

美国MCM/ICM竞赛指导丛书

美国大学生数学建模 竞赛题解析与研究

第2辑

韩中庚 郭晓丽 杜剑平 刘靖旭 田园



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

美国大学生数学建模 竞赛题解析与研究

Meiguo Daxuesheng Shuxue Jianmo Jingsaiti Jiexi yu Yanjiu

第 2 辑

韩中庚 郭晓丽 杜剑平 刘靖旭 田园

内容提要

本系列丛书是以美国大学生数学建模竞赛(MCM/ICM)赛题为主要研究对象,结合竞赛特等奖的优秀论文,对相关的问题做深刻细致的解析与研究。本辑针对2005年及2006年MCM/ICM竞赛的6个题目:洪水估计问题、高速公路收费亭设置问题、不可再生资源的管理问题、灌溉喷洒系统设置问题、机场轮椅配置问题以及艾滋病毒防控资源分配问题等进行了解析与研究。

本书内容新颖、实用性强,目前国内尚无同类作品。本书可作为指导学生参加美国大学生数学建模竞赛的主讲教材,也可作为本科生、研究生学习和准备全国大学生、研究生数学建模竞赛的参考书,同时也可供研究相关问题的教师和研究生参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

美国大学生数学建模竞赛题解析与研究.第2辑/韩中庚等编著. —北京:高等教育出版社,2013.1

(美国MCM/ICM竞赛指导丛书)

ISBN 978-7-04-036416-3

I. ①美… II. ①韩… III. ①数学模型-竞赛题-研究 IV. ①O141.4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第261616号

策划编辑 刘英
责任校对 金辉

责任编辑 刘英
责任印制 朱学忠

封面设计 李卫青

版式设计 范晓红

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 涿州市星河印刷有限公司
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 23.25
字数 440千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landracom.com>
<http://www.landracom.com.cn>
版次 2013年1月第1版
印次 2013年1月第1次印刷
定价 47.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 36416-00

“美国 MCM/ICM 竞赛指导丛书” 编审委员会

顾问

Sol Garfunkel

美国数学及应用联合会 (COMAP)

Chris Arney

美国西点军校

主编

王杰

美国麻省大学罗威尔分校/COMAP 中国合作部

朱旭

西安交通大学

秘书

王嘉寅

美国康涅狄格大学/西安交通大学

委员 (按姓氏拼音排序)

Jay Belanger

美国杜鲁门州立大学

陈秀珍

美国乔治华盛顿大学

冯国灿

中山大学

龚维博

美国麻省大学阿默斯特分校

韩中庚

解放军信息工程大学

李向阳

美国伊利诺伊理工大学

杨新宇

西安交通大学

叶正麟

西北工业大学

张存权

美国西弗吉尼亚大学

COMAP 总裁序

美国大学生数学建模竞赛 (the Mathematical Contest in Modeling, MCM) 已经举办近 30 年了, 时间真是快得难以置信。在此期间, 竞赛从最初参赛的 90 支美国队逐渐发展成为一个国际大赛, 今年已有来自世界各地的 25 个国家超过 5 000 支队伍参赛。尤其令人感动和鼓舞的是我的中国同事们对竞赛赋予的极大热情以及中国参赛队伍的快速增长。COMAP 张开双臂欢迎你们的参与。

COMAP 每年举办 3 个建模竞赛, 即 MCM, ICM (the Interdisciplinary Contest in Modeling) 和 HiMCM (the High School Mathematical Contest in Modeling) 竞赛。竞赛的目的不仅仅是奖励同学们所作出的努力——无疑这是同样重要的, 我们举办各类数学建模竞赛的目的始终是为了推动在世界各国的各级教育体系中增加应用数学及数学建模的比重。建模是人们为了解世间事物的运作规律所做的尝试, 数学的使用能够帮助我们建立更好的模型。这不是一个国家的任务, 而是所有国家都应该共同关心的问题。COMAP 建模竞赛从孕育到现在已经演变成实现这一宏伟目标的有力工具。

我热切地希望同学们通过阅读这套优秀的丛书, 对 COMAP 竞赛有更多的了解, 并且学习到更多有关数学建模的方法与过程。我希望同学们尝试自己解决丛书中讨论的所有建模问题, 这些都是令人兴奋并且具有实用价值的问题。我希望更多的同学参加 MCM/ICM 竞赛, 并参与推广和普及数学建模的活动, 这是很有意义的工作。

萨尔·加芬克尔, 博士

COMAP 总裁

2012 年 11 月

Forward by Sol Garfunkel

While it is hard for me to believe, the Mathematical Contest in Modeling (MCM) is fast approaching its 30th year. During this time we have grown from 90 US teams to over 5,000 teams representing 25 countries from all across the globe. We have been especially buoyed by the enthusiasm shown by our Chinese colleagues and the rapid growth in Chinese participation. COMAP welcomes your involvement with open arms.

COMAP runs three contests in mathematical modeling; they are MCM, ICM (the Interdisciplinary Contest in Modeling), and HiMCM (the High School Mathematical Contest in Modeling). The purpose of all of these contests has never been simply to reward student efforts—as important as that is. Rather, our objective from the beginning has been to increase the presence of applied mathematics and modeling in education systems at all levels worldwide. Modeling is an attempt to learn how the world works and the use of mathematics can help us produce better models. This is not a job for one country, but for all. The COMAP modeling contests were conceived and evolved to be strong instruments to help achieve this much larger goal.

It is my supreme hope that through this excellent book series the Chinese students will learn more about COMAP contests and more about the process of mathematical modeling. I hope that you will begin to work on the exciting and important problems you see here, and that you will join the MCM/ICM contests and the rewarding work of increasing the awareness of the importance of mathematical modeling.

Sol Garfunkel, PhD
Executive Director
COMAP
November 2012

ICM 竞赛主席序

数学建模的训练与经验能使同学们在解决问题时更有创意，同时也能帮助同学们成为更为优秀的研究生。“美国 MCM/ICM 竞赛指导丛书”的出版，将通过数学建模竞赛题目和概念的解析，帮助同学们掌握数学建模的技能，并为同学们在今后的工作中获得成功打下坚实的基础。

数学建模是一种过程，也是一种理念，或者说是一种哲学。作为过程，学生在理解及使用建模过程或框架时需要指导并积累经验。作为经验，学生需要使用不同的数学方法（离散、连续、线性、非线性、随机、几何及分析）构造数学模型，从中体验不同的细节及复杂程度。作为理念，学生需要发现各种相关的、具有挑战性的及有趣的实际问题，从中培养对数学建模的兴趣，并认识到数学建模在实际生活中的作用。数学建模的主要目的是指导学生用建模的方法解决实际问题。尽管在实际中，有些问题或许可以使用已有的算法和公式来求解，但数学建模的方法比简单使用已有算法和公式能解决更多的问题，特别是解决新的、没有固定答案及没有被解决过的问题。

为了积累经验，同学们应尽早地接受数学建模训练，至少应该在大学低年级时就开始，这样可以在以后的课程学习中进一步强化数学建模能力。由于数学建模的综合与交叉特性，所以各个专业的学生都能够从数学建模活动中受益。

本套丛书从将数学模型作为研究工具的角度出发，介绍模型的构造，分析建模过程，这些都是帮助学生更好地掌握数学建模技能的重要因素。数学建模是充满挑战的高级技能，更重要的是能够帮助学生更好地成长。当今世界需要解决的问题往往很复杂，所以建立的数学模型也很复杂，通常需要通过精细的计算和模拟才能获得解答或对模型结果的分析与检验。由于数据可视化技术的普及，解题方法的增加，所以现在的确是培养更多数学建模高手的最佳时期。

我希望同学们在数学建模探索中取得进步，也希望指导教师在使用这套丛书提供的例子及方法指导学生时取得很好的效果。尽管学生的层次可能不同，但我对你们的忠告是同样的：树立你的信心，发展你的技能，用你的才能解决社会中最具挑战及最重要的问题。祝各位建模好运！

克里斯·阿尼，博士
美国西点军校数学系教授
ICM 竞赛主席
2011 年 10 月

Forward by Chris Arney

Undergraduate students who receive instruction and experiences in mathematical modeling become better and more creative problem solvers and graduate students. This book series is being published to prepare and educate students on the topics and concepts of mathematical modeling to help them establish a problem solving foundation for a successful career.

Mathematical modeling is both a process and a mindset or philosophy. As a process, students need instruction and experience in understanding and using the modeling process or framework. As part of their experience, they need to see various levels of sophistication and complexity, along with various types of mathematical structures (discrete, continuous, linear, nonlinear, deterministic, stochastic, geometric, and analytic). As a mindset, students need to see problems that are relevant, challenging, and interesting so they build a passion for the process and its utility in their lives. A major goal in modeling is for students to want to model problems and find their solutions. Recipes for structured or prescribed problem solving (canned algorithms and formulas) do exist in the real world, but mathematical modelers can do much more than execute recipes or formulas. Modelers are empowered to solve new, open, unsolved problems.

In order to build sufficient experience in modeling, student exposure must begin as early as possible – definitely by the early undergraduate years. Then the modeling process can be reinforced and used throughout their undergraduate program. Since modeling is interdisciplinary, students from all areas of undergraduate study benefit from this experience.

The articles and chapters in this series expose the readers to model construction, model analysis, and modeling as a research tool. All these areas are important and build the students' modeling skills. Modeling is a challenging and advanced skill, but one that is empowering and important in student development. In today's world, models are often complex and require sophisticated computation or simulation to pro-

vide solutions or insights into model behavior. Now is an exciting time to be a skilled modeler since methodology to provide visualization and find solutions are more prevalent and more powerful than ever before.

I wish the students well in their adventure into modeling and I likewise wish faculty well as they use the examples and techniques in this book series to teach the modeling process to their students. My advice to all levels of modelers is to build your confidence and skills and use your talents to solve society's most challenging and important problems. Good luck in modeling!

Chris Arney, PhD

United States Military Academy at West Point

Professor of Mathematics

Director of the Interdisciplinary Contest in Modeling

October, 2011

丛书简介

美国大学生数学建模竞赛 (the Mathematical Contest in Modeling, MCM/the Interdisciplinary Contest in Modeling, ICM), 即“数学建模竞赛”和“交叉学科建模竞赛”, 是一项国际级的竞赛活动, 为现今各类数学建模竞赛之鼻祖。

1985年, 在美国教育部的资助下, 在美国针对在校大学生创办了一个名为“数学建模竞赛”的竞赛, 其宗旨是鼓励大学师生对不同领域的各种实际问题进行阐明、分析并提出解决方案。它是一种完全公开的竞赛, 参赛形式为学生三人组成一队, 在三天(72小时)(近年改为四天, 即96小时)内任选一题, 完成数学建模的全过程, 并就问题的重述、简化和假设及其合理性的论述、数学模型的建立和求解(及软件)、检验和改进、模型的优缺点及其可能的应用范围的自我评述等内容写出论文。MCM/ICM非常重视解决方案的原创性、团队合作与交流以及结果的合理性。由专家组成的评阅组进行评阅, 评出优秀论文。除了不允许在竞赛期间与团队以外的任何人(包括指导教师)讨论赛题之外, 允许使用图书资料、互联网上的资料、任何类型的软件等各种资料和途径, 从而为参赛学生提供了广阔的创作空间。第一届竞赛时, 只有美国的158个队参加, 其中只有90个队提交了解答论文。2012年MCM/ICM共有5026个队参加, 其中MCM有3697个队, ICM有1329个队, 遍及五大洲。MCM/ICM已经成为最著名的国际大学生竞赛之一, 影响极其广泛。

近年来, 已有越来越多的中国学生组队参加美国大学生数学建模竞赛, 其中不乏被评为最优论文(Outstanding Winners)的佼佼者, 这充分显示了中国大学生参加MCM/ICM竞赛的积极性和实力。学生在准备竞赛的时候, 除了在指导教师的帮助下阅读和研究以往竞赛的优胜论文以外, 普遍希望能有一些专门针对美国大学生数学建模竞赛的书籍, 指导和帮助备赛。

“美国MCM/ICM竞赛指导丛书”就是为了满足读者的这一需求而出版的, 目的是帮助学生从全局出发, 不受固定模式的限制, 用建模的手段解决开放性问题的研究方法, 并提高写作能力。丛书的读者对象包括参赛学生以及对数学建模与算法感兴趣的研究生、专业人员和业余爱好者。

我们邀请到COMAP中国合作总监、美国麻省大学罗威尔分校王杰教授担

任丛书主编，他曾为 MCM/ICM 命题，对竞赛具有很多独到的认识。丛书作者来自各高校，他们都是有经验的指导教师或参加过竞赛的优秀成员。丛书包括一本《正确写作美国大学生数学建模竞赛论文》和若干辑《美国大学生数学建模竞赛题解析与研究》，前者为一本指导学生如何正确写作 MCM/ICM 论文的工具书，后者中的每一辑将讨论若干赛题，包括问题的背景、分析技巧、建模与测试方法及算法设计，并引导读者列出进一步研究的课题。目标是培养学生多方面的能力，如数学、编程、写作及课题研究等的训练，提高学生分析问题、解决问题的水平。

丛书的出版计划得到了美国建模专家的广泛支持，COMAP 主席 Sol Garfunkel 博士以及 ICM 主席、美国西点军校数学系教授 Chris Arney 博士受邀担任丛书顾问并为丛书作序。

我们热切希望通过本套丛书的出版，进一步活跃我国大学生参加 MCM/ICM 的积极性，提高他们的自信心，并最终取得满意的成绩。更为重要的，提高学生的研究和解决实际问题的能力。

前言

自从1985年举办了第一届美国大学生数学建模竞赛（Mathematical Contest in Modeling, MCM）以来，到2012年已成功举办了28届，而且参赛队数逐年增加。特别是从1999年开始，又扩展增加了交叉学科的建模竞赛（Interdisciplinary Contest in Modeling, ICM），使得影响力进一步扩大。2011年共有17个国家和地区的3510个队参赛，其中MCM有2775个队，ICM有735个队。据不完全统计，来自中国各学校的参赛队占到了80%以上，这也充分反映出中国大学生对数学建模的参与热情。

正是在这个背景下，1992年11月由中国工业与应用数学学会（CSIAM）组织举办了“中国大学生数学建模竞赛”，并决定以后每年举行一次。从1994年开始，中国大学生数学建模竞赛正式由教育部高等教育司直接领导，由CSIAM具体组织，并被教育部确定为在全国推广实施的三大竞赛之一。2011年是中国大学生数学建模竞赛举办20周年，2011年的竞赛有包括香港和澳门在内的33个省市区的1251所院校的19490个队参赛，现已成为名副其实的面向全国高校大学生最大规模的科技竞赛活动。同时，2011年也有包括美国、新加坡、伊朗等国家的大学生参赛。

目前，美国大学生数学建模竞赛和中国大学生数学建模竞赛已成为最有影响力的两大赛事。纵览美国的竞赛题和中国的竞赛题，虽然从竞赛形式和要求看基本上是一致的，但从题目的提法和特点来看还是有很大的不同。目前，与中国大学生数学建模竞赛相关的书籍资料众多，但在国内与美国大学生数学建模竞赛直接相关的资料甚少，这也正是编写这套丛书的初衷。希望通过这套丛书的出版，能够对中国大学生参加MCM/ICM有所帮助，使中国的大学生能在竞赛中取得优异的成绩，也有利于加快培养创新型的人才。随着数学建模教学、竞赛和应用研究等活动的不断深入开展，必将对大学的数学教学改革、提高教学质量、促进创新人才培养等工作产生积极的推动作用。我们期待以时代为契机，以需求为牵引，不断推陈出新，一定会迎来数学建模活动的新发展。

本书是这套丛书的2005—2006年分册，包括2005年和2006年MCM/ICM的6个问题的提出、问题的背景、解决问题的数学模型、求解方法与结果分

析, 以及进一步可研究拓展的问题等内容。这些赛题所涉及的问题大都来自于工程和社会生活中的实际问题, 这些问题的研究对于从事实际工作的工程技术人员也有一定的学习参考价值。由于本书题目均来自美国的实际问题, 问题中多采用英制。为了将重点关注内容集中在问题的分析上, 故未将其转换为我国通行的国际单位制。

本书的第1章由田园编写、第2章由刘靖旭编写、第3章和第6章由杜剑平编写、第4章由郭晓丽编写、第5章由韩中庚编写, 全书由韩中庚修改统稿。在本书的编写过程中, 得到了参编院校的各级领导和同事们的大力支持; 本丛书主编王杰教授和编委会的各位教授、同仁也都给予了指导与帮助, 并提出了很多好的意见; 在本书编辑出版过程中, 高等教育出版社自然科学学术著作出版事业部刘英编辑从组织策划到编辑出版都付出了辛勤的劳动, 使该书得以顺利出版。在此, 编者一并表示衷心的感谢。

限于作者水平, 书中肯定会有不妥之处, 敬请读者批评指正。

目录

COMAP 总裁序

Forward by Sol Garfunkel

ICM 竞赛主席序

Forward by Chris Arney

丛书简介

前言

第1章 洪水估计问题	1
1.1 问题的综述	1
1.1.1 问题的提出	1
1.1.2 问题的背景资料	2
1.1.3 问题的现实意义	3
1.2 逐渐溃坝模型	4
1.2.1 基本模型	5
1.2.2 溃口流量模型	5
1.2.3 各段河道之间的流量模型	7
1.2.4 河道的截取和分析	9
1.2.5 模型的参数估计	11
1.2.6 模型的结果分析	11
1.3 瞬间溃坝模型	13
1.3.1 模型的建立	13
1.3.2 模型的求解	14
1.3.3 模型的结果分析	15
1.4 差分形式的圣维南模型	16
1.4.1 问题分析与假设	16
1.4.2 坝体溃口模型	17
1.4.3 圣维南模型	17

1.4.4	模型的求解	19
1.5	离散网格模型	22
1.5.1	问题的分析	22
1.5.2	模型的假设与符号说明	23
1.5.3	四种溃坝模型	24
1.5.4	下游水流模型	27
1.5.5	模型的模拟求解	32
1.5.6	模型的结果分析	32
1.6	问题的综合分析与进一步研究	34
1.6.1	问题的综合分析	34
1.6.2	进一步研究的问题	37
第2章	高速公路收费亭设置问题	44
2.1	问题的综述	44
2.1.1	问题的提出	44
2.1.2	问题的背景资料	45
2.2	基于宏观交通流的收费站设置模型	47
2.2.1	问题的分析与假设	47
2.2.2	名词解释与符号说明	48
2.2.3	模型的准备	49
2.2.4	模型的建立与求解	50
2.2.5	模型的检验与结果分析	53
2.2.6	模型的推广	55
2.3	收费站的车辆排队模型	55
2.3.1	名词解释与符号说明	55
2.3.2	模型1:单队列多服务台排队系统模型	57
2.3.3	模型2:多个单服务台排队系统模型	62
2.4	基于安全距离的车辆跟驰模型	69
2.4.1	问题的分析与假设	70
2.4.2	名词解释与符号说明	70
2.4.3	基本的跟驰模型	72
2.4.4	单车道车辆跟驰模型	73
2.4.5	多车道车辆行为模型	76
2.4.6	模型参数的确定	77
2.4.7	模型的仿真与结果分析	79
2.5	基于元胞自动机的交通流仿真模型	81

2.5.1	问题的分析与假设	81
2.5.2	名词解释与符号说明	82
2.5.3	交通流元胞自动机模型	83
2.5.4	收费站的元胞自动机模型	85
2.5.5	模型的仿真与结果分析	88
2.5.6	模型的检验与分析	90
2.6	问题的综合分析与进一步研究	91
2.6.1	问题的综合分析	91
2.6.2	进一步研究的问题	93
第3章	不可再生资源的管理问题	99
3.1	问题的综述	99
3.1.1	问题的提出	99
3.1.2	竞赛的基本情况	100
3.2	问题的背景资料	102
3.2.1	不可再生资源概念	102
3.2.2	Hubbert 峰值理论	102
3.2.3	Michael Olinick 理论	104
3.2.4	需求价格弹性理论	105
3.2.5	OPEC 对石油供求关系的影响	106
3.3	问题的分析与假设	107
3.3.1	问题(1): 预测不可再生资源的枯竭日期	107
3.3.2	问题(2): 多因素时不可再生资源耗尽时间的预测	109
3.3.3	问题(3): 资源的公平开采策略	111
3.3.4	问题(4): 资源的可持续开采策略	111
3.3.5	问题(5): 考虑环境因素的资源开采策略	112
3.3.6	问题(6): 存在替代资源的开采策略	112
3.4	石油资源的预测模型	113
3.4.1	模型 1.1: 石油资源耗尽时间的预测模型	113
3.4.2	模型 1.2: 考虑多因素的石油耗尽时间预测模型	116
3.4.3	模型 1.3: 石油资源的可持续开发模型	119
3.4.4	模型 1.4: 石油资源的安全开发模型	121
3.4.5	模型 1.5: 石油开发对自然环境的危害模型	122
3.4.6	模型 1.6: 新能源的替代石油资源的模型	123
3.5	石油资源的消耗与控制模型	126
3.5.1	模型 2.1: 石油资源耗尽时间预测模型	126

3.5.2	模型 2.2: 多因素影响石油消耗模型	129
3.5.3	模型 2.3: 新能源对石油资源的影响模型	133
3.6	世界水资源的预测与管理模型	137
3.6.1	模型 3.1: 美国年用水量的预测模型	137
3.6.2	模型 3.2: 水资源分类消耗的预测模型	139
3.7	问题的综合分析与进一步研究	143
3.7.1	问题的综合分析	143
3.7.2	进一步研究的问题	146
第 4 章	灌溉喷洒系统设置问题	148
4.1	问题的综述	148
4.1.1	问题的提出	148
4.1.2	问题的背景资料	149
4.1.3	问题的分析	150
4.2	模型 1: 基于多步迭代算法的农田灌溉优化模型	151
4.2.1	问题的分析与假设	151
4.2.2	模型的建立	152
4.2.3	模型的求解方法	154
4.2.4	模型的结果分析	156
4.2.5	模型的分析与评价	157
4.3	模型 2: 多管组喷灌系统的优化模型	159
4.3.1	问题的分析与假设	159
4.3.2	模型的建立	160
4.3.3	模型的求解方法	162
4.3.4	模型的结果分析	166
4.3.5	模型的分析与评价	167
4.4	模型 3: 手动喷灌系统的优化模型	167
4.4.1	问题的分析与假设	167
4.4.2	模型相关参数的确定方法	168
4.4.3	模型的建立与求解	172
4.4.4	模型的模拟求解算法	177
4.4.5	模型的结果分析	180
4.5	模型 4: 基于不同特性的喷灌系统模型	181
4.5.1	模型的预备知识	181
4.5.2	喷灌作业方案的确定模型	185
4.5.3	模型的分析与评价	187