同样的比例。叠加性是指多个输入同时作用于系统所产生的输出等于这些输入分别作用于系统所产生的输出之和。实际系统本质上都是非线性系统,但在大部分系统在某些条件下,可以近似为线性系统进行处理。

(2) 定常系统和时变系统。定常系统的所有参数固定,不随时间改变;时变系统正好相反,有随时间改变的参数。

(3) 连续时间系统和离散时间系统。系统中的所有变量均为时间的连续函数(连续信号),为连续时间系统。如果系统中包含计算机等数字信号设备,计算机的输入输出信号为离散数字信号,则此类系统称为离散时间系统。计算机、单片机等数字设备在控制系统中的作用通常包括采集信号、形成控制律、产生控制指令等。随着计算机技术的成熟和发展,计算机控制系统已经成为自动控制系统的主要实现形式,得到广泛应用。

(4) 恒值控制系统和随动系统。恒值控制系统输入(给定值)为一常值,控制目标是使系统输出(被控量)保持恒定,如工业过程中的液位控制、恒温控制、转速控制等。随动控制系统又称伺服系统,系统输入是随时间变化的函数,控制目标是使系统输出以尽可能小的误差跟踪输入量的变化,如数控机床按设定轨迹加工零件,雷达或高炮跟踪飞机等。

1.4 本书主要内容及章节安排

本书主要介绍经典控制论中的基础理论,以连续系统为被控对象,在内容如例题等方面力求体现机械、航宇、材料等工科相关应用专业的共性要求。按照系统数学模型描述、系统性能分析(包括时域、根轨迹、频域等方法)、系统校正的思路组织内容。另增加一章非线性系统,初步介绍针对非线性系统的典型分析方法。

第1章为绪论,了解自动控制系统的产生和发展历史,一个典型控制系统的组成、基本概念等。第2章为控制系统的数学描述,主要介绍系统不同的数学模型描述及相互转换方法,包括在时域中的数学模型——微分方程,频域中的数学模型——传递函数,模型的图解表示形式——结构框图和信号流程图等。第3章为控制系统的时域分析,介绍基于微分方程的时域响应分析方法,在典型输入信号作用下,系统的稳定性分析,动态响应及性能指标计算,稳态性能分析及稳态误差的减小方法等。第4章为根轨迹法,基于开环系统传递函数模型,采用一种图解方式刻画闭环特征根的变化轨迹的方法,主要内容包括根轨迹基本概念,绘制法则和基本分析方法等。第5章为控制系统的频域分析,介绍频率特性基本概念及其奈奎斯特曲线、伯德图表示方法,并基于频率特性分析系统的稳定性和各项动、稳态性能。第6章为控制系统的综合与校正,主要基于频率特性对系统特性进行改进,包括串联校正与反馈校正,并介绍校正与PID调节器的关系。第7章为非线性系统,

主要内容为非线性系统的两种常用分析方法,描述函数和相平面法。整书内容框架如图 1.4.1 所示。

线性系统			非线性系统	
系统的数学模型			描述函数法	相平面法
时域分析方法	频域分析方法	根轨迹分析方法		
系统的综合与校正				

图 1.4.1 本书内容框架

思考题

- 1-1 开环控制与闭环控制的区别是什么？试指出两种控制方法的优点。
- 1-2 恒值控制系统和随动系统的不同具体体现在哪些方面？它们对系统控制性能的要求一样吗？
- 1-3 试举出生活中遇到的控制实例,思考是开环控制还是闭环控制？画出它们的结构框图。

第2章 控制系统的数学描述

引言

分析和设计控制系统的第一步往往是建立系统的数学模型,即描述系统输入、输出变量及各内部变量之间因果关系的数学表达式。在控制理论发展初期,微分方程是占绝对统治地位的数学模型类型。1868年,麦克斯韦(J. C. Maxwell)就指出在控制系统平衡点的小邻域内,可以用线性近似微分方程描述系统运动,从而进一步分析系统性能。但在1932年,奈奎斯特(H. Nyquist)在对长途电话自激振荡现象的研究中,另辟蹊径用仪器测出开环系统的增益对频率的关系,即频率响应法,并给出判断系统稳定性的判据。因为话音传输过程中,为减小衰减需要加入增音过程,会引发自激振荡现象,破坏话音质量。而一台增音机含有几十个储能元件,很难用微分方程来进行分析解释。奈奎斯特的这种方法并不要求知道系统的微分方程或特征多项式,而与实验直接挂钩,为反馈系统的研究开辟了全新的前景。到20世纪50年代,以复变函数理论为基础的传递函数、频率特性等数学模型在控制领域中已经处于主导地位,完全取代了微分方程方法。随后计算机的快速发展使得实现更为复杂的控制目标成为可能,出现了一种能够同时描述多个输入输出变量,以及系统内部变量之间关系的数学模型,该模型包含一组一阶微分方程,称为状态空间方程。因此,描述一个控制系统可以采用多种形式。

建立数学模型的方法通常有两种:解析法和实验法。解析法是分析系统各环节运动机理,按照其遵循的物理、化学规律列写输入输出变量之间的数学表达式;实验法则是对系统输入某种测试信号,记录系统或各环节输出变量的运动响应。通过数据处理选择一种数学模型可以近似地表示这种响应,该过程称为系统辨识,是控制领域的一个重要组成学科。在以单输入单输出系统为主要研究对象的经典控制论中,常用的数学模型有微分方程、传递函数、结构框图和信号流图等。而针对复杂系统或者复杂控制要求的现代控制论常采用的数学模型则是传递函数矩阵、状态空间方程等。本章主要是介绍经典控制论中的数学模型如何建立及相应的数学基础知识,为后续系统的分析及设计打下基础。

2.1 控制系统的微分方程描述

微分方程可以描述被控量(系统输出)和给定量(系统输入)或扰动量(扰动输入)之间的函数关系。通过对微分方程的求解、特征根分析等方法可以了解系统稳定性、变量动态响应轨迹等性能。本章主要介绍线性系统的微分方程描述。

2.1.1 建立微分方程

建立控制系统的微分方程,需要了解整个系统的组成环节和工作原理。在系统变量

发生变化的瞬时,系统处于平衡状态,输出量的各阶导数为零。因此,在这一瞬间,可以用一组充分的独立变量描述系统状态。列写微分方程的一般步骤如下:

(1) 了解系统组成及各环节之间的传递关系,确定系统输入、输出变量,系统内部变量,以及变量之间的相互关系。

(2) 从输入端开始按照信号流向,分析各环节的运动机理,写出描述各环节动态关系的微分方程。

(3) 采用微偏线性化等方法对原始微分方程进行简化。

(4) 对简化后方程进行推导,消除中间变量,写出描述系统输入、输出变量关系的微分方程表达式。

下面列举不同的例子进行说明。

例 2.1.1 简单的 R - C 无源网络如图 2.1.1 所示,常作为校正元件被引入控制系统。电阻值 R 和电容值 C 都为常量,试写出输入 $u_i(t)$ 和输出 $u_o(t)$ 之间的动态关系式。

解 (1) 确定系统的输入量和输出量。输入为 $u_i(t)$, 输出为 $u_o(t)$ 。

(2) 列出各环节的原始微分方程。由电路理论中的基尔霍夫定律和欧姆定律,有

$$u_i(t) = RC \frac{du_o(t)}{dt} + u_o(t) \quad (2.1.1)$$

令 $RC = T$, 为时间常数, 式(2.1.1)可写成如下形式:

$$u_i(t) = T \frac{du_o(t)}{dt} + u_o(t) \quad (2.1.2)$$

此 R - C 无源网络的数学模型为一阶微分方程, 对应电路中储能元件 C 的运动规律。

例 2.1.2 低通滤波器允许输入信号 $u_i(t)$ 中频率低于设定截止频率的信号分量通过, 而会阻止频率高于截止频率的信号分量。如图 2.1.2 所示, 输入信号为 $u_i(t)$, 输出信号为 $u_o(t)$, R_1 、 R_2 、 L 和 C 为常值, 试写出 $u_i(t)$ 和 $u_o(t)$ 之间的动态关系式。

解 (1) 确定系统输入为 $u_i(t)$, 输出为 $u_o(t)$ 。

(2) 列出各环节的原始微分方程。由电路定律, 有

$$\begin{cases} u_i(t) = i(t)R_1 + \frac{1}{C} \int i_c(t) dt \\ \frac{1}{C} \int i_c(t) dt = L \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t)R_2 \\ u_o(t) = i_L(t)R_2 \\ i_c(t) + i_L(t) = i(t) \end{cases} \quad (2.1.3)$$

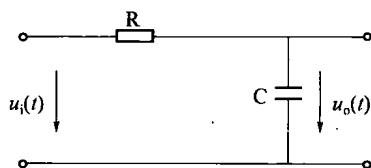


图 2.1.1 R - C 无源网络

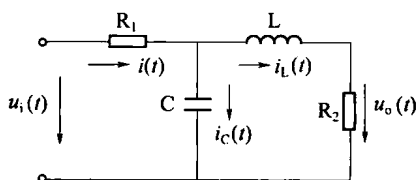


图 2.1.2 低通滤波器的 R - L - C 电路实现