



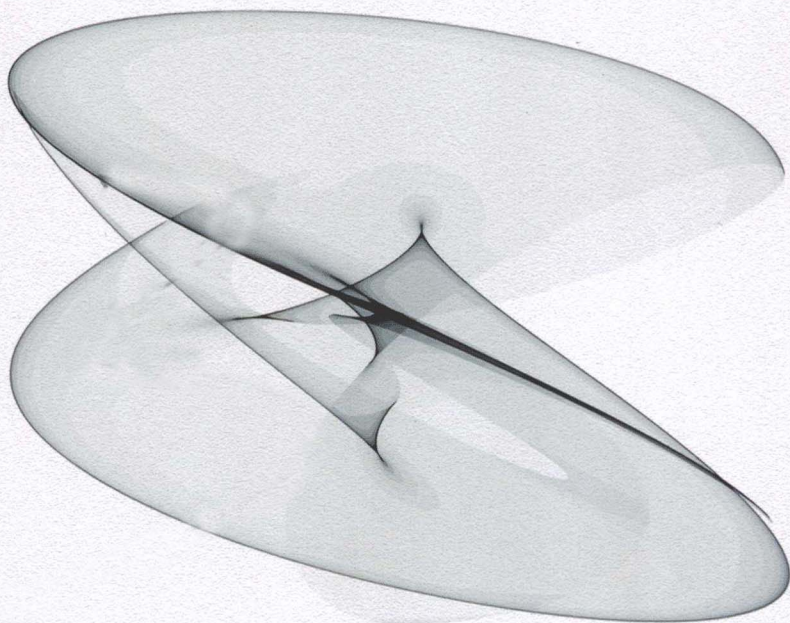
高等理工院校数学基础教材

GAODENG LIGONG YUANXIAO  
SHUXUE JICHU JIAOCAI

# 运筹学教程

YUNCHOUXUE JIAOCHENG

殷志祥 周 维 主编



中国科学技术大学出版社



高等理工院校数学基础教材

GAODENG LIGONG YUANXIAO  
SHUXUE JICHU JIAOCAI

# 运筹学教程

YUNCHOUXUE JIAOCHENG

主 编 殷志祥 周 维

副主编 王军秀 王根杰 刘家保

中国科学技术大学出版社

## 内 容 简 介

运筹学是现代数学的重要分支. 本书系统地介绍了运筹学中线性规划、运输问题、目标规划、整数规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析、网络计划、排队论、存贮论、对策论、决策论的基本理论和基本方法. 本书结构严谨, 条理清晰, 理论与实际相结合, 例题与习题难易适中, 书后附有习题参考答案, 便于教学或自学.

本书适用于高等理工院校本科生教学, 可作为数学、管理、工科等专业本科生的教材, 也可作为各行业管理者及工程技术人员的自学参考书.

## 图书在版编目(CIP)数据

运筹学教程/殷志祥, 周维主编. —合肥: 中国科学技术大学出版社, 2012. 8  
ISBN 978 - 7 - 312 - 03086 - 4

I . 运… II . ①殷… ②周… III . 运筹学—高等学校—教材 IV . O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 150215 号

出版 中国科学技术大学出版社  
地址: 安徽省合肥市金寨路 96 号, 邮编: 230026  
网址: <http://press.ustc.edu.cn>  
印刷 安徽省瑞隆印务有限公司  
经销 全国新华书店  
开本 710 mm × 960 mm 1/16  
印张 21.75  
字数 424 千  
版次 2012 年 8 月第 1 版  
印次 2012 年 8 月第 1 次印刷  
定价 35.00 元

# 前 言

运筹学是现代数学的重要分支.它运用数学方法,在建立数学模型的基础上,研究解决有关复杂系统的优化等方面的问题.

目前,各高校开设运筹学课程的专业越来越多,为适应运筹学教学的需要,编写一本适合理工科以及管理学科使用的运筹学教材非常重要.本教材的最大特点是:在理论上力求严谨,在应用上辅以大量实例.

本书适合于数学、管理、信息与计算机等专业选用,同时兼顾相关专业的研究生和实际应用人员的使用.

在本书的编写过程中,我们参考了众多的运筹学教材,在此向相关参考书目的作者(见参考文献)及支持和帮助我们的朋友和同事们致以深深的谢意.

本书由殷志祥、周维任主编,王军秀、王根杰、刘家保为副主编.第1章由殷志祥编写,第2章由肖肖编写,第3章由殷月竹编写,第4章由周继振编写,第5、6章由王守业编写,第7、8章由王根杰编写,第9、10章由王军秀编写,第11章由周维编写,第12章由张晓亮编写,第13章由刘家保编写,第14章由张丽丽编写.全书最后由殷志祥、周维统稿、定稿.

由于编者水平有限,书中有许多不足之处,敬请读者批评指正.

编 者

2012年5月

# 目 录

前言 .....	( 1 )
<b>第 1 章 绪论</b> .....	( 1 )
1.1 运筹学释义与发展简史 .....	( 1 )
1.2 运筹学研究的基本特征与基本方法 .....	( 3 )
1.3 运筹学的主要分支 .....	( 4 )
1.4 运筹学研究问题的步骤 .....	( 6 )
习题 1 .....	( 8 )
<b>第 2 章 线性规划及单纯形法</b> .....	( 9 )
2.1 线性规划问题及其数学模型 .....	( 9 )
2.2 线性规划问题的几何意义 .....	( 13 )
2.3 单纯形法原理 .....	( 20 )
2.4 单纯形法的进一步讨论 .....	( 27 )
习题 2 .....	( 34 )
<b>第 3 章 线性规划的对偶理论与灵敏度分析</b> .....	( 38 )
3.1 线性规划的对偶问题 .....	( 38 )
3.2 对偶问题的基本性质 .....	( 44 )
3.3 影子价格 .....	( 49 )
3.4 对偶单纯形法 .....	( 51 )
3.5 灵敏度分析 .....	( 53 )
3.6 参数线性规划 .....	( 61 )
习题 3 .....	( 64 )
<b>第 4 章 运输问题</b> .....	( 68 )
4.1 运输问题及其数学模型 .....	( 68 )

---

4.2	表上作业法 .....	(71)
4.3	运输问题的进一步讨论 .....	(82)
4.4	应用问题举例 .....	(86)
	习题4 .....	(90)
<b>第5章</b>	<b>目标规划 .....</b>	<b>(93)</b>
5.1	目标规划的数学模型 .....	(93)
5.2	目标规划的图解法 .....	(99)
5.3	目标规划的单纯形算法 .....	(101)
5.4	目标规划的灵敏度分析 .....	(104)
5.5	目标规划的应用 .....	(106)
	习题5 .....	(108)
<b>第6章</b>	<b>整数规划 .....</b>	<b>(111)</b>
6.1	整数规划问题的数学模型 .....	(111)
6.2	分支定界法 .....	(115)
6.3	割平面法 .....	(119)
6.4	0-1型整数规划 .....	(123)
6.5	指派问题 .....	(126)
	习题6 .....	(132)
<b>第7章</b>	<b>非线性规划 .....</b>	<b>(134)</b>
7.1	非线性规划的一般概念 .....	(134)
7.2	一维搜索 .....	(140)
7.3	无约束极值问题 .....	(145)
7.4	约束极值问题 .....	(149)
	习题7 .....	(157)
<b>第8章</b>	<b>动态规划 .....</b>	<b>(159)</b>
8.1	动态规划的基本概念和基本原理 .....	(160)
8.2	动态规划模型的建立与求解 .....	(167)
8.3	动态规划应用举例 .....	(173)
	习题8 .....	(187)

---

<b>第 9 章 图与网络分析</b> .....	(191)
9.1 图的基本概念 .....	(192)
9.2 最小生成树 .....	(195)
9.3 最短路问题 .....	(197)
9.4 网络最大流问题 .....	(201)
9.5 最小费用最大流问题 .....	(207)
习题 9 .....	(210)
<b>第 10 章 网络计划</b> .....	(212)
10.1 网络图 .....	(212)
10.2 网络时间参数 .....	(217)
10.3 网络优化 .....	(223)
习题 10 .....	(230)
<b>第 11 章 排队论</b> .....	(234)
11.1 基本概念 .....	(234)
11.2 生灭过程 .....	(238)
11.3 生灭过程排队系统 .....	(241)
11.4 非生灭过程排队系统 .....	(254)
11.5 排队系统的优化 .....	(257)
习题 11 .....	(259)
<b>第 12 章 存贮论</b> .....	(261)
12.1 存贮论的基本概念 .....	(261)
12.2 确定性存贮模型 .....	(264)
12.3 随机性存贮模型 .....	(274)
习题 12 .....	(283)
<b>第 13 章 对策论</b> .....	(286)
13.1 引言 .....	(286)
13.2 矩阵对策的求解 .....	(297)
13.3 其他类型对策简介 .....	(301)
习题 13 .....	(304)

---

<b>第 14 章 决策论</b> .....	(306)
14.1 决策的基本概念及分类 .....	(306)
14.2 风险型决策方法 .....	(308)
14.3 不确定型决策方法 .....	(310)
14.4 效用函数 .....	(314)
14.5 序列决策 .....	(315)
习题 14 .....	(320)
<b>参考答案</b> .....	(322)
<b>参考文献</b> .....	(337)



# 第 1 章 绪 论

## 1.1 运筹学释义与发展简史

运筹学是一门应用数学方法来研究各种系统最优化问题的学科。顾名思义,运筹学就是对如何“运作”进行研究的一门科学,但至今运筹学并无一个统一的定义。西方学者莫斯和金博尔的定义是:“运筹学是为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”在《大英百科全书》中定义为:“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”,“运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。我国《辞海》(1979年版)中有关运筹学的释义为:“运筹学主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题,它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的合理安排,以达到较经济较有效地使用人力物力。”《中国大百科全书》对运筹学的释义为:“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源,使实际系统有效运行的技术科学,它可以用来预测发展趋势,制定行动规划或优选可行方案。”

“运筹学”一词来自 Operations Research,其意为运行、操作或作战研究。在第二次世界大战期间,为了研究兵力配备、武器船舶使用、作战指挥、物资供应,以及采取的战略与策略,首先在英国(1940),继之在美国(1942)建立了一个由各方面专家组成的顾问组。后来,在美、英两国分别成立了运筹学会。两个典型的战役是不列颠之战和直布罗陀海峡之战。

### 1. 不列颠之战

1941年,希特勒为了实施在英伦三岛登陆的计划,命令德国空军轮番对英国进行狂轰滥炸。当时英国皇家空军以1:7的数量劣势迎战,为此需要尽可能地保持飞机处于飞行状态。于是,空军司令部规定保持70%的飞机在天上巡逻。但是,英军很快发现要保持这么高的飞行比例有困难,因为有飞机被击落的,有需要维修

的,飞行员也有伤亡.这一决策的后果是在空中飞行的飞机数量越来越少.那么,究竟保持多大比例的飞机在巡逻才能持久作战呢? OR 小组的数学家、物理学家纷纷研究这个问题.出乎意料的是,这个问题最后被生物学家康顿解决了.他根据计算生物平均寿命的方法,运用飞机飞行时间、维修时间、空战特点和飞机被击落击伤状况等数据,得出的结论是:只要保持 35% 的飞机在飞行状态,就能使全部飞机的飞行战斗时间最多.这一研究成果为取得不列颠之战的胜利作出了贡献.

## 2. 直布罗陀海峡之战(猎潜战例)

为帮助美国海军在连接大西洋和地中海的直布罗陀海峡封锁过往的德军潜艇,美军 OR 小组的约翰·佩芝姆博士提出了一种“屏障巡逻”飞行战术,即在深水航道的最窄处划出一个四英里长、一英里宽的长方形,两架飞机保持在长方形两边线的对称位置上,同时以固定的速度绕长方形飞行.这样,在长方形上的每一点,每隔三分钟就有一架飞机巡逻通过.潜艇通过这个区域时,巡逻的飞机至少有两次机会去发现它.就这样,在 2 月 24 日到 3 月 16 日短短两个星期内,一个巡逻机中队就击沉击伤德军潜艇三艘,自己无一伤亡.

近代的运筹学起源于美国和英国,一些分支的成形则还要早.例如,20 世纪初,丹麦的爱尔朗(A. K. Erlang)关于电话局中继线数目的话务理论就形成了排队论的雏形;20 世纪 30 年代,前苏联的康德洛维奇(Канторович)对于生产过程中的组织与管理,提出了三个典型的线性规划模型和它们的求解方法,无论从理论上还是实际应用上都优先于美国丹齐格(Dantzig)的单纯形法.这一成就,足以使得康德洛维奇成为近代运筹学以及数量经济学的先驱和奠基人.

我国运筹学的研究开始于 20 世纪 50 年代推广的粮食调运中的图上作业法.同时,苏、美和欧洲对线性规划的理论与方法、对策论、排队论方法以及数理经济等方面较系统的基本理论研究,已开始在社会进步、生产发展、经济繁荣和科学与技术的创新等方面起到了积极作用.我国对运筹学的研究和应用也作出了自己的贡献,主要有:优选法、运输问题图上作业法、中国邮递员问题等等.除中国运筹学学会外,中国系统工程学会以及国民经济各部门有关的其他学会,也都把运筹学应用作为重要的研究领域,我国各高等院校,特别是在各经济管理类专业中已普遍把运筹学作为一门专业的主干课程列入教学计划之中.

## 1.2 运筹学研究的基本特征与基本方法

### 1.2.1 主要特点

运筹学采用定量化的方法为管理决策提供科学依据,由于其涉及的主要领域是管理问题,它采用的研究方法是先应用数学语言来描述实际系统,再建立相应的数学模型,然后用数学方法进行定量研究和分析,据此求得模型的最优解,可供管理人员和决策人员作参考。

运筹学的研究内容是在需要对有限的资源进行分配时,作出人机系统最优设计和操作的科学决策;其研究的核心是将科学方法应用到对具体事物的分析中去;其研究对象是各种社会系统,既可对新系统进行优化设计,又可对已有系统研究最佳运营问题;其目的是制定合理的运用人力、物力和财力的最优方案,为决策者提供科学决策的依据。因此,从方法论来讲,运筹学和一些相邻学科有着密切的关系。

运筹学研究的特点可以简单地归纳如下:

(1) 科学性和综合性。运筹学研究是建立在科学的基础上的。运筹学研究的科学性表现在两个方面:首先,它是在科学方法论的指导下通过一系列规范化步骤进行的;其次,它是广泛利用多种学科的科学知识进行的研究。运筹学研究是一种综合性的研究,它涉及问题的方方面面,应用多种学科的知识,体现出其跨学科性,例如,它不仅仅涉及数学,还涉及经济科学、系统科学、工程物理科学等其他学科。

(2) 实践性。运筹学是一门实践的科学,它完全是面向应用的。离开实践,运筹学就失去了存在的意义。运筹学以实际问题为分析对象,通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内主要变量之间的关系,利用数学方法达到对系统进行优化的目的。更为重要的是分析获得的结果要能被实践检验,并被用来指导实际系统的运行。运筹学已被广泛应用于工商企业、军事部门、民政事业等研究组织内的统筹协调问题,故其应用不受行业、部门的限制;运筹学既对各种经营进行创造性的科学研究,又涉及组织的实际管理问题,它具有很强的实践性,最终应能向决策者提供建设性意见,并应收到实效。

(3) 系统性。运筹学研究问题是从系统的观点出发,研究全局性的问题,研究综合优化的规律,它是系统工程的基础。系统的整体优化是运筹学系统性的一个重

要标志.一个系统(如企业经营管理系统)一般由很多子系统组成,运筹学不是对每一个子系统的每一个决策行为孤立地进行评价,而是把相互影响的各方面作为统一体,从总体利益的观点出发,寻找一个优化协作的方案.所以它也可看成是一门优化技术,提供的是解决各类问题的优化方法.

### 1.2.2 研究方法

运筹学的研究方法有:

- (1) 从现实生活中抽出本质的要素来构造数学模型,因而可寻求一个跟决策者的目标有关的解.
- (2) 探索求解的结构并导出系统的求解过程.
- (3) 从可行方案中寻求系统的最优解法.

## 1.3 运筹学的主要分支

按照所解决的问题的性质差异可将实际问题归结为不同类型的数学模型,而这些各异的数学模型就构成了运筹学的各个分支.主要的分支有:

### 1.3.1 线性规划

线性规划的主要研究内容包括:在经营管理中如何有效地利用现有的人力、物力和财力来完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力、物力和财力去实现.此类统筹规划的问题需要用数学语言来表达,首先根据问题的具体目标来选取适当的变量,通过用变量的函数形式(称为目标函数)来表达出该问题的目标,然后用有关变量的等式或不等式(称为约束条件)来表达出对该问题的限制条件.当变量连续取值,且目标函数和约束条件的表达式均为线性时,则称这类模型为线性规划的模型.对线性规划进行建模是相对简单的,有通用的算法和较成熟的计算机软件,它也是运筹学中应用最为广泛的一个分支.用线性规划求解的典型问题包括运输问题、生产计划问题、下料问题、混合配料问题等等.

### 1.3.2 非线性规划

非线性规划的主要研究内容包括:如果在以上线性规划模型中目标函数或约束条件不全是线性的,则对该类问题的研究就构成了非线性规划分支.由于大多数

工程物理量的表达式是非线性的,因此,非线性规划在各类工程的优化设计中得到较多的应用,它是优化设计的有力工具.

### 1.3.3 动态规划

动态规划的主要研究内容包括:它是研究多阶段决策过程.最优化的运筹学分支,有些管理活动是由一系列的阶段组成的,在每个阶段依次进行决策,而且上一阶段的输出状态即是下一阶段的输入状态,各阶段的决策之间是互相关联的,因而构成一个多阶段的决策过程.动态规划研究多阶段决策过程的总体优化,即从系统总体出发,要求各阶段决策所构成的决策序列使得目标函数值达到最优.

可以将上述线性规划、非线性规划、动态规划统称为规划论.

### 1.3.4 图与网络分析

生产管理中经常遇到工序间的合理衔接问题,设计中经常遇到研究各种管道、线路的负载能力以及仓库、附属设施的布局等问题.把这些问题的研究对象抽象为顶点,对象之间的联系抽象为边,则点、边的集合就构成图.图论是研究顶点和边所组成的图形的数学理论和方法,而图是网络分析的基础,如果根据研究的具体网络对象(如铁路网、电力网、通信网等)赋予图中各边某个具体的参数(如时间、流量、费用、距离等),并指定了起点、中转点和终点,则称这样的图为网络图.网络分析主要是利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析.

### 1.3.5 存贮论

为了保证企业生产的正常进行,需要一定数量的原材料和零部件的储备,以调节供需之间的不平衡.存贮论研究在各种供应和需求的条件下,应当在什么时间、提出多大的订货批量来补充储备,使得用于采购、存储和有可能发生的短缺导致的费用损失的总和为最少等问题.

### 1.3.6 排队论

在生产和生活中存在着大量有形和无形的拥挤和排队现象;排队系统由服务机构(服务员)及被服务的对象(顾客)组成.排队论就是一种研究排队服务系统工作过程优化的数学理论和方法.它通过找出这类系统工作特性的数值,为设计新的服务系统和改进现有系统提供数量依据.

### 1.3.7 对策论

多用于具有对抗局势的模型. 在该类模型中, 参与对抗的各方(称为局中人)均有一组策略可供选择, 当各局中人分别采用不同策略时, 就对应一个收益或需要支付的函数. 对策论就是为局中人在这种高度不确定和充满竞争的环境中, 提供一套完整的、定量化的和程序化的选择策略的理论和方法.

### 1.3.8 决策论

为最优地达到目标, 依据一定的准则, 对若干备选行动的方案进行抉择. 在决策过程中一般包括: 形成决策问题, 即提出方案; 确定目标和效果的度量; 确定各方案对应的结果以及出现的概率; 确定决策者对不同结果的效用值; 综合评价, 作出方案的取舍. 决策论就是对整个决策过程中涉及的问题进行综合研究, 以便确定决策准则, 并选择最优的决策方案.

综上所述, 运筹学的内容有数学规划、图与网络分析、排队论、存贮论、对策论和决策论等, 其中数学规划又包括线性规划、整数规划、非线性规划、目标规划和动态规划等. 虽然运筹学包括的内容较多, 但是它们有两个共同的特点: 一是以全局最优作为研究问题的出发点; 二是通过建立数学模型, 运用优化技术求得系统最佳的运营方案.

## 1.4 运筹学研究问题的步骤

任何一门学科从研究范畴上大致步骤可分为以下四个方面: 从观察现象得到的结果和进行这种观察所需要的特殊方法; 理论或模型的建立; 将理论与观察相结合, 并从结果得到预测; 将这些预测与新的观察相比较, 并加以证实. 运筹学也不例外, 它围绕着模型的建立、修正和实施来进行. 运筹学研究问题可分为以下步骤:

### 1.4.1 提出和分析问题

任何决策问题在进行定量分析前, 必须先认真地进行定性分析. 一是要确定决策目标, 明确主要应决策什么, 选取上述决策时的有效性度量以及在对方案比较时这些度量的权衡; 二是要辨认哪些是决策中的关键因素, 在选取这些关键因素时存在哪些资源或环境的限制. 分析时往往先提出一个初步的目标, 通过对系统中各种

因素和相互关系的研究,使这个目标进一步明确化.此外还需要同有关人员进一步讨论,明确有关研究问题的过去与未来、问题的边界、环境以及包含这个问题在内的更大系统的有关情况,以便在对问题的表述中明确要不要把整个问题分成若干较小的子问题.在上述分析的基础上,可以列出表述问题的各种基本要素,包括哪些是可控的决策变量,哪些是不可控的变量,确定限制变量取值的各种条件以及确定对方案进行优化和改进的目标.

#### 1.4.2 建立模型

模型是对现实世界的事物、现象、过程或系统的简化描述或其部分属性的模仿,是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达.模型表达了问题中可控的决策变量、不可控变量、工艺技术条件及目标有效度量之间的相互关系.模型的正确建立是运筹学研究中的关键一步,对模型的研制是一项艺术,它是将实际问题、经验、科学方法三者有机结合的创造性工作.建立模型的好处,一是使问题的描述高度规范化,掌握其本质规律.如在管理中,对人力、设备、材料、资金的利用安排都可以归纳为所谓的资源的分配利用问题,可建立起一个统一的规划模型,而且规划模型的研究代替了对一个个具体问题的分析研究.二是建立模型后,可以通过输入各种数据资料,分析各种因素同系统整体目标之间的因果关系,从而确立一套逻辑的分析问题的程序方法.三是建立系统的模型为应用电子计算机来解决实际问题架设起了桥梁.建立模型时既要尽可能包含系统的各种信息资料,又要抓住问题本质的因素.一般建模时应尽可能选择建立数学模型,即用数学语言和符号描述的模型.但有时问题中的各种关系难于用数学语言描绘,或问题中包含的随机因素较多,也可以建立起一个模拟的模型,即将问题的因素、目标及运行时的关系用逻辑框图的形式表示出来.

#### 1.4.3 求解和优化方案

用数学方法或其他工具(如编写程序)对模型求解,根据问题要求的不同,可求出最优解、次最优解或满意解;依据对解的精度及要求及算法上实现的可能性,又可区分为精确解和近似解等.近年来,出现的启发式算法和一些软件计算方法为一些结构复杂的运筹学模型的求解提供了有力的工具.当求解出现问题时,返回提出问题 and 建模阶段.

#### 1.4.4 评价分析

将实际问题的数据资料代入模型,找出精确或近似的解.但这毕竟是模型的

解. 为了检验得到的解是否正确, 常采用回溯的方法, 即将历史的资料输入模型, 研究得到的解与历史实际的符合程度, 以判断模型是否正确. 当发现有较大误差时, 要将实际问题同模型重新对比, 检查实际问题中的重要因素在模型中是否已考虑, 检查模型中各公式的表达是否前后一致, 当输入发生微小变化时, 检验输出变化的相对大小是否合适. 当模型中各参数取极值时检验问题的解, 还要检查模型是否容易求解, 并在规定时间内算出所需的结果等等, 以便发现问题进行修正.

任何模型都有一定的适用范围. 模型的解是否有效, 要首先注意模型是否继续有效, 并依据灵敏度分析的方法, 确定最优解保持稳定时的参数变化范围. 一旦外界条件、参数变化超出这个范围时, 及时对模型推导出的解进行修正.

#### 1.4.5 决策支持

模型的结果为决策提供所需的依据、信息和方案, 帮助决策者决定处理问题的方针和行动, 将方案付诸实施. 在方案实施中需要明确: 方案由谁去实施, 什么时间去实施, 如何实施, 要求估计实施过程中可能遇到的阻力, 并为此制定相应的克服困难的措施.

综上所述, 在运筹学的研究中, 以上步骤往往需要交叠反复进行, 除了对系统进行定性分析和收集必要的材料以外, 一项主要工作就是建立一个用以描述现实世界复杂问题的数学模型. 这个模型是近似的, 它既精确到足以反映问题的本质, 又粗略到足以求出数值解.

## 习 题 1

1. 写出运筹学的主要分支.
2. 运筹学研究的特点是什么?
3. 运筹学研究的步骤是什么?
4. 研究运筹学的意义是什么?



## 第 2 章 线性规划及单纯形法

### 2.1 线性规划问题及其数学模型

线性规划是运筹学中最重要的一种系统优化方法. 它的理论和算法已十分成熟, 应用领域十分广泛, 包括生产计划、物资调运、资源优化配置、物料配方、任务分配、经济规划等问题.

线性规划问题最早是前苏联学者康德洛维奇于 1939 年提出的, 但他的工作当时并未广为人知. 第二次世界大战中, 美国空军的一个研究小组 SCOOP (Scientific Computation of Optimum Programs) 在研究战时稀缺资源的最优化分配这一问题时, 提出了线性规划问题, 并且由丹齐格于 1947 年提出了求解线性规划问题的单纯形法. 单纯形法至今还是求解线性规划问题最有效的方法. 20 世纪 50 年代初, 电子计算机研制成功, 较大规模的线性规划问题的计算已经成为可能. 因此, 线性规划和单纯形法受到数学家、经济学家和计算机工作者的重视, 得到迅速发展, 很快发展成一门完整的学科并得到广泛的应用. 1952 年, 美国国家标准局 (NBS) 在当时的 SEAC 电子计算机上首次实现单纯形算法. 1976 年 IBM 研制出功能十分强大、计算效率极高的线性规划软件 MPS, 后来又发展成为更加完善的 MPSX. 这些软件的研制成功, 为线性规划的实际应用提供了强有力的工具.

#### 2.1.1 线性规划问题

根据实际问题的要求, 可以建立线性规划问题的数学模型. 线性规划问题由目标函数、约束条件以及变量的非负约束三部分组成. 下面列举几种最常见的线性规划问题的类型.

**例 2.1 (生产计划问题)** 某工厂拥有  $A, B, C$  三种类型的设备, 生产甲、乙、丙三种产品. 每件产品在生产中需要占用的设备机时数, 每件产品可以获得的利润以及三种设备可利用的时数如表 2.1 所示.