



教师资格考试最新指定大纲配套用书

2013 教师资格考试应试专用教材

数 学 学科知识与教学能力

组编 教师资格考试命题研究组
教师资格考试命题研究中心

高级中学

内容翔实，模块补充，囊括考试要点

精选例题，专家剖析，规避学习误区

重点难点，讲解透彻

习题精选，解析详尽，提升应试能力



NLIC2970860397

光明日报出版社



教师资格考试最新指定大纲配套用书

ISBN 978-7-211-2113-2

教育部考试中心 教师资格考试命题研究组 教师资格考试命题研究中心

北京：人民教育出版社，2013.11

2013 教师资格考试应试专用教材

数学 学科知识与教学能力

组编 教师资格考试命题研究组
教师资格考试命题研究中心

高级中学



内容翔实，模块补充，囊括考试要点

精选例题，专家剖析，规避学习误区

重点难点，讲解透彻，指



NLIC2970860397

习题精选，解析详尽，提升应试能力

人民教育出版社

人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学学科知识与教学能力. 高级中学 / 教师资格考试命题研究组, 教师资格考试命题研究中心编.

—北京: 光明日报出版社, 2012. 11

全国教师资格考试应试专用教材

ISBN 978-7-5112-3502-2

I. 数… II. ①教…②教… III. 中学数学课—教学法—高中—中学教师—资格考试—教材 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 265067 号

书名: 数学学科知识与教学能力(高级中学)

著者: 教师资格考试命题研究组 教师资格考试命题研究中心

出版人: 朱庆

终审人: 孙献涛

责任编辑: 曹杨 刘景峰

封面设计: 董国良

责任校对: 傅泉泽

责任印制: 曹诤

出版发行: 光明日报出版社

地址: 北京市东城区珠市口东大街 5 号, 100062

电话: 010-67078258(咨询), 67078270(发行), 67078235(邮购)

传真: 010-67078227, 67078255

网址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbs@gmw.cn caoyang@gmw.cn

法律顾问: 北京市洪范广住律师事务所徐波律师

印刷: 宏达印务有限公司

装订: 宏达印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社联系调换

开本: 890×1160mm 1/16

字数: 601 千字

印张: 20.5

版次: 2012 年 11 月第 1 版

印次: 2012 年 11 月第 1 次印刷

书号: ISBN 978-7-5112-3502-2

定价: 45.00 元

版权所有 翻印必究

前言

FOREWORD

北京师范大学 合编组

本书由北京师范大学、华东师范大学、华中师范大学、东北师范大学、首都师范大学、西南大学、南京师范大学、浙江大学等院校原参与考试大纲拟定的专家和教授，根据最新考试大纲、最新试点题型以及新课程改革精神全力打造。

自2011年起，我国开始实行由国家统一命题的教师资格国家标准化考试，并建立了一系列教师准入和管理制度。这为加快我国教师队伍建设和培养高素质专业化的教师团队提供了规划纲要，对提高教师社会地位和推动教育改革发展具有重要意义。

为了帮助广大考生顺利通过新大纲新形式的教师资格考试，应目前广大考生的迫切要求，我们特别组织了一批知名专家、学者认真研究考试大纲，编写了本套《全国教师资格考试应试专用教材》。

其中《数学学科知识与教学能力》(高级中学)是为高中数学教师资格申请者编写的笔试试用书。全书完全依照《高中数学学科知识与教学能力大纲》的最新要求编写而成，共分为数学学科知识、数学课程知识、数学教学知识与技能三个模块。具体特色如下：

✦名校阵容 权威编写

本教材是由北京师范大学、华东师范大学、华中师范大学、东北师范大学、首都师范大学、西南大学、南京师范大学、浙江大学等院校原参与考试大纲拟定的专家和教授，根据最新考试大纲、最新试点题型以及新课程改革精神全力打造。

✦知识脉络 化繁为简

本书特设“命题聚集”模块，将各章节的内容加工提炼，以科学形式编排，化繁为简，框架鲜明，使考生一目了然，便于掌握。

✦考纲要求 考点明晰

本教材紧紧围绕教育部颁布的全国教师资格考试最新大纲，全面捕捉考试要点，深入分析高中数学学科的课程理论知识和教材教法，能使考生迅速明晰复习方向。

✦名师讲堂 重点突出

本书不但对应考内容进行了全面细致、深入浅出的讲解，而且有针对性地增加了“经典例

题名家点评”一项,还在讲解内容的左右侧加入相关的“名师点拨”、“阅卷老师提醒”和“考生反馈”等模块,使得讲解内容更加全面,模块补充更加完整。在对整个考试内容全面把握的基础上,用最简单、最直白的语言对知识点进行讲解,更有助于考生进行理解识记。

讲练结合 名家模拟

本教材在每章讲解内容后都附有精心编拟的章节习题,便于考生及时巩固本章所学内容。另外,本教材还包含由专家教授精心编制的一套全真模拟试题。值得注意的是,模拟试题的题型和难度均以大纲要求和试点考试真题题型为基准,既有助于考生在学习过程中及时复习巩固,又有助于考生了解出题重点与考试形式。

为了回馈广大考生的信任与支持,便于考生获取更多的学习指导、考试指导等相关内容,我们的专业考试网站 www.zjks365.com 将同步支持教师资格考试,注册后还可以在考前 20 天免费下载高含金量的考前冲刺密押试卷一套。

用专业心,做专业事。本套教师资格教材能够成功面世,是与我们教育团队多年的心血分不开的。本着“天道酬勤,一心为您”的服务理念,为了能够使本套教材惠及更多的考生,我们几易其稿,就是为了能够将优秀的辅导教材完美地呈现给大家,完成众多莘莘学子的教师梦。

衷心希望本套丛书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助,预祝各位考生考试顺利,轻松过关!

教师资格考试命题研究组

教师资格考试命题研究中心

目 录

CONTENTS

(100)	平角卷冷题网典卷	(10)	建通卷二 节二第
(101)	册林数区数林	(10)	册林数卷
(113)	册林及案答卷		平角卷冷题网典卷
(116)	织图平回空		册林数区数林
(116)	册林及案答卷	(17)	册林及案答卷
(116)	织图平回空	(17)	织图平回空
(117)	册林数卷		册林数卷
(121)	织图平回空		织图平回空
(123)	册林数卷		册林数卷
(124)	模块一 数学学科知识		
(125)	织图平回空		织图平回空
	第一章 数与代数		
	* 命题聚焦	(3)	
	第一节 实数	(3)	
	考点精讲	(3)	
	经典例题名家点评	(6)	
	第二节 数的开方与二次根式	(7)	
	考点精讲	(7)	
	经典例题名家点评	(8)	
	第三节 代数式、整式与分式	(9)	
	考点精讲	(9)	
	经典例题名家点评	(12)	
	* 精选习题特训	(12)	
	* 参考答案及精析	(14)	
	第二章 方程与方程组	(16)	
	* 命题聚焦	(16)	
	第一节 一元一次方程与多元一次方程	(16)	
	考点精讲	(16)	
	经典例题名家点评	(17)	
	第二节 一元二次方程	(19)	
	考点精讲	(19)	
	经典例题名家点评	(21)	
	* 精选习题特训	(22)	
	* 参考答案及精析	(23)	
	第三章 不等式	(25)	
	* 命题聚焦	(25)	
	第一节 不等式的性质	(25)	
	考点精讲	(25)	
	经典例题名家点评	(27)	
	第二节 不等式的解法、证明	(28)	
	考点精讲	(28)	
	经典例题名家点评	(31)	
	第三节 线性规划	(34)	
	考点精讲	(34)	
	经典例题名家点评	(35)	
	* 精选习题特训	(36)	
	* 参考答案及精析	(39)	
	第四章 集合与简易逻辑	(43)	
	* 命题聚焦	(43)	
	第一节 集合	(43)	
	考点精讲	(43)	
	经典例题名家点评	(45)	
	第二节 简易逻辑	(45)	
	考点精讲	(45)	
	经典例题名家点评	(47)	
	* 精选习题特训	(47)	
	* 参考答案及精析	(49)	
	第五章 函 数	(51)	
	* 命题聚焦	(51)	
	第一节 函数基本知识	(51)	
	考点精讲	(51)	
	经典例题名家点评	(58)	

第二节 三角函数	(61)	经典例题名家点评	(109)
考点精讲	(61)	* 精选习题特训	(110)
经典例题名家点评	(67)	* 参考答案及精析	(113)
* 精选习题特训	(70)	第九章 空间与图形	(116)
* 参考答案及精析	(75)	* 命题聚焦	(116)
第六章 数列	(79)	第一节 平面图形	(116)
* 命题聚焦	(79)	考点精讲	(116)
考点精讲	(79)	经典例题名家点评	(121)
经典例题名家点评	(82)	第二节 圆	(123)
* 精选习题特训	(84)	考点精讲	(123)
* 参考答案及精析	(85)	经典例题名家点评	(125)
第七章 复数	(88)	第三节 空间图形	(126)
* 命题聚焦	(88)	考点精讲	(126)
第一节 复数及其表示	(88)	经典例题名家点评	(127)
考点精讲	(88)	第四节 图形的做法与变换	(127)
经典例题名家点评	(89)	考点精讲	(127)
第二节 复数的运算	(90)	经典例题名家点评	(129)
考点精讲	(90)	* 精选习题特训	(129)
经典例题名家点评	(91)	* 参考答案及精析	(136)
* 精选习题特训	(93)	第十章 平面向量与平面解析几何	(140)
* 参考答案及精析	(94)	* 命题聚焦	(140)
第八章 统计与概率	(96)	第一节 平面向量	(140)
* 命题聚焦	(96)	考点精讲	(140)
第一节 排列组合及二项式定理	(96)	经典例题名家点评	(142)
考点精讲	(96)	第二节 平面解析几何	(144)
经典例题名家点评	(98)	考点精讲	(144)
第二节 随机事件及其概率	(100)	经典例题名家点评	(148)
考点精讲	(100)	* 精选习题特训	(151)
经典例题名家点评	(104)	* 参考答案及精析	(154)
第三节 随机变量及其分布	(104)	第十一章 直线、平面与简单几何体	(157)
考点精讲	(104)	* 命题聚焦	(157)
经典例题名家点评	(106)	第一节 平面、空间两直线	(157)
第四节 统计	(107)	考点精讲	(157)
考点精讲	(107)	经典例题名家点评	(159)

第二节 直线与平面平行、平面与平面平行	213
..... (160)	
考点精讲 (160)	
经典例题名家点评 (161)	
第三节 直线与平面垂直、平面与平面垂直	213
..... (162)	
考点精讲 (162)	
经典例题名家点评 (165)	
第四节 简单几何体	213
..... (166)	
考点精讲 (166)	
经典例题名家点评 (168)	
* 精选习题特训 (169)	
* 参考答案及精析 (174)	
第十二章 数学归纳法	178
..... (178)	
* 命题聚焦 (178)	
考点精讲 (178)	
经典例题名家点评 (178)	
* 精选习题特训 (181)	
* 参考答案及精析 (183)	
第十三章 微积分	185
..... (185)	
* 命题聚焦 (185)	
第一节 函数与极限	185
..... (185)	
考点精讲 (185)	
经典例题名家点评 (190)	
第二节 一元函数微分学	192
..... (192)	
考点精讲 (192)	
经典例题名家点评 (196)	
第三节 一元函数积分学	198
..... (198)	
考点精讲 (198)	
经典例题名家点评 (202)	
* 精选习题特训 (203)	
* 参考答案及精析 (208)	
第十四章 空间解析几何	213
..... (213)	
* 命题聚焦 (213)	
第一节 空间直角坐标系	213
..... (213)	
考点精讲 (213)	
经典例题名家点评 (214)	
第二节 空间向量及其运算	215
..... (215)	
考点精讲 (215)	
经典例题名家点评 (216)	
第三节 空间平面方程	217
..... (217)	
考点精讲 (217)	
经典例题名家点评 (218)	
第四节 空间直线方程	220
..... (220)	
考点精讲 (220)	
经典例题名家点评 (221)	
第五节 空间曲面方程	223
..... (223)	
考点精讲 (223)	
经典例题名家点评 (224)	
* 精选习题特训 (225)	
* 参考答案及精析 (228)	
第十五章 线性代数	232
..... (232)	
* 命题聚焦 (232)	
第一节 行列式	232
..... (232)	
考点精讲 (232)	
经典例题名家点评 (234)	
第二节 矩阵	235
..... (235)	
考点精讲 (235)	
经典例题名家点评 (238)	
第三节 线性方程组	240
..... (240)	
考点精讲 (240)	
经典例题名家点评 (244)	
* 精选习题特训 (246)	
* 参考答案及精析 (250)	

模

块

一

模块一 数学学科知识

- 第一章 数与代数
- 第二章 方程与方程组
- 第三章 不等式
- 第四章 集合与简易逻辑
- 第五章 函 数
- 第六章 数 列
- 第七章 复 数
- 第八章 统计与概率
- 第九章 空间与图形
- 第十章 平面向量与平面解析几何
- 第十一章 直线、平面与简单几何体
- 第十二章 数学归纳法
- 第十三章 微积分
- 第十四章 空间解析几何
- 第十五章 线性代数

MO KUAI YI

念辨的醉残,二

青) 残实个一第
醉出 (残野沃 残野里
来点的上醉残跟以可
土醉残已残实明, 示表
系关应故一一 是点的

第一章 数与代数

残野青, 三

念辨的残野青, 1

命题聚焦

本章将具体讲述实数、有理数、代数式、整式、分式、方程等概念及相应的运算性质和法则. 其考点如下:

1. 理解实数、有理数、无理数、相反数和绝对值的概念;
2. 会比较有理数的大小;
3. 掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及混合运算;
4. 理解科学计数法、近似数和有效数字的概念;
5. 理解平方根、算术平方根、立方根的概念;
6. 理解实数与数轴上的点之间的对应关系;
7. 理解代数式、整式和分式的概念;
8. 掌握二次根式、整式和分式的加、减、乘、除的运算法则;
9. 掌握因式分解的基本方法.

第一节 实数

考点精讲

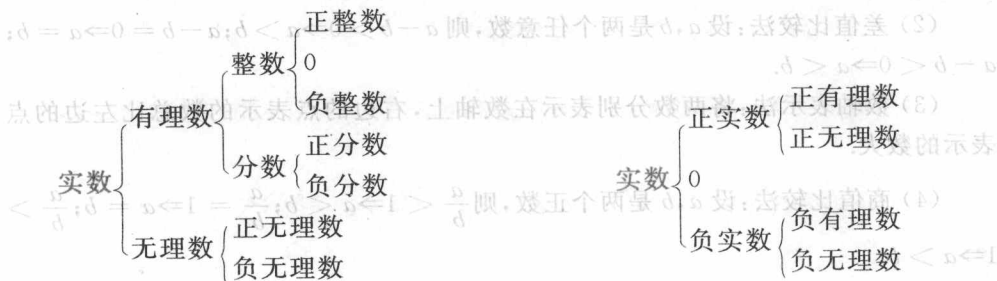
一、实数的基本概念与分类

1. 实数的概念

有理数和无理数统称为实数. 无限不循环小数叫做无理数, 如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt[3]{5}$ 、 π 等都是无理数.

2. 实数的分类

实数最常见的有以下两种分类方法:



【名师点拨】

每一个实数(有理数或无理数)也都可以用数轴上的点来表示,即实数与数轴上的点是一一对应关系.

二、数轴的概念

数轴:规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.原点、正方向和单位长度是数轴的三要素.

实数与数轴上的点之间的对应关系:数轴上的任一点必定表示一个实数,即它所表示的数,不是有理数就是无理数.

三、有理数

1. 有理数的概念

整数和分数统称为有理数.任何一个有理数都可以写成分数的形式.

2. 有理数的分类

有理数有两种分类法:

(1) 有理数分为整数与分数.整数包括正整数、零、负整数;分数包括正分数和负分数.

(2) 有理数分为正有理数、零、负有理数.正有理数包括正整数、正分数;负有理数包括负整数、负分数.

3. 绝对值的概念

(1) 绝对值的概念:数轴上表示 a 的点到原点的距离叫做数 a 的绝对值.

(2) 绝对值的特性:一个正数的绝对值是其本身,一个负数的绝对值是它的相反数,0 的绝对值还是 0.

4. 倒数

倒数是指一个数 x 与其相乘的积为 1 的数.

5. 相反数

(1) 相反数的概念:绝对值相同但符号不同的两个数互为相反数.

(2) 相反数的特性:若 a, b 互为相反数,则 $a + b = 0$;反之,若 $a + b = 0$,则 a, b 互为相反数.

6. 有理数的大小比较

在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数大,任何正数大于 0 和负数,任何负数小于 0 和正数.两个正数中,绝对值大的数较大;两个负数中,绝对值大的数反而小.

有理数大小的比较常用以下几种方法:

(1) 代数比较法:正数大于零;负数小于零;正数大于一切负数;两个负数,绝对值大的反而小.

(2) 差值比较法:设 a, b 是两个任意数,则 $a - b > 0 \Rightarrow a > b; a - b = 0 \Rightarrow a = b; a - b < 0 \Rightarrow a < b$.

(3) 数轴表示法:将两数分别表示在数轴上,右边的点表示的数总比左边的点表示的数大.

(4) 商值比较法:设 a, b 是两个正数,则 $\frac{a}{b} < 1 \Rightarrow a < b; \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b; \frac{a}{b} > 1 \Rightarrow a > b$.

【阅读老师提醒】

除 0 外,所有的实数都存在倒数.

7. 有理数的运算法则

(1) 加法法则

同号两数相加,取相同的符号,再把绝对值相加;异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,然后较大的绝对值减去较小的绝对值;互为相反数的两个数相加得0;任何数和0相加得本身.

(2) 减法法则

减去一个数等于加上这个数的相反数.

(3) 乘法法则

两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘;任何数同0相乘结果为0;几个不等于0的数相乘,积的符号由负因数的个数决定,当负因数的个数为奇数时,积为负;为偶数时,积为正.

(4) 除法法则

除以一个数,等于乘以这个数的倒数;两数相除同号得正,异号得负,并把绝对值相除;0除以任何一个不为0的数,商为0.

(5) 乘方法则

正数的任何次幂都是正数;负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数;0的任何正数次幂都是0.

8. 有理数的混合运算

先算乘方,再算乘除,最后算加减,如果有括号就先算括号里面的.

(1) 加法交换律: $a + b = b + a$.

(2) 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

(3) 乘法交换律: $ab = ba$.

(4) 乘法结合律: $(ab)c = a(bc)$.

(5) 乘法对加法的分配律: $a(b + c) = ab + ac$.

9. 近似数与有效数字的概念

近似数:接近准确数而不等于准确数的数叫做这个准确数的近似数.

有效数字:一个数从左边第一个不为0的数开始到最后一个数字为止,所有的数字都叫做这个数的有效数字.

10. 用四舍五入法求有理数的近似数

根据制定的精确度或有效数字的个数,用四舍五入法求一个有理数的近似数:规定保留到某一位时,看其下一位的数字,这个数字不大于4时直接舍去,这个数字不小于5时前面的数字加1.

11. 用科学计数法表示一个数

用科学计数法表示一个数,就是把一个数写成 $a \times 10^n$ 的形式(其中 $1 \leq a < 10$, n 是整数).

记数的方法:①确定 a : a 是只有一位整数位的数;②确定 n :当原数 ≥ 1 时, n 等于原数的整数位数减1;当原数 < 1 时, n 是负数,它的绝对值等于原数中左起第一个非零数字前零的个数(含整数位上的零).

【名师点拨】

近似数最末一个数字所处的位数就是它的精确度.

四、指数幂

1. 整数指数幂

当指数是正整数 n 时, a^n 叫做正整数指数幂. 当指数是 0, 且 a 不等于 0 时, a^0 叫做零指数幂. 当指数是负整数 $-n$, 且 a 不等于 0 时, a^{-n} 叫做负整数指数幂. 以上各种幂统称为整数指数幂.

2. 整数指数幂的运算法则(下面的 m, n 均为整数)

(1) 任何非零数的 0 次幂都等于 1. ($a^0 = 1$)

(2) 任何非零数的一 n 次幂, 等于这个数的 n 次幂的倒数. ($a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0)$)

(3) 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加. ($a^m \cdot a^n = a^{m+n}$)

(4) 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减. ($\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} (a \neq 0)$)

(5) 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘. ($(a^m)^n = a^{mn}$)

(6) 积的乘方, 各个因式分别乘方. ($(a \cdot b)^n = a^n b^n$)

(7) 分式乘方, 分子分母各自乘方. ($(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n} (b \neq 0)$)

经典例题名家点评

【例 1】 光年是天文学中的距离单位, 1 光年大约是 9500000000000 km, 这个数据用科学计数法表示是 ()

- A. 0.95×10^{13} km B. 9.5×10^{12} km C. 95×10^{11} km D. 950×10^{10} km

名家点评 B 利用科学计数法的有关概念知选 B.

【例 2】 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图 1-1-1 所示, 则 $|a+c| + |c-b| - |b+a| =$ ()

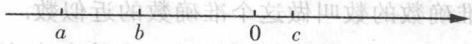


图 1-1-1

- A. $-2b$ B. 0 C. $2c$ D. $2c - 2b$

名家点评 B 由图可知: $a < b < 0 < c$, 且 $|c| < |a|$, $|c| < |b|$, 所以 $|a+c| = -(a+c)$, $|c-b| = c-b$, $|b+a| = -(b+a)$, 所以 $|a+c| + |c-b| - |b+a| = -(a+c) + c-b + b+a = 0$.

【例 3】 计算: (1) $0.7 \times \frac{13}{11} - 6.6 \times \frac{3}{7} - 2.2 \div \frac{7}{3} + 0.7 \times \frac{9}{11}$;

(2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$;

(3) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2012 \times 2013}$.

√名家点评 (1) 原式 = $(0.7 \times \frac{13}{11} + 0.7 \times \frac{9}{11}) + (-6.6 \times \frac{3}{7} - 2.2 \times \frac{3}{7})$
 $= 0.7 \times (\frac{13}{11} + \frac{9}{11}) - 6.6 \times (\frac{3}{7} + \frac{1}{7})$
 $= 0.7 \times 2 - 6.6 \times \frac{4}{7} = 1.4 - \frac{132}{35} = -\frac{83}{35};$

(2) 原式 = $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + (\frac{1}{64} + \frac{1}{64}) - \frac{1}{64} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + (\frac{1}{32} + \frac{1}{32}) - \frac{1}{64}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + (\frac{1}{16} + \frac{1}{16}) - \frac{1}{64} = \dots = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) - \frac{1}{64} = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64};$

(3) 原式 = $(1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots + (\frac{1}{2012} - \frac{1}{2013})$
 $= 1 + (-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) + (-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) + \dots + (-\frac{1}{2012} + \frac{1}{2012}) - \frac{1}{2013} = 1 - \frac{1}{2013} = \frac{2012}{2013}.$

第二节 数的开方与二次根式

考点精讲

一、数的开方

1. 平方根

平方根: 如果一个数的平方等于 a , 那么这个数就叫做 a 的平方根(或二次方根), 正数 a 的平方根记为“ $\pm\sqrt{a}$ ”.

平方根的性质: 一个正数的平方根有两个, 且它们互为相反数; 零只有一个平方根, 还是零; 负数没有平方根.

算术平方根: 正数 a 的正的平方根叫做 a 的算术平方根. 一个正数的算术平方根是一个正数, 零的算术平方根是零, 负数没有算术平方根.

开平方运算: 求一个非负数 a 的平方根的运算叫做开平方. 平方运算是开平方运算的逆运算.

2. 立方根

立方根: 如果一个数 x 的立方等于 a , 即 $x^3 = a$, 则称数 x 为 a 的立方根(或三次方根).

立方根的性质: 任意数都有立方根, 正数有一个正的立方根, 负数有一个负的立方根, 零的立方根仍为零.

开立方运算: 开立方的运算与立方运算互为逆运算, 负数(在实数范围内)不能开平方但可以开立方运算.

二、二次根式

1. 二次根式的基本概念

定义: 式子 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 叫做二次根式, 其中 a 叫做被开方数.

最简二次根式: ① 被开方数的因数是整数, 因式是整式; ② 被开方数中不含有

【例题精彩呈现】

【名师点拨】

① $\sqrt[3]{a}$ 中的 a 可以是正数、负数或零;

② $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$;

③ $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$.

开得尽方的整数或整式,满足上述两个条件的二次根式是最简二次根式.

同类二次根式:几个二次根式化成最简二次根式后,如果被开方数相同,那么这几个二次根式叫做同类二次根式.

2. 二次根式的性质

① $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$;

② $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$;

③ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$;

④ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0)$;

3. 二次根式的运算法则

① 加减:二次根式相加减,先把各个二次根式化成最简二次根式,再合并同类二次根式;

② 乘法: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$;

③ 除法: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0)$;

④ 混合运算:二次根式的混合运算顺序与实数的混合运算顺序一样,先算乘方,后算乘除,最后算加减,有括号的先算括号内的.

4. 二次根式的有理化

① 分母有理化:把分母中的根号化去,叫做分母有理化.其方法是分子分母同乘以分母的有理化因式.

② 有理化因式:两个含有根式的代数式相乘,如果它们的积不含根式,那么这两个代数式互为有理化因式.

【阅读老师提醒】

常用的有理化因式有: \sqrt{a} 与 $\sqrt{a} (a \geq 0)$;
 $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ 与 $a \mp \sqrt{b}$; $a\sqrt{b} \pm c\sqrt{a}$ 与 $a\sqrt{b} \mp c\sqrt{a}$.

经典例题名家点评

【例1】当 $m > 0, n < 0$ 时, $\sqrt{-n^3m^2} =$ _____

名家点评 由于 $m > 0, n < 0$, 故 $n^3 < 0, m^2 > 0, \sqrt{-n^3m^2} = \sqrt{-n^2} \cdot \sqrt{m^2} = |n| \cdot \sqrt{-n} \cdot |m| = -nm\sqrt{-n}$.

【例2】当 x 是多少时, $\sqrt{2x+3} + \frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义?

名家点评 要使 $\sqrt{2x+3} + \frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义,必须同时满足 $\sqrt{2x+3}$ 中的 $2x+3 \geq 0$ 和

$\frac{1}{x+1}$ 中的 $x+1 \neq 0$, 则 $\begin{cases} 2x+3 \geq 0, & \textcircled{1} \\ x+1 \neq 0, & \textcircled{2} \end{cases}$ 由 $\textcircled{1}$ 得: $x \geq -\frac{3}{2}$, 由 $\textcircled{2}$ 得: $x \neq -1$,

所以当 $x \geq -\frac{3}{2}$ 且 $x \neq -1$ 时, $\sqrt{2x+3} + \frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义.