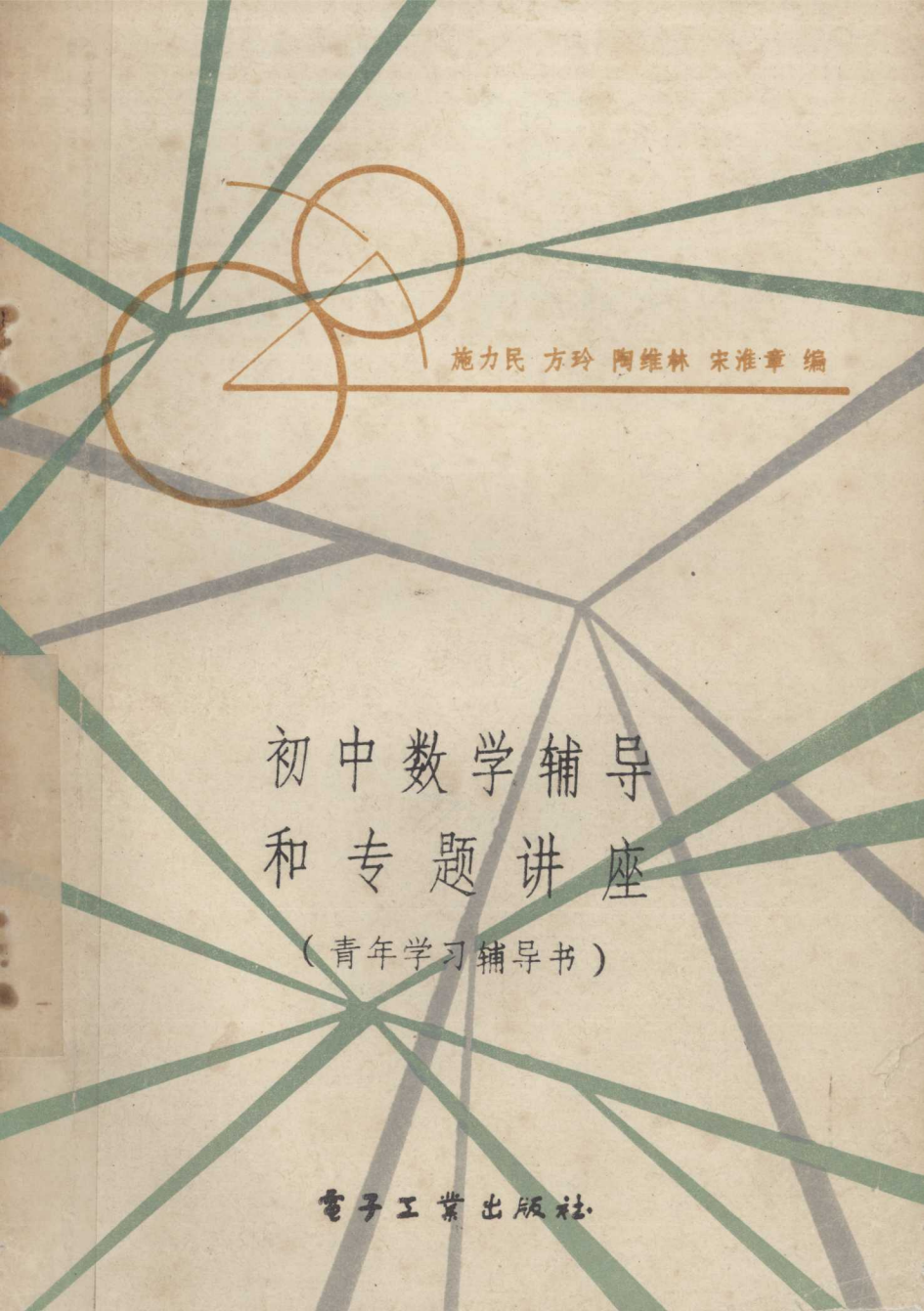




施力民 方玲 陶维林 宋淮章 编

初中数学辅导 和专题讲座

(青年学习辅导书)

电子工业出版社

内 容 简 介

初中数学辅导和专题讲座

施力民 方 玲 编
陶维林 宋淮章



图书馆
藏

电子工业出版社

内 容 简 介

本书是根据中学数学教学大纲和国家教育委员会有关通知的要求，紧扣新编初中数学课本的内容编写的。

本书除对代数、平面几何和三角函数进行了系统的总结外，还开设了若干专题讲座，借以揭示各部分数学知识之间的内在联系。

本书适于应届初中毕业生和在校生阅读，也可供初中数学教师和其他教学初中程度数学的师生参考。

任 式 另 代 献

章

章 章 宋 林 章 陶

初中数学辅导和专题讲座

施力民 方 玲 陶维林 宋淮章 编

责任编辑：蒋叙仁

电子工业出版社出版（北京海淀区万寿路）

江苏省新华书店发行

南京邮电学院印刷厂印刷

*

开本：787×1092 毫米 1/32 印张：8 $\frac{1}{2}$ 字数：190 千字

1986年12月第1版 1986年12月第1次印刷

印数：1—23,000册 定价：1.45元

统一书号：7290·357

前 言

为了帮助初中学生和自学青年系统地掌握初中阶段的数学知识，我们编写了这本《初中数学辅导和专题讲座》。本书是根据中学数学教学大纲和1985年6月国家教育委员会《关于印发调整初中数学、物理、化学、外语四科教学要求意见的通知》的要求，紧扣新编初中数学课本的内容编写的。考虑到各地要求可能有所不同，保留了若干超出通知精神的内容，以供不同需要的读者选用。

全书分为三大部分。第一部分共六个单元，复习代数知识。第二部分共九个单元，复习平面几何和三角函数。第三部分是专题讲座和各地试题选。专题讲座包括非负数的意义及其应用、一元二次方程根的判别式的应用和间接证法三个内容，旨在对初中数学中一些重要方法予以总结、归纳，引导读者注意各部分数学知识之间的联系，提高解综合性较强的习题的能力。在部分省市中考数学试题选这个单元，我们对1985年若干省市的试题进行了归纳、整理和筛选，并给出了1986年南京市的完整试卷。

本书初稿承南京师大附中数学教研组组长仇炳生同志提出不少有益的意见，在此谨表衷心的感谢。

由于我们水平有限，加之时间匆促，缺点错误在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

一九八六年八月于南京师大附中

目 录

第一部分 代 数

第一单元	实数	(1)
第二单元	代数式	(7)
第三单元	指数和对数	(35)
第四单元	方程和方程组	(47)
第五单元	函数及其图象	(81)
第六单元	不等式	(98)

第二部分 平面几何与三角

第七单元	基本概念	(107)
第八单元	相交线、平行线	(115)
第九单元	三角形	(121)
第十单元	四边形	(133)
第十一单元	面积、勾股定理	(147)
第十二单元	相似形	(153)
第十三单元	圆	(168)
第十四单元	轨迹与作图	(194)

第十五单元	三角函数	(204)
-------	------	-------

第三部分 专题讲座和试题选编

第十六单元	专题讲座	(219)
-------	------	-------

第十七单元	部分省市中考数学试题选	(235)
-------	-------------	-------

附录	习题和部分省市中考试题选答案	(249)
----	----------------	-------

(7)	友数升	元单二第
(28)	数因麻数	元单三第
(74)	数因式麻数	元单四第
(18)	数因其双数	元单五第
(80)	友数不	元单六第

前三已研几面平 长略二第

(107)	念册本基	元单十第
(211)	数计平 数交时	元单八第
(151)	数单三	元单六第
(133)	数单四	元单十第
(141)	数单四 数单	元单一十第
(123)	数单四一	元单二十第
(108)	圆	元单三十第
(101)	圆单已数	元单四十第

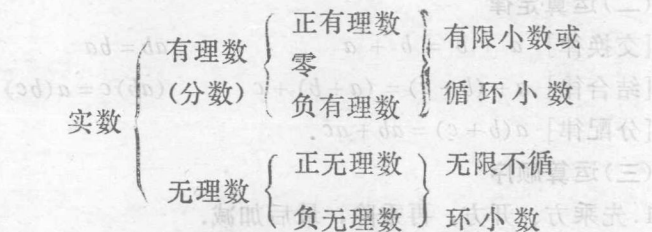
第一部分 代 数

第一单元 实 数

通过本单元的学习，要求明确实数的分类，理解实数的一些有关概念，掌握实数的运算法则和运算律，熟练地进行实数的计算。

一、基本概念

(一) 实数的分类



(二) 实数的有关概念

1. 数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。数轴上所有的点与全体实数是一一对应的。

2. 相反数 只有符号不同的两个数互为相反数。数轴上表示这两个数的点，分别在原点两侧，离原点的距离相等。零的相反数仍是零。

3. 绝对值 一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。即有：

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离。

4. 倒数 1 除以这个数的商叫做这个数的倒数，零没有倒数。

5. 实数大小的比较 在数轴上表示的两个实数，右边的数总比左边的数大；正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数；两个负数，绝对值大的反而小。

二、实数的运算

(一) 运算法则 (略)

(二) 运算定律

[交换律] $a + b = b + a$

$ab = ba$

[结合律] $a + (b + c) = (a + b) + c$

$(ab)c = a(bc)$

[分配律] $a(b + c) = ab + ac$

(三) 运算顺序

1. 先乘方、开方，再乘除，最后加减。

2. 同级运算一般从左至右依次进行运算。

3. 如有括号，一般应先进行括号里的运算，先算小括号，再算中括号，最后算大括号。

例 1 回答下列问题：

(1) 3.3 是无理数吗？

(2) $|a|$ 一定是正数吗？

(3) 所有分数都是有理数吗？

(4) 数轴上所有点与全体无理数一一对应吗？

解：(1) 不是。因无理数是无限不循环小数，而 $3.\dot{3}$ 是循环小数，属于有理数。

(2) 不一定。由于零的绝对值是零，所以 $|a|$ 大于或等于零，即 $|a|$ 肯定是非负数，而不一定是正数。

(3) 是的。因为所有分数都可化为有限小数或循环小数。

(4) 不对。数轴上的所有点应与全体实数一一对应。

例 2 化简：

$$(1) |\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}|, \quad |\lg 314 - \pi|;$$

$$(3) |x-2| + x + 2.$$

解：(1) $\because \sqrt{2} - \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{8} - \sqrt[6]{9} < 0,$

$$\therefore |\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}| = \sqrt[3]{3} - \sqrt{2}.$$

(2) $\because \lg 314$ 的整数部分是 2，而 π 的整数部分是 3，

$$\therefore \lg 314 - \pi < 0, \therefore |\lg 314 - \pi| = \pi - \lg 314.$$

(3) 当 $x \geq 2$ 时， $|x-2| + x + 2 = x - 2 + x + 2 = 2x;$

当 $x < 2$ 时， $|x-2| + x + 2 = 2 - x + x + 2 = 4.$

例 3 计算：

$$1 \div \left\{ -2 - 1\frac{1}{2} \div (-2)^3 \times \left[3 \times \left(-\frac{2}{3} \right)^2 - 2^2 \right] \right\}.$$

$$\text{解：原式} = 1 \div \left[-2 - \frac{3}{2} \div (-8) \times \left(3 \times \frac{4}{9} - 4 \right) \right]$$

$$= 1 \div \left[-2 - \frac{3}{2} \div (-8) \times \left(-\frac{8}{3} \right) \right]$$

$$= 1 \div \left(-2 - \frac{1}{2} \right) = 1 \div \left(-\frac{5}{2} \right) = -\frac{2}{5}.$$

说明：注意 $-2^2 \neq (-2)^2$ ，计算 $\frac{3}{2} \div (-8) \times \left(-\frac{8}{3} \right)$ 要

注意运算顺序，不可先做乘法，再做除法。

习 题 一

1. 判断下列说法是否正确(正确的画“√”,错误的画“×”):

(1) 无理数都是无限小数; ()

(2) 无限小数都是无理数; ()

(3) 如果 $|a| = |b|$, 那么 $a = b$; ()

(4) 如果 $a = -b$, 那么 $a^2 = b^2$; ()

(5) $a + b$ 的相反数是 $b - a$; ()

(6) 零除以任何数都得零; ()

(7) $\frac{x^2}{|x|} - \frac{x}{2}$ 一定是正数; ()

(8) 如果 $\frac{b}{a}$ 大于 1, 那么 $b > a$; ()

(9) 如果 $|a| = -a$, 那么 a 一定小于零. ()

2. 填空:

(1) 在 $-\sqrt[3]{4}$, $\lg 1$, 3.14 , $\operatorname{ctg} 30^\circ$, $\frac{7}{22}$, $1.3\bar{5}$, $\sqrt[3]{8}$,

2π 中, 整数有 _____, 有理数有 _____, 无理数有 _____.

(2) $3 - 2\sqrt{2}$ 的相反数是 _____, $3 - 2\sqrt{2}$ 的倒数是 _____, 若 a 、 b 互为相反数, 那么 $a + b =$ _____, 若 a 、 b 互为倒数, 那么 $ab =$ _____;

(3) 如果 $|ab| = -ab$, 那么 a 与 b 的关系是 _____;

(4) 如果 $\frac{|a|}{a} = -1$, 那么 a 是 _____;

- (5) 绝对值等于 5 的数是 _____ ;
 (6) 一个数的倒数与它本身相等, 则这个数是 _____ ;
 (7) 如果 $\sqrt{a} = -a$, 那么 $a =$ _____ .

3. 比较下列各组数的大小:

- (1) $-\frac{6}{7}$ 与 $-\frac{7}{8}$; (2) $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt[3]{5}$;
 (3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ 与 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$; (4) $-x^2$ 与 $(-x)^2$;
 (5) $\lg \pi$ 与 $\sqrt[3]{\pi}$; (6) $x^2 + x$ 与 $2x - 4$.

4. 化简:

- (1) $\left|\frac{4}{3} - \sqrt{2}\right|$; (2) $|x^2 - 4xy + 4y^2|$;
 (3) 当 $a^2 + a - 2 < 0$ 时, $|a - 1| + |2 + a|$;
 (4) $|3x - 1| + 1$;
 *(5) $|a - c| + |b - a| + |b + c|$ ($a < 0, b < 0, c > 0, |b| > |a|$,
 $|b| < |c|$).

5. 已知 $(a - 3b + 1)^2 + |3a - b - 1| = 0$, 求 ab 的值.

6. 用科学记数法表示下列各数:

- (1) 2050000000 ; (2) -34.15 ;
 (3) 0.00000701 ; (4) 130000^2 .

7. 计算:

- (1) $18 \div (-3^2) \times (-3)^2 - 2^3 \times (-3)$;

注: 有星号(*)的例题与习题, 有的超出教学要求, 有的是综合性较强, 余同.

$$(2) \left(\frac{2}{3}\right)^2 - (-6.5) \times \frac{4}{13} + (-2)^4 \div [(-2)^3 + 2] ;$$

$$(3) (-2)^2 - (-1)^{101} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{6} - |-1| ;$$

$$(4) \left\{ -1 \times [(-0.4)^2 - (-3.1 + 2.6) \times \frac{4}{5}] - 0.56 \right\} \div 0.2^3 .$$

第二单元 代数式

本单元学习代数式的基本概念及整式、分式和根式的运算。代数式的运算是方程、不等式和函数运算的基础，是本单元的重点，对学习代数和其它数学知识都有十分重要的意义。

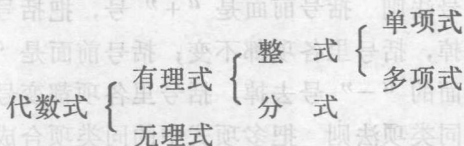
通过本单元的学习，要求在弄清基本概念的基础上，能熟练地进行整式、分式和根式的运算，掌握运算技巧，提高运算能力，特别要掌握好乘法公式的特点和实质，使之能广泛灵活地运用于代数式的运算中。

一、代数式的有关概念

(一) 代数式的概念

用运算符号把数字或表示数字的字母连结而成的式子，叫做代数式（单独一个数字或一个字母，也叫代数式）。

(二) 代数式的分类



(三) 代数式的值

用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做代数式的值。

二、整式

(一) 整式的基本概念

1. 单项式 只含有数与字母的积的代数式，叫做单项式。

2. 多项式

(1) 多项式 几个单项式的和叫做多项式。

(2) 多项式的排列 多项式按某一个字母的指数从大到小（或从小到大）的顺序来排列叫做按这个字母的降幂（或升幂）排列。

(3) 同类项 多项式中字母相同，相同字母的指数也分别相同的项叫做同类项。

(二) 整式的运算

1. 幂的运算法则（ m 、 n 为正整数）

$$(1) a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$(2) a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m > n);$$

（当 $m = n$ 时，有 $a^m \div a^m = 1$ ）。

$$(3) (a^m)^n = a^{mn};$$

$$(4) (ab)^n = a^n b^n.$$

2. 整式的加减法 整式的加减实际上就是合并同类项。如果遇到括号，就根据去括号法则，先去括号，再合并同类项。

(1) 去括号法则 括号前面是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项都不变；括号前面是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉，括号里各项都变号。

(2) 合并同类项法则 把多项式中的同类项合成一项，叫做合并同类项。其具体做法是：把同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变。

3. 整式的乘法

(1) 单项式乘以单项式 单项式相乘，用它们的系数的积作为积的系数，对于相同的字母，用它们的指数和作为积里这个字母的指数，对于只在一个单项式里含有的字母，连同它的

指数，作为积里的一个因式。

(2) 单项式乘以多项式 单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。

(3) 多项式乘以多项式 多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加。

(4) 乘法公式（特殊的多项式乘以多项式）

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3;$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab.$$

4. 整式的除法

(1) 单项式除以单项式 单项式相除，把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，连同它的指数作为商的一个因式。

(2) 多项式除以单项式 多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加。

(3) 多项式除以多项式 将被除式、除式进行因式分解，约去公因式，或将被除式与除式都按同一字母降幂排列，用竖式进行演算。

被除式、除式、商式及余式有如下关系：

$$\text{被除式} = \text{除式} \times \text{商式} + \text{余式}$$

(三) 因式分解

1. 因式分解 把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做因式分解。（注意因式分解概念与整式乘法的区别）

2. 常用的因式分解方法

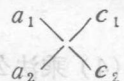
(1) 提公因式法 如 $ma + mb - mc = m(a + b - c)$ 。

(2) 运用公式法 如 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$;

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

(3) 十字相乘法 二次三项式 $ax^2 + bx + c$, 若有 $a_1 a_2 = a$, $c_1 c_2 = c$, 而 $a_1 c_2 + a_2 c_1 = b$, 那么:

$$ax^2 + bx + c = (a_1 x + c_1)(a_2 x + c_2).$$


另外, 二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 还可用配方法分解. 利用求根公式求出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根 x_1, x_2 , 从而把 $ax^2 + bx + c$ 分解成如下形式:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

(4) 分组分解法 上述方法不能分解时, 可把多项式分成若干组, 反复应用上述方法直至达到分解的目的. 如

$$\begin{aligned} ax + ay + bx + by &= (ax + ay) + (bx + by) \\ &= a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b). \end{aligned}$$

因式分解方法的选用一般可按下面的顺序:

(1) 提公因式法;

(2) 公式法或十字相乘法;

(3) 分组分解法;

(4) 其它方法.

注意: 分解因式时, 必须进行到每一个因式不能分解为止. 分解到不能分解为止是对一定的数的范围而言, 若无特别说明, 就只是在有理数集合内分解因式.

例 1 计算:

$$(1) (a^2 b - 3ab) \cdot 4a - (8a^2 b^2 - 24a^3 b^2) \div 2ab;$$

$$(2) (a + 3)(2 - 5a^2) - 3(a - 1)(a^2 - 2a - 1);$$

$$(3) (4x^{n+1}y^n)^2 \div [(-xy)^2]^{n-1}.$$

$$\text{解: (1) 原式} = 4a^3b - 12a^2b - (4ab - 12a^2b)$$

$$= 4a^3b - 12a^2b - 4ab + 12a^2b$$

$$= 4a^3b - 4ab;$$

$$\text{(2) 原式} = 2a - 5a^3 + 6 - 15a^2 - 3(a^3 - 2a^2 - a - a^2 + 2a + 1)$$

$$= 2a - 5a^3 + 6 - 15a^2 - 3a^3 + 9a^2 - 3a - 3$$

$$= -8a^3 - 6a^2 - a + 3;$$

$$\text{(3) 原式} = 16x^{2n+2}y^{2n} \div (x^2y^2)^{n-1}$$

$$= 16x^{2n+2}y^{2n} \div (x^{2n-2}y^{2n-2})$$

$$= 16x^4y^2.$$

说明:

①运算时要注意运算顺序.

②特别要注意去括号、乘方时符号的变化情况.

③结果为多项式时, 应按升幂或降幂的顺序排列.

例 2 计算:

$$(1) (3b - 4a)(-3b - 4a) - 2(-2a - b)^2;$$

$$(2) (a - 1)(a^2 + 1)(a + 1) - (a^2 - 1)^2;$$

$$(3) (a - b - c)(c - b - a);$$

$$(4) (2 - x + 3x^2)^2.$$

$$\text{解: (1) 原式} = (-4a)^2 - (3b)^2 - 2(4a^2 + 4ab + b^2)$$

$$= 16a^2 - 9b^2 - 8a^2 - 8ab - 2b^2$$

$$= 8a^2 - 8ab - 11b^2;$$

$$(2) \text{原式} = (a^2 - 1)(a^2 + 1) - (a^4 - 2a^2 + 1)$$

$$= a^4 - 1 - a^4 + 2a^2 - 1 = 2a^2 - 2.$$

$$(3) \text{原式} = [-b + (a - c)][-b - (a - c)]$$

$$= (-b)^2 - (a - c)^2$$

$$= b^2 - (a^2 - 2ac + c^2) = b^2 - a^2 + 2ac - c^2;$$

$$(4) \text{原式} = (2 - x)^2 + 6x^2(2 - x) + (3x^2)^2$$