高等数学

南京工学院数学教研组

目　录

毛主席语录

“自然界存在着许多的运动形式，机械运动、发声、发光、发热、电流、化分、化合等等都是。所有这些物质的运动形式，都是互相依存的，又是本质上互相区别的”。

第一章 函 数

第一节 变量及其变化范围

自然界的任何事物，由于其内部的矛盾性，总是处在永不停息的运动变化之中，在永恒的、绝对的物质运动中又包含着各种各样的相对静止状态。但是任何变化过程，都表现为一定的数量的变化，事物的这种绝对运动和相对静止状态表现在数量方面，就有所谓“变量”与“常量”的区别。具体地说，在某一运动过程中保持不变的量称为**常量**，取不同的值而变化的量称为**变量**。例如，自由落体的下降时间和下降距离是这一变化过程中的变量，而落体的质量则是常量；又如一个三角形，其顶点沿平行于它的底的直线移动时（图 1—1），在这一变化过程中，三角形的三个角及两边是变量，而底边、高、面积及角的和是常量。

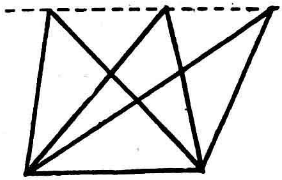

图 1—1

一个量到底是常量还是变量，并不是绝对的。同一个量在某种情况下可以认为是常量，而在别的情况下就可能是变量。例如地面附近的重力加速度，在小范围内它的变化是微小的，也就是说它的变化对于整个过程中所考虑的一切量的数值影响不大，可以忽略不计，所以我们把它看作常量。但是在发射人造卫星时，就需要考虑重力加速度的差别，这是因为物体离地面过高时，重力加速度的变化就较大，在所考虑的问题中起着显著的作用，所以它就成为变量了。因此，判断一个量是常量还是变量，应当根据问题的不同要求具体地进行分析。在不同的条件、时间和地点，问题的性质和要求

也就不同。

在微积分中研究的数量关系主要是变量间的关系。在这里我们所讨论的量都是用实数来刻划的。为了易于辨别起见，我们经常用 x、y、z 等字母表示变量，用 a、b、c 等字母表示常量。

由于问题的性质以及变量本身的特征，变量所能取值的范围往往会受到一些限制。例如温度不论在什么问题中只能大于 -273℃，自由落体的下降时间和距离也只有在落体落到地面以前才有意义。因此，对于我们所讨论的变量，它的值是有一定的变化范围的。

变量的变化范围，也就是变量的取值范围。在变量取实数值时，常被限制在某两个已知数之间，这时变量的变化范围叫做**区间**。下面我们来介绍区间的概念。

区间是指界于某两个实数之间的全体实数，而那两个实数叫做区间的端点。

设 a 与 b 为两个实数且 $a<b$，所有满足不等式

$$a\leqslant x\leqslant b$$

的实数 x 的全体叫做**闭区间**，记为 $[a,b]$。这就是说变量 x 的变化范围为闭区间 $[a,b]$。

对于所有满足不等式

$$a<x<b$$

的实数 x 的全体叫做**开区间**，记为 (a,b)。

对于所有满足不等式

$$a<x\leqslant b \qquad 或 \qquad a\leqslant x<b$$

的实数 x 的全体叫做**半开区间**，记为 $(a,b]$ 或 $[a,b)$。

从数轴上来说，区间是界于某两点之间的线段上的全体点，这两点就是区间的端点，两端点间的距离就是线段的长度，并称为区间的长度。例如上述各个区间的端点是点 a 和点 b，长度是 $b-a$。

除了上述有限区间外还有无限区间：

$(-\infty,+\infty)$ 表示全体实数，也可写为 $-\infty<x<+\infty$；

$(a,+\infty)$ 表示大于 a 的全体实数，也可写为 $a<x<+\infty$；

$(-\infty, a)$ 表示小于 a 的全体实数，也可写为 $-\infty<x<a$。

第二节 函数概念

在自然现象和技术问题中，变化的量通常不止一个。由于物质的运动形式是互相依存的，每一事物的运动都和它的周围其它事物互相联系和互相影响着。因此，在这些变量间，往往存在着确定的依赖关系。为了说明这种关系，我们来看几个实例。

例 1 在初等数学中我们已经知道，圆的周长 c 和它的半径 R 之间的关系是

$$c=2\pi R$$

半径 R 可以在不为负值的某一范围内任意取值，当 R 的值取定后，其所对应的周长 c 也就随着确定了。

例 2 在物理中我们知道，在真空中自由落体所经过的距离 S，和下落时所需的时间 t 之间，存在着用下式表示出的关系

$$S=\frac{1}{2}gt^2 \qquad (\text{其中 } g \text{ 为重力加速度})$$

由于 t 表示下落所需的时间，因此从物体开始下落时的时刻 $t=0$，到物体着地时的时刻 $t=T$ 之间，每一时刻 t，都对应了一个确定的 S。

例 3 在电工中我们知道，如果给定了电路中的电阻 R，那么电压 U 和电流强度 I 之间的关系是

$$U=RI$$

当电流强度 I 取定之后，电压 U 也就跟着决定了。

通过上面的例子，我们可以了解到各种现象，各种过程的许多量之间存在着彼此相互依赖，相互制约的关系。这种关系在数学上就叫做函数关系。

函数关系的实例在三大革命实践中还可以举出很多。对于函数关系进行研究，就会更深入地揭示存在于客观事物内部的某些规律性。当人们掌握了这些函数关系时，就大大有利于人们来改造自然界，为人类服务。因此，我们研究函数关系的目的，就在于从函数变化的关系上去认识客观事物中的某些规律性，以便“**拿了这种对于客观规律性的认识去能动**

地改造世界”。微积分研究的主要对象就是变量间的函数关系。

人们在三大革命实践中，经过多次反复体验，在认识上出现一个飞跃，总结出了函数关系的概念，现在我们抽去以上各例中变量的具体意义，总结出函数的一般定义如下：

定义 设有两个变量 x 和 y，如果对于 x 的变化范围内的每一个值，y 就按照一定的规律有确定的对应值，则称 y 是 x 的函数，并称 x 为自变量，y 为因变量。

每个 x 值可能只对应一个 y 值，这时就称 y 是 x 的**单值函数**；如果每个 x 值对应多个 y 值，则称 y 是 x 的**多值函数**。以后如无特别声明，所说函数都应理解为单值的。

y 是 x 的函数，用记号 $y=f(x)$ 或 $y=F(x)$ 等来表示，其中字母 f，F 等不是数而是表示 x 与 y 之间的一种确定的对应规律，例如 $y=2x^2+1$，此处 f 就是由自变量的平方乘以 2 再加 1 所确定的对应规律，即 $f(x)=2x^2+1$。在同一问题中不同的函数关系，为了避免混淆，应该用不同的字母来表示。

按定义，常数也可以看作是函数，这时不论自变量 x 取何值，因变量 y 恒等于这一常数（设为 c），即

$$y=c$$

这种情况在生活实践中也是常见的，例如在海洋中航行的轮船，它的速度 V 是时间 t 的函数，但是当轮船等速前进时，尽管时间 t 在改变但它的速度却保持不变，这时函数 V 就是常数。

从上面的函数定义中我们知道：如果两个变量之间的关系是函数关系，那么自变量和因变量之间就有一种确定的对应规律，自变量也要有一个变化范围，并且对于自变量在变化范围内的每一个值，函数具有确定的对应值。自变量的这种变化范围我们称为**函数的定义域**。由此可见，构成函数概念本质的东西有二，即自变量与因变量之间的对应规律及函数的定义域。

在实际问题中，函数的定义域是由实际问题的条件来确定的，例如，在例 2 中，落体运动开始的时刻为 $t=0$，落地的时刻为 $t=T$，则函数 $S=\frac{1}{2}gt^2$ 的定义域为区间$[0,T]$。因为在物体落地的时刻 T 以后，讨论

落体运动也就没有意义了。通常我们都将函数的定义域附注在表达函数关系的式子后面，例如上面的函数通常写作

$$S=\frac{1}{2}gt^2, \qquad 0\leqslant t\leqslant T$$

如果在数学问题的一般研究中，没有给予函数任何实际意义，这时函数的定义域，就由表达这个函数的式子（或其它表达形式）来确定，也就是以所有使这式子有意义的全体自变量值作为函数的定义域。例如，函数 $y=x^2$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$；函数 $y=\lg x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$，因为只有当 x 为正数时才能由关系式 $y=\lg x$ 计算出确定的 y 值。又如函数 $y=\sqrt{r^2-x^2}$ 的定义域为 $[-r, +r]$，这是因为 r^2-x^2 不能为负，即 $r^2-x^2\geqslant0$。

自变量 x 取值 a 时，函数 $y=f(x)$ 的对应值用记号 $f(a)$ 来表示，**称 $f(a)$ 为函数在 $x=a$ 时的特定值或函数值**。例如，设 $f(x)=x^2$，当 $x=2$ 时，所对应的函数值用 $f(2)$ 来表示，其值为 $f(2)=2^2=4$；当 $x=a$ 时，$f(a)=a^2$。$f(2)$ 和 $f(a)$ 都是确定的数。当 x 取变数值时，例如当 $x=\frac{1}{t}$时（t 是变量），函数的对应值为 $f\left(\frac{1}{t}\right)=\left(\frac{1}{t}\right)^2=\frac{1}{t^2}$也是一个变量。

前面我们已经看到，所谓已知一函数就是知道这函数的定义域及在定义域内函数与自变量之间的确定的对应关系，至于这一对应关系是用什么形式来表达的，在函数定义中并未涉及到。但是，当我们具体研究某一函数时，就要求我们能用某一种方法来表达这个函数。在前面我们所举的三个例子中，自变量与因变量间的对应关系都是用**公式**表示出来的，我们称这种方法为**公式表示法**（或称为**分析法**）。例如，$y=\frac{1+x+x^2}{\log x}$，$(x>0)$；$y=\sqrt{1+\sin x}$，$(-\infty<x<+\infty)$ 等，都是用分析法表示的函数。但是公式表示法不是表示函数关系的唯一方法，因为在三大革命实践中我们所遇到的种种函数并不一定都是或都能用公式表示的，下面我们来看几个例子。

例 4　为了掌握某个地区气温变化对气候影响的规律，气象台用自动记录器每天测出一昼夜气温的变化情况，如图 1—2，横坐标表示时间 t，纵坐标表示温度 T。在这个问题中，曲线上任一点 $P(a,b)$ 表示在时间

$t=a$ 时测得一定的气温 $T=b$， 所以对于 t 的每一个值，T 都有一个确定的对应值,所以 T 是 t 的函数。这个函数不是用公式表示的，而是用图形表示的。这种用图形来表示函数对应关系的方法，称为**图形表示法**。

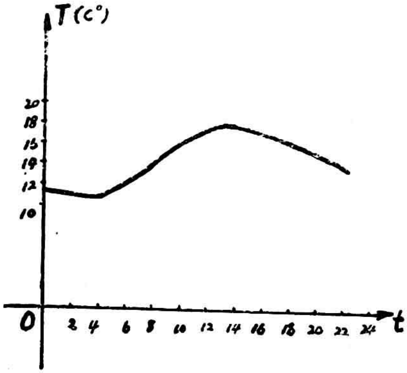

图　1—2

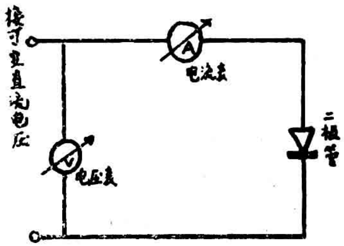

图　1—3

例 5　由实验测得某种晶体二极管的伏安特性（图 1—3）数据如下：

正向伏安特性	电压 U（伏）	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
	电流 I（毫安）	0	0.5	0.1	1.3	2.4	5
反向伏安特性	电压 U（伏）	0	−20	−40	−60	−80	−100
	电流 I（毫安）	0	−0.015	−0.03	−0.06	−0.11	−0.25

在这个问题中,对于 U 的每一个值（$U=-100, -80, \cdots 0, 0.2 \cdots$），$I$ 有一个确定的对应值，所以 I 是 U 的函数。这个函数既不是用公式表示的，也不是用图形表示的，而是用表格表示的，这种表示函数的方法称它为**表格表示法**。

在实际应用中，我们经常还会遇到这样一种函数，它虽然能用公式表出来，但是对于自变量所取的一切值，两变量间的对应关系不能用一个公式表示，而必须用几个公式才能把它完全表示出来，下面我们来看一个这样的例子。

例 6　在无线电中，有一种“奇对称的锯齿波”，其图象是等腰三角形两

腰所构成的折线，（如图 1—4），其中 x 表示时间，e 表示交流电压。

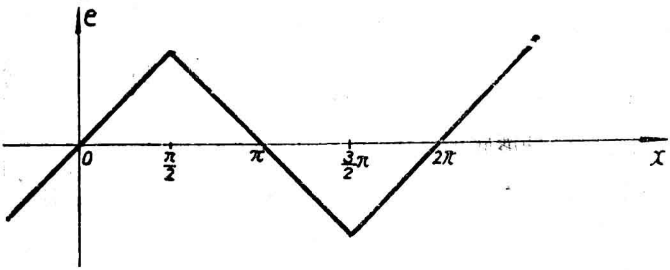

图 1—4

这个周期运动中，电压 e 与时间 x的关系就要用两个公式才能把它表示出来。在$-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$ 中，函数的 图形是直线， 这段直线的方程是 $e=\frac{2}{\pi}x$； 在$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\pi$ 中， 函数的图形是直线，这段直线的方程是 $e=-\frac{2}{\pi}x+2$。因此要将这个函数完全表示出来，我们便采用下面的方法：

$$e=\begin{cases}\frac{2}{\pi}x & -\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}\\ -\frac{2}{\pi}x+2 & \frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}\pi\end{cases}$$

这种表示函数的方法称为**分段表示法。**

通过以上实例的分析， 我们知道表示 函数的方法最 常用的有三种：（1）公式表示法或称分析法；（2）图形表示法；（3）表格表示法。

在工程技术的许多问题中，有时只知道变量间的函数关系存在，而没有具体表示出来，这时首要的工作就是：根据问题中变量变化的状态和规律（或条件），运用各种可能的方法（通常用分析法，图形法，表格法），把函数关系具体表示出来，这一工作简称为建立函数关系。当我们在生产实践中， 不仅发现了变量间有函数关系存在， 而且又建立了 这种函数关系，那末我们就可以运用变量变化的规律为生产服务。建立函数关系没有统一的方法，只有根据具体问题作具体处理，今举例如下：

例 7 设有上下均有底的圆柱形铁桶（图1—5），它的容积是一个常量 V，底半径为 r，表面积为 s，求表面积 s 与底半径 r 的函数关系。

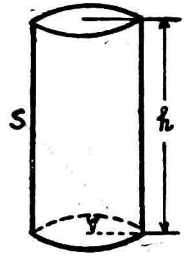

图 1—5

解： 由于铁桶的容积是一常数 V， 铁桶的高度 h 的值显然就被底半径 r 的值所确定，从而铁桶的表面积 s 的值也就被 r 所确定，故表面积 s 是底半径 r 的函数，这函数的定义域是 $r>0$。

首先找出 r 与 h 的关系：

$$\pi r^2 h=V,$$

即
$$h=\frac{1}{\pi r^2}V.$$

然后再找出 s 与 r，h 的关系。显然，

$$s=2\pi r^2+2\pi r h \qquad (r>0)$$

以 $h=\frac{1}{\pi r^2}V$ 代入上式，就得到 s 与 r 的关系式

$$s=2\pi r^2+\frac{2V}{r} \qquad (r>0)$$

这里 π，V 都是常数。这个公式就表达了铁桶表面积 s 与底半径 r 间的函数关系。对于每一个底半径 r 的值，就可以从这个公式算出铁桶表面积 s 的相应值。

例 8 设有质量为 m 的物体，以初速 V_0 向上抛，试将动能表示为时间的函数。

解： 设动能为 W，速度为 V，时间为 t，由物理学知，

$$W=\frac{1}{2}mV^2$$

在忽略空气阻力的假定下有

$$V=V_0-gt$$

代入上式便得到动能 W 与时间 t 的函数关系式：

$$W=\frac{1}{2}m(V_0-gt)^2 \qquad \left(0\leqslant t\leqslant 2\frac{v_0}{g}\right)$$

例 9 偏心驱动机构的运动规律。

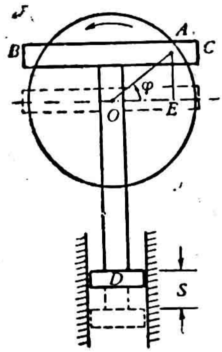

图 1—6

偏心驱动是将转动转化为直线往复运动的机构，图 1—6 是一个油泵上用的偏心驱动机的示意图。主动轮绕轴 O 转动时，偏心梢 A 作圆周运动，A 带动槽 BC 上下运动，油泵的柱塞 D 与 BC 固定连接，因此，柱塞也上下运动，现在要找出柱塞的位置随时间的变化规律。

设 BC 槽在主动轮中间时（图中虚线位置），柱塞的位置为 $s=0$，当偏心梢转过角度 φ 时，柱塞上移的距离为 s（等于 BC 槽上移的距离）。设偏心梢 A 至轴心 O 的距离为 $OA=50$ 毫米，根据三角知识可以得到：

$$S=EA=OA\sin\varphi=50\sin\varphi$$

可以看出 φ 为任意角度时，这个公式都对。

若主动轮的转速是每秒 n 转，即每秒钟偏心梢转过的角度是 $2\pi n$ 弧度（一圈 360° 是 2π 弧度）记为 $\omega=2\pi n$，ω 称为角速度。所以当机构转过 t 秒钟时，所转过的角度是 $\varphi=\omega t$，上式可写成：

$$S=50\sin\omega t,$$

此式表示了柱塞的运动规律。

习　题

1. 设 $f(x)=5+3x-5x^2$，求 $f(1)$ 和 $f(-1)$。
2. 设 $\phi(x)=x^2-2$， 求 $\phi(a)$ 和 $\phi(a+1)$。
3. 设 $f(x)=x^3-5x$， 求证 $f(-x)=-f(x)$。
4. 设 $f(x)=\lg x$， 试证 $f(x)+f(x+1)=f[x(x+1)]$。

5. 设$f(x)=\log\frac{1-x}{1+x}$ 试证 $f(y)+f(z)=f\left(\frac{y+z}{1+yz}\right)$.

6. 设 $F(x)=a^x$, 试证 $F(x)\cdot F(y)=F(x+y)$.

7. 设 $F(x)=\frac{1}{x}$, 试证 $F(x_0+h)-F(x_0)=-\frac{h}{x_0^2+x_0h}$.

8. 试求 $f(t)=t^2+t-3$ 等于0的 t 值。

9. 设 $f(x)=x^2-2x+3$, 求方程式 $f(x)=0$, $f(x)=f(-1)$ 的根。

10. 设 $f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x} & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1+x & \text{当 } 1<x\end{cases}$ 求 $f(1)$ 和 $f(4)$.

11. 求下列各函数的定义域

1) $y=\sqrt{5-2x}$ 2) $y=\log(x+3)$

3) $y=\frac{1}{x^3-x}$ 4) $y=1-\sqrt{1-x^2}$

5) $y=\operatorname{arctg}(x^2-x)$ 6) $y=\sqrt{2+x-x^2}$

12. 下列函数是否相等，为什么?

1) $f(x)=\frac{x}{x}$, $\phi(x)=1$;

2) $f(x)=1$, $\phi(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$

13. 现有一长方形铁片，其二边之长为 a 及 b，今由其四角各截去一尺寸相同的小方块，再将四边折起做成一敞口的箱，试求这箱的体积与截去小方块边长的函数关系。

14. 要造一个无盖圆柱形水池，侧壁单位面积造价为50元/米^2，底的单位面积造价为30元/米^2。现在知道底半径 r 与池高 h 相等，试确定总造价 Q 与 r 的函数关系。

15. 试由下表

x	0	1	2
y	1	0	3

决定二次函数 $y=ax^2+bx+c$ （即决定 a、b、c 的值）

16. 在温度计上，摄氏0度对应于华氏32度，摄氏100度对应于华

氏 212 度，求摄氏温标和华氏温标的函数关系。

17. 已知两个点电荷 q_1 和 q_2，试用两个电荷间的距离来表示它们间的作用力（q_1，q_2 间的距离为 r，作用力为 f，比例常数为 K）。

18. 木材横断面是半径为 5 单位的圆，将此木材锯成一矩形梁，以 b 与 h 表示矩形的底和高，则矩形梁的强度与 bh^2 成正比。又知 $b=6$ 时此圆木所裁得的梁的强度为 64，试将此矩形梁的强度表示为 b 的函数。

19. 在晶体管整流器中， 所加的电压（U）和通过的电流（I）之间有下列关系。

U	0.5	0.8	1.15	1.2	1.3	1.5	1.65	1.7
I	0.5	5	10	15	30	30	35	40

把 I 看作 U 的函数，用图形表示法表示这个函数关系。

20. 举出一些生产中和生活中碰到的函数关系的例子。

第三节 反函数概念

既有取值范围又有对应关系，当然就构成了一个函数。然而在研究实际问题中所提出的种种函数，存在着各种辩证关系。例如，如果电阻大小已经确定，在某种情况下，电压 U 是电流 I 的函数 $U=RI$；但是，在另一种场合下，电流 I 可表示为电压 U 的函数 $I=\frac{R}{U}$，根据这两种函数关系，我们才造出了伏特计和安培计。因此，在同一个问题中，两个变量的地位并不是一成不变的，而是看问题的需要，自变量和因变量的地位可以相互转化。当变量 y 是变量 x 的函数时，有时我们需要把变量 x 表示成变量 y 的函数。例如在正弦函数 $y=\sin x$ 中，已知 y 的值要求 x 的值，这时就需要把变量 x 表示成变量 y 的函数即反正弦函数 $x=\mathrm{Arcsin}\ y$。

一般地，假设 y 是 x 的一个函数记作

$$y=f(x) \tag{1}$$

如果在这个关系式中，我们将 y 当作自变量，x 视为 y 的函数，对于 y

的每一个值，变量 x 都有确定的一个（或多个）值和它对应，将这一对应规律记为 $x=\varphi(y)$，这样得到一个函数

$$x=\varphi(y) \tag{2}$$

称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**。（1）和（2）的对应关系 f 与 φ 是互为相反的。显然，$x=\varphi(y)$ 的反函数也就是 $y=f(x)$。

由于（1）和（2）的实质是对应规律互逆，用什么文字表示自变量、因变量是无关紧要的。因此为了统一起见我们可按照习惯上的用法用 x 表示自变量，y 表示函数。那么（2）式可以表示成

$$y=\varphi(x) \tag{3}$$

通常，我们将函数 $y=\varphi(x)$ **称为所给函数** $y=f(x)$ **的反函数**。这样对于函数 $y=\sin x$ 来说 $y=\arcsin x$ 就是它的反函数。

例如函数 $y=ax+b$，由此方程解出 $x=\frac{y-b}{a}$，那么 $y=\frac{x-b}{a}$ 就是函数 $y=ax+b$ 的反函数。

又如已知函数 $y=x^2$，由此方程解出 $x=\pm\sqrt{y}$，那么函数 $y=\pm\sqrt{x}$ 就是函数 $y=x^2$ 的反函数。

从几何图形上来看，如果我们已经知道函数 $y=f(x)$ 在直角坐标系中的图形，则在同一坐标系中，反函数 $x=\varphi(y)$ 的图形就是函数 $y=f(x)$ 的图形，不过在 $y=f(x)$ 中 x 是自变量，y 是函数，在 $x=\varphi(y)$ 中 y 是自变量而 x 是函数。但反函数 $y=\varphi(x)$ 的图形与 $y=f(x)$ 的图形就不同，可以证明**反函数** $y=\varphi(x)$ **的图形与** $y=f(x)$ **的图形对称于直线** $y=x$，例如函数 $y=x^2$ 的反函数是 $y=\pm\sqrt{x}$，它们的图形如图 1—7。

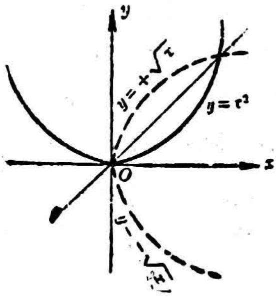

图 1—7

第四节 初等函数

一、基本初等函数

我们建立函数概念的目的就是要深入地研究函数。但是对于我们所遇

到的用公式表示的各种函数关系中，它们变化规律一般都是比较复杂的，然而不论它们如何复杂，它们总不外乎由几种基本的函数经过一定的运算关系表示出来，因此为了有效地对函数进行研究，就要首先熟悉这些基本的函数。这些基本函数是什么函数呢？它们是：

(常量)

1. 幂函数
2. 指数函数
3. 对数函数
4. 三角函数
5. 反三角函数

共六种

在数学上我们叫它们为**基本初等函数**。这五类函数我们在初等数学中虽然都已经学过，但是在这里结合图形把它们的性质复习一下是十分必要的。

1. 幂函数

函数 $y=x^n$ 称为幂函数，其中 n 为任意实数。幂函数的定义域，随 n 的不同而有所不同，但不论 n 是什么实数，幂函数 $y=x^n$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内总是有定义的。幂函数 $y=x^n$ 当 $n>0$ 时的图形叫做 **n 次抛物线**，当 $n<0$ 时的图形叫做 **n 次双曲线**。例如，当 $n=1,\ 2,\ \frac{1}{2}$ 时，函数 $y=x^n$ 为 $y=x$，$y=x^2$，$y=x^{\frac{1}{2}}$ 它们的图形如图 1—8 所示（其中 $y=x^2$ 只画出了第一象限中的图形）；当 $x=-1,-2,-\frac{1}{2}$时，函数 $y=x^n$ 为 $y=x^{-1}$，$y=x^{-2}$，$y=x^{-\frac{1}{2}}$，它们的图形如图 1—9 所示（其中 $y=x^{-1}$，$y=x^{-2}$ 也是只画出了第一象限中的图形）

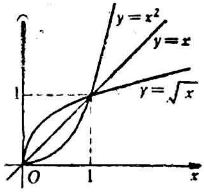

图 1—8

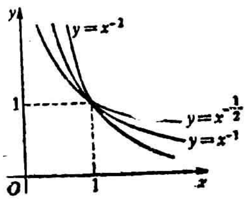

图 1—9

现在我们以 $y=x^{-1}$ 及 $y=x^{-2}$ 为例，来讨论一下它们的图形。

$y=x^{-1}=\dfrac{1}{x}$ 在 $(-\infty,\ 0)$ 及 $(0,+\infty)$ 内有定义，当 $x=1$ 时 $y=1$，所以图形通过点 $(1,\ 1)$，在 $(0,+\infty)$ 中，当 x 逐渐增大时，y 逐渐减小，