

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套教材

高等数学 (第三版) 练习册

○ 主编 侯风波



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
配套教材

高等数学(第三版)练习册

Gaodeng Shuxue (Disanban) Lianxice

主 编 侯风波

副主编 杨红梅 刘 欣



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《高等数学》(第三版)的配套教材。本书是以规范学生的课外作业、培养学生严谨认真的工作作风与实事求是的治学态度、训练学生创造性思维能力为目的,与主教材知识点相呼应的同步练习教材。本书采用一课一练的结构,活页装订,便于作业的布置、收交与保存;练习题由易到难、由浅入深、循序渐进,便于知识点的消化吸收、巩固与掌握。

全书共47组习题,分别对应主教材中函数、极限与连续、导数与微分、一元函数微分学的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、常微分方程、向量与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、级数等12章中的教学内容。

本书适用于高职高专学生高等数学课程同步训练及作业。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(第三版)练习册/侯风波主编. —北京:高等教育出版社,2011.6(2012.2重印)

ISBN 978-7-04-033143-1

I. ①高… II. ①侯… III. ①高等数学-高等学校-习题集

IV. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第096116号

策划编辑 邓雁城
责任校对 陈旭颖

责任编辑 崔梅萍
责任印制 韩 刚

封面设计 杨立新

版式设计 范晓红

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 廊坊市文峰档案印务有限公司
开 本 850×1168 1/16
印 张 6.5
字 数 130 000
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.1andracom.com>
<http://www.1andracom.com.cn>
版 次 2011年6月第1版
印 次 2012年2月第3次印刷
定 价 11.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 33143-00

前 言

该书是在侯风波教授主编的《高等数学练习册》基础上,为满足普通高等教育“十一五”国家级规划教材《高等数学》(第三版)布置课后作业或同步训练的需要,修改完善而成的。该练习册是以规范学生的课外作业、培养学生严谨认真的工作作风与实事求是的治学态度、训练学生创造性思维能力为目的,与主教材知识点相呼应的同步练习教材。

该书习题与《高等数学》(第三版)的章节对应,每次课对应一组习题,每组习题印在一张 16 开纸上,活页装订,便于作业的布置、收交与保存。

本书的主要特色有:

1. 习题编排从浅入深且与知识点及例题对应,便于消化吸收、巩固掌握所学知识点。
2. 多步填空题引导读者逐步完成一道习题的求解过程,便于通过规范的数学习题求解过程培养严谨认真的工作作风。
3. 注重前后习题间的内在联系,便于读者联想能力及创造性思维的训练。

本书统稿由侯风波教授完成,参加本书编写的还有杨红梅、刘欣。

不妥之处,敬请各位同仁批评指正。

编者

2011 年 3 月

目 录

第一章 函数	1	简单有理函数积分	41
习题一 函数及其性质	1	第六章 定积分	43
习题二 初等函数	3	习题一 定积分的概念	43
第二章 极限与连续	5	习题二 微积分基本公式	45
习题一[1] 极限的定义——极限的概念	5	习题三 定积分的积分方法	47
习题一[2] 极限的定义——无穷小与 无穷大	7	习题四 反常积分	49
习题二[1] 极限的运算——极限的四则 运算	9	第七章 定积分的应用	51
习题二[2] 极限的运算——两个重要 极限	11	习题一 定积分的几何应用	51
习题二[3] 极限的运算——无穷小的 比较	13	习题二 定积分的物理应用	53
习题三 函数的连续性	15	第八章 常微分方程	55
第三章 导数与微分	17	习题一 常微分方程的基本概念与分离 变量法	55
习题一 导数的概念	17	习题二 一阶线性微分方程与可降阶的 高阶微分方程	57
习题二[1] 求导法则——导数的四则 运算	19	习题三[1] 二阶常系数线性微分方程 ——二阶常系数齐次线性 微分方程	59
习题二[2] 求导法则——复合函数求导 ..	21	习题三[2] 二阶常系数线性微分方程 ——二阶常系数非齐次 线性微分方程	61
习题二[3] 求导法则——三个求导方法 ..	23	第九章 向量与空间解析几何	63
习题二[4] 求导法则——高阶导数	25	习题一 空间直角坐标系与向量的概念	63
习题三 微分及其在近似计算中的应用	27	习题二 向量的点积与叉积	65
第四章 一元函数微分学的应用	29	习题三 平面和直线	67
习题一 拉格朗日中值定理及函数的 单调性	29	习题四 曲面与空间曲线	69
习题二 柯西中值定理与洛必达法则	31	第十章 多元函数微分学	71
习题三 函数的极值与最值	33	习题一 多元函数的极限及连续性	71
习题四 函数图形的描绘	35	习题二 偏导数	73
第五章 不定积分	37	习题三 全微分	75
习题一 不定积分的概念及性质	37	习题四[1] 多元复合函数微分法及偏 导数的几何应用——多元 复合函数微分法	77
习题二[1] 不定积分的积分方法 ——换元积分法	39	习题四[2] 多元复合函数微分法及 偏导数的几何应用——偏	
习题二[2] 不定积分的积分方法 ——分部积分法			

导数的几何应用	79	系下的计算	85
习题五 多元函数的极值	81	习题二 二重积分的应用	87
第十一章 多元函数积分学	83	第十二章 级数	89
习题一[1] 二重积分的概念与计算 ——二重积分在直角 坐标系下的计算	83	习题一 数项级数及其敛散性	89
习题一[2] 二重积分的概念与计算 ——二重积分在极坐标		习题二[1] 幂级数——幂级数的概念 与性质	91
		习题二[2] 幂级数——将函数展开成 幂级数	93

第一章

函 数

习题一 函数及其性质

一、填空题：

1. $y = \sqrt{x^3 - 8}$ 的定义域是_____；

2. $y = \arcsin \frac{x-1}{3}$ 的定义域是_____；

3. $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-4}$ 的定义域是_____；

4. $y = \ln(1+x)$ 的定义域是_____；

5. $y = \sin x$ 的单调增区间是_____.

二、设函数 $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, 求 $f(0)$, $f(1)$, $f(-x+1)$.

三、试作函数 $y = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0, \\ 1-x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ 的图像, 并求 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

四、求函数 $y = \sqrt{x-2} + \ln(3-x)$ 的定义域.

五、下列各题中,函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

1. $f(x) = \ln x^4$ 与 $g(x) = 4 \ln x$;

2. $f(x) = \frac{x^4-1}{x^2+1}$ 与 $g(x) = x^2-1$.

六、设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ x-1, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$ 试画出 $f(x)$ 的图像,并求出 $f(x)$ 的单调增区间.

习题二 初等函数

一、求由函数 $y = \log_a u$, $u = v^3$, $v = 2+t$ 复合而成的复合函数.

二、下列函数可以看成哪些简单函数的复合?

1. $y = \log_a \sin 2^{x+1}$;

2. $y = \arcsin \sqrt{\lg(x-1)}$;

3. $y = \cos(e^x - 1)^2$;

4. $y = \cos^2 \ln(x^2 - 2x + 1)$.

三、函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 和 $g(x)=\frac{1}{\sqrt{-x}}$ 相加所得 $f(x)+g(x)$ 还是函数吗？为什么？

第二章

极限与连续

习题一[1] 极限的定义——极限的概念

一、是非题：

1. 因为 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 所以 $f(x)$ 在 x_0 点必须有定义; ()
2. 当 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $f(x)$ 在 x_0 的极限值不一定是 $f(x_0)$; ()
3. $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = \lim_{x \rightarrow 3} 3^2 = 9$; ()
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$. ()

二、试作函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 的图像, 并求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

三、当 $x \rightarrow 1$ 时, 分别求下列函数的极限, 并指出这三个函数的相同点和不同点:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}; \quad g(x) = x + 1; \quad h(x) = \begin{cases} x + 1, & x \neq 1, \\ 3, & x = 1. \end{cases}$$

四、已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ x^2 + 1, & x > 0, \end{cases}$ 求其在 $x=0$ 处的左、右极限, 并讨论其极限是否存在.

五、画出函数 $f(x) = 2^{-x}$ 的图像, 并求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

习题一[2] 极限的定义——无穷小与无穷大

一、自变量 x 在怎样的变化过程中, 下列函数为无穷小:

1. $y = \frac{1}{x+1};$

2. $y = e^{\frac{1}{x}}.$

二、自变量 x 在怎样的变化过程中, 下列函数为无穷大:

1. $y = \ln(x+1);$

2. $y = \frac{6x^3+7}{3x^2+3}.$

三、讨论 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 在什么条件下是无穷大? 什么条件下是无穷小?

四、求下列极限：

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x};$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} 3x \sin \frac{1}{x^3}.$

习题二[1] 极限的运算——极限的四则运算

一、由 $\lim_{x \rightarrow a} x = a (a \in \mathbf{R})$ 及极限的法则求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow 5} 6x$;

2. $\lim_{x \rightarrow 2} (6x+5)$;

3. $\lim_{x \rightarrow 10} (x^2 - 6x)$;

4. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-3}{5x+3}$.

二、在下面括号中填上适当的表达式:

求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{10+x^2} - x)$.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{10+x^2} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{10+x^2} - x)(\quad)}{\sqrt{10+x^2} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(10+x^2-x^2)}{\sqrt{10+x^2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x}{\sqrt{10+x^2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10}{\sqrt{\frac{10}{x^2} + 1} + (\quad)} = 5. \end{aligned}$$

三、求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1}$;

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+4} - 2}$;

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$.

四、由 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ 及极限的四则运算法则求下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{3 + \frac{1}{x^2}};$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2}{3x^3 + x}.$

五、已知 $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x = \infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{-x} = 0$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}}.$

六、求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x} + e^{-\frac{1}{x}}).$

习题二[2] 极限的运算——两个重要极限

一、求下列极限：

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x^2};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{3 \sin^3 2x};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} x \tan \frac{1}{x};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} x \cot x;$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1}-1}.$$