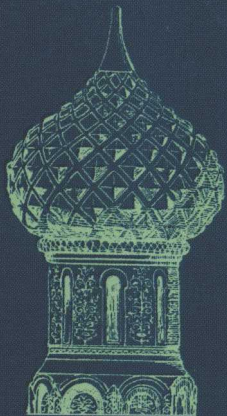


“十一五”国家重点图书



俄罗斯数学
教材选译

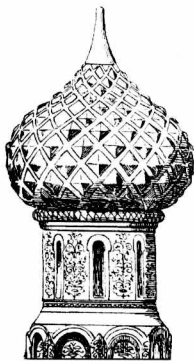
数学分析原理

(第二卷)(第9版)

□ Г. М. 菲赫金哥尔茨 著
□ 丁寿田 译



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



俄罗斯数学
教材选译

013930817

“十一五”国家重点图书

017
170
V2

● 数学天元基金资助项目

数学分析原理

(第二卷)(第9版)

SHUXUE FENXI YUANLI

□ Г.М.菲赫金哥尔茨 著

□ 丁寿田 译

藏书
图书馆



北航

C1636345



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS · BEIJING

017

170

V2

718080810

Translation from the Russian language edition:

Basis of the mathematical analysis by Grigoriy Mikhailovich Fichtenholz

Copyright © 2012 Publisher Lan All Rights Reserved

图书在版编目(CIP)数据

数学分析原理：第9版. 第2卷 / (俄罗斯) 菲赫金
哥尔茨著；丁寿田译. -- 2版. -- 北京：高等教育出版
社，2013.3

(俄罗斯数学教材选译)

ISBN 978-7-04-035185-9

I. ①数… II. ①菲… ②丁… III. ①数学分析
IV. ①O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 262588 号

策划编辑 赵天夫
责任校对 陈 杨

责任编辑 李 鹏
责任印制 韩 刚

封面设计 赵 阳

版式设计 余 杨

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京鑫丰华彩印有限公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 23.75
字 数 383 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 1962 年 5 月第 1 版
2013 年 3 月第 2 版
印 次 2013 年 3 月第 1 次印刷
定 价 59.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 35185-00

《俄罗斯数学教材选译》序

从 20 世纪 50 年代初起, 在当时全面学习苏联的大背景下, 国内的高等学校大量采用了翻译过来的苏联数学教材. 这些教材体系严密, 论证严谨, 有效地帮助了青年学子打好扎实的数学基础, 培养了一大批优秀的数学人才. 到了 60 年代, 国内开始编纂出版的大学数学教材逐步代替了原先采用的苏联教材, 但还在很大程度上保留着苏联教材的影响, 同时, 一些苏联教材仍被广大教师和学生作为主要参考书或课外读物继续发挥着作用. 客观地说, 从解放初一直到“文化大革命”前夕, 苏联数学教材在培养我国高级专门人才中发挥了重要的作用, 起了不可忽略的影响, 是功不可没的.

改革开放以来, 通过接触并引进在体系及风格上各有特色的欧美数学教材, 大家眼界为之一新, 并得到了很大的启发和教益. 但在很长一段时间中, 尽管苏联的数学教学也在进行积极的探索与改革, 引进却基本中断, 更没有及时地进行跟踪, 能看懂俄文数学教材原著的人也越来越少, 事实上已造成了很大的隔膜, 不能不说是一个很大的缺憾.

事情终于出现了一个转折的契机. 今年初, 在由中国数学会、中国工业与应用数学学会及国家自然科学基金委员会数学天元基金联合组织的迎春茶话会上, 有数学家提出, 莫斯科大学为庆祝成立 250 周年计划推出一批优秀教材, 建议将其中的一些数学教材组织翻译出版. 这一建议在会上得到广泛支持, 并得到高等教育出版社的高度重视. 会后高等教育出版社和数学天元基金一起邀请熟悉俄罗斯数学教材情况的专家座谈讨论, 大家一致认为: 在当前着力引进俄罗斯的数学教材, 有助于扩大视野, 开拓思路, 对提高数学教学质量、促进数学教材改革均十分必要. 《俄罗斯数学教材选译》系列正是在这样的情况下, 经数学天元基金资助, 由高等教育出版社组织出版的.

经过认真选题并精心翻译校订,本系列中所列入的教材,以莫斯科大学的教材为主,也包括俄罗斯其他一些著名大学的教材.有大学基础课程的教材,也有适合大学高年级学生及研究生使用的教学用书.有些教材虽曾翻译出版,但经多次修订重版,面目已有较大变化,至今仍广泛采用、深受欢迎,反射出俄罗斯在出版经典教材方面所作的不懈努力,对我们也是一个有益的借鉴.这一教材系列的出版,将中俄数学教学之间中断多年的链条重新连接起来,对推动我国数学课程设置和教学内容的改革,对提高数学素养、培养更多优秀的数学人才,可望发挥积极的作用,并起着深远的影响,无疑值得庆贺,特为之序.

李大潜

2005年10月

相关图书清单

注：书号前缀为 978-7-04-0xxxxx-x，★为最新出版。

书号	书名	著译者
18303-0	微积分学教程 (第一卷) (第 8 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
18304-7	微积分学教程 (第二卷) (第 8 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
18305-4	微积分学教程 (第三卷) (第 8 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
★34526-1	数学分析原理 (第一卷) (第 9 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
★35185-9	数学分析原理 (第二卷) (第 9 版)	[俄] Г. М. 菲赫金哥尔茨
18302-3	数学分析 (第一卷) (第 4 版)	[俄] В. А. 卓里奇
20257-1	数学分析 (第二卷) (第 4 版)	[俄] В. А. 卓里奇
★34524-7	自然科学问题中的数学分析	[俄] В. А. 卓里奇
18306-1	数学分析讲义 (第 3 版)	[俄] Г. И. 阿黑波夫、В. А. 萨多夫尼齐、 В. Н. 丘巴里阔夫
25439-6	数学分析习题集 (根据 2010 年俄文版翻译)	[俄] Б. П. 吉米多维奇
31004-7	工科数学分析习题集 (根据 2006 年俄文版翻译)	[俄] Б. П. 吉米多维奇
29531-3	吉米多维奇数学分析习题集学习指引 (第一册)	沐定夷、谢惠民 编著， 卫瑞霞、吴茂庆 审校
32356-6	吉米多维奇数学分析习题集学习指引 (第二册)	谢惠民、沐定夷 编著， 卫瑞霞、吴茂庆 审校
32293-4	吉米多维奇数学分析习题集学习指引 (第三册)	谢惠民、沐定夷 编著， 卫瑞霞、吴茂庆 审校
30578-4	复分析导论 (第一卷) (第 4 版)	[俄] Б. В. 沙巴特
22360-6	复分析导论 (第二卷) (第 4 版)	[俄] Б. В. 沙巴特
18407-5	函数论与泛函分析初步 (第 7 版)	[俄] А. Н. 柯尔莫戈洛夫、С. В. 佛明
29221-3	实变函数论 (第 5 版)	[俄] И. П. 那汤松
18398-6	复变函数论方法 (第 6 版)	[俄] М. А. 拉夫连季耶夫、Б. В. 沙巴特
18399-3	常微分方程 (第 6 版)	[俄] Л. С. 庞特里亚金
22521-1	偏微分方程讲义 (第 2 版)	[俄] О. А. 奥列尼克
25766-3	偏微分方程习题集 (第 2 版)	[俄] А. С. 沙玛耶夫
23063-5	奇异摄动方程解的渐近展开	[俄] А. Б. 瓦西里亚娃、В. Ф. 布图索夫
27249-9	数值方法 (第 5 版)	[俄] Н. С. 巴赫瓦洛夫、Н. П. 热依德科夫、 Г. М. 柯别里科夫
20525-1	代数学引论 (第一卷) 基础代数 (第 2 版)	[俄] А. И. 柯斯特利金
21491-8	代数学引论 (第二卷) 线性代数 (第 3 版)	[俄] А. И. 柯斯特利金
22506-8	代数学引论 (第三卷) 基本结构 (第 2 版)	[俄] А. И. 柯斯特利金
18946-9	现代几何学：方法与应用 (第一卷) 曲面 几何、变换群与场 (第 5 版)	[俄] Б. А. 杜布洛文、С. П. 诺维可夫、 А. Т. 福明柯

书号	书名	著译者
21492-5	现代几何学: 方法与应用 (第二卷) 流形上的几何与拓扑 (第5版)	[俄] Б. А. 杜布洛文、С. П. 诺维可夫、A. T. 福明柯
21434-5	现代几何学: 方法与应用 (第三卷) 同调论引论 (第2版)	[俄] Б. А. 杜布洛文、С. П. 诺维可夫、A. T. 福明柯
18405-1	微分几何与拓扑学简明教程	[俄] A. C. 米先柯、A. T. 福明柯
28888-9	微分几何与拓扑学习题集 (第2版)	[俄] A. C. 米先柯、Ю. П. 索洛维约夫、A. T. 福明柯
22059-9	概率 (第一卷) (第3版)	[俄] A. H. 施利亚耶夫
22555-6	概率 (第二卷) (第3版)	[俄] A. H. 施利亚耶夫
22554-9	概率论习题集	[俄] A. H. 施利亚耶夫
22359-0	随机过程论	[俄] A. B. 布林斯基、A. H. 施利亚耶夫
22634-8	随机金融基础 (第一卷) 事实. 模型	[俄] A. H. 施利亚耶夫
23983-6	随机金融基础 (第二卷) 理论	[俄] A. H. 施利亚耶夫
18403-7	经典力学的数学方法 (第4版)	[俄] B. H. 阿诺尔德
18530-0	理论力学 (第3版)	[俄] A. П. 马尔契夫
22155-8	连续介质力学 (第一卷) (第6版)	[俄] Л. И. 谢多夫
22633-1	连续介质力学 (第二卷) (第6版)	[俄] Л. И. 谢多夫
29223-7	非线性动力学定性理论方法 (第一卷)	[俄] L. P. Shilnikov 等
29464-4	非线性动力学定性理论方法 (第二卷)	[俄] L. P. Shilnikov 等

网上购书: academic.hep.com.cn

www.china-pub.com

www.joyo.com

www.dangdang.com

其他订购办法:

各使用单位可向高等教育出版社读者服务部汇款订购。书款通过邮局汇款或银行转账均可。

购书免邮费, 发票随后寄出。

单位地址: 北京西城区德外大街4号

电 话: 010-58581118/7/6/5/4

传 真: 010-58581113

通过邮局汇款:

地 址: 北京西城区德外大街4号

户 名: 高等教育出版社销售部综合业务部

通过银行转账:

户 名: 高等教育出版社有限公司

开 户 行: 交通银行北京马甸支行

银行账号: 110060437018010037603

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

目 录

《俄罗斯数学教材选译》序

第十五章 数项级数	1
§1. 导引	1
234. 基本概念	1
235. 简单定理	3
§2. 正项级数的收敛性	5
236. 正项级数收敛性条件	5
237. 级数比较定理	7
238. 例	8
239. 柯西检验法及达朗贝尔检验法	10
240. 拉比检验法	12
241. 麦克劳林 - 柯西积分检验法	14
§3. 任意级数的收敛性	16
242. 收敛性原理	16
243. 绝对收敛性	17
244. 交错级数	19
§4. 收敛级数的性质	21
245. 可结合性	21
246. 绝对收敛级数的可交换性	22
247. 非绝对收敛级数的情形	23

248. 级数乘法	25
§5. 无穷乘积	28
249. 基本概念	28
250. 简单定理·与级数的关系	29
251. 例	31
§6. 初等函数的幂级数展开式	33
252. 泰勒级数	33
253. 指数函数及主要三角函数的级数展开式	35
254. 欧拉公式	36
255. 反正切的展开式	38
256. 对数级数	38
257. 斯特林公式	40
258. 二项式级数	41
259. 关于余项研究的一个笺注	42
§7. 用级数作近似计算	43
260. 问题的提出	43
261. π 的计算	44
262. 对数的计算	46
第十六章 函数序列及函数级数	48
§1. 一致收敛性	48
263. 导言	48
264. 一致收敛性及非一致收敛性	49
265. 一致收敛性条件	52
§2. 级数和的函数性质	54
266. 级数和的连续性	54
267. 正项级数的情形	55
268. 逐项取极限	57
269. 级数的逐项积分	58
270. 级数的逐项微分	61
271. 不可导连续函数一例	62
§3. 幂级数及多项式级数	64
272. 幂级数收敛区间	64
273. 幂级数和的连续性	66
274. 收敛区间端点上的连续性	67
275. 幂级数的逐项积分	69

276. 幂级数的逐项微分	70
277. 幂级数作为泰勒级数	72
278. 连续函数展为多项式级数	72
§4. 级数简史	75
279. 牛顿及莱布尼茨时期	75
280. 级数理论的形式发展时期	77
281. 严密理论的建立	79
第十七章 反常积分	81
§1. 带无限积分限的反常积分	81
282. 带无限积分限的积分定义	81
283. 积分学基本公式的应用	82
284. 与级数的相似性·简单定理	84
285. 正函数情形的积分收敛性	85
286. 一般情形的积分收敛性	86
287. 更精致的检验法	87
§2. 无界函数的反常积分	90
288. 无界函数积分定义	90
289. 积分学基本公式的应用	91
290. 积分收敛性条件及检验法	92
§3. 反常积分的变换及计算	94
291. 反常积分的分部积分法	94
292. 反常积分中的变量替换	95
293. 积分的技巧计算法	96
第十八章 带参变量的积分	100
§1. 基本理论	100
294. 问题的提出	100
295. 一致趋于极限函数	100
296. 积分号下取极限	102
297. 积分号下的微分法	103
298. 积分号下的积分法	105
299. 积分限带参变量的情形	106
300. 例	108
§2. 积分的一致收敛性	108
301. 积分一致收敛性定义	108

302. 一致收敛性的条件及充分检验法	110
303. 带有限积分限的积分	112
§3. 积分一致收敛性的应用	113
304. 积分号下取极限	113
305. 积分依参变量的积分法	116
306. 积分依参变量的微分法	117
307. 关于带有限积分限的积分的一个笺注	118
308. 一些反常积分的计算	118
§4. 欧拉积分	123
309. 第一类欧拉积分	123
310. 第二类欧拉积分	124
311. Γ 函数的简单性质	125
312. 例	129
313. 关于两个极限运算次序对调的史话	130
第十九章 隐函数·函数行列式	133
§1. 隐函数	133
314. 一元隐函数概念	133
315. 隐函数的存在及性质	135
316. 多元隐函数	138
317. 由方程组确定的隐函数	139
318. 隐函数导数的计算	143
§2. 隐函数理论的一些应用	147
319. 相对极值	147
320. 拉格朗日不定乘数法	149
321. 例及习题	150
322. 函数独立性概念	152
323. 函数矩阵的秩	153
§3. 函数行列式及其形式的性质	156
324. 函数行列式	156
325. 函数行列式的乘法	157
326. 函数矩阵的乘法	159
第二十章 线积分	162
§1. 第一型线积分	162
327. 第一型线积分	162

328. 化为寻常定积分	164
329. 例	165
§2. 第二型线积分	167
330. 第二型线积分定义	167
331. 第二型线积分的存在及其计算	169
332. 闭路的情形·平面的定向法	171
333. 例	172
334. 两种类型线积分间的关系	174
335. 在物理问题上的应用	175
第二十一章 二重积分	178
§1. 二重积分定义及简单性质	178
336. 柱体体积问题	178
337. 化二重积分为累次积分	179
338. 二重积分定义	181
339. 二重积分存在条件	182
340. 可积函数类	183
341. 可积函数及二重积分的性质	185
342. 积分作为可加性区域函数·对区域的微分法	187
§2. 二重积分的计算	189
343. 化矩形区域上的二重积分为累次积分	189
344. 化曲线区域上二重积分为累次积分	192
345. 力学上的应用	197
§3. 格林公式	200
346. 格林公式的推导	200
347. 以线积分表示面积	202
§4. 线积分与积分道路无关的条件	203
348. 沿简单闭界线的积分	203
349. 沿联结任意两点的曲线的积分	205
350. 与恰当微分问题的联系	207
351. 在物理问题上的应用	209
§5. 二重积分的变量替换	211
352. 平面区域的变换	211
353. 以曲线坐标表示面积	214
354. 补充说明	217
355. 几何的推导法	218

356. 二重积分中的变量替换	220
357. 与单积分的相似·定向区域上的积分	222
358. 例	222
359. 史话	225
第二十二章 曲面面积·面积分	227
§1. 双侧曲面	227
360. 曲面的参变表示法	227
361. 曲面的侧	230
362. 曲面的定向法及其侧的选定	232
363. 逐段光滑曲面的情形	234
§2. 曲面面积	235
364. 施瓦茨的例	235
365. 显式方程所给曲面的面积	236
366. 一般情形的曲面面积	238
367. 例	240
§3. 第一型面积分	242
368. 第一型面积分定义	242
369. 化为寻常二重积分	242
370. 第一型面积分在力学上的应用	244
§4. 第二型面积分	247
371. 第二型面积分定义	247
372. 化为寻常二重积分	248
373. 斯托克斯公式	250
374. 斯托克斯积分应用于空间线积分的研究	253
第二十三章 三重积分	256
§1. 三重积分及其计算	256
375. 立体质量计算问题	256
376. 三重积分及其存在条件	257
377. 可积分函数及三重积分的性质	258
378. 三重积分的计算	259
379. 力学上的应用	262
§2. 奥斯特罗格拉茨基公式	264
380. 奥斯特罗格拉茨基公式	264
381. 奥斯特罗格拉茨基公式的几个应用实例	266

§3. 三重积分变量替换	269
382. 空间区域的变换	269
383. 体积表示为曲线坐标	271
384. 几何的推导法	274
385. 三重积分的变量替换	275
386. 例	276
387. 史话	278
§4. 场论初步	278
388. 数量与向量	278
389. 数量场与向量场	279
390. 沿给定方向的导数·梯度	280
391. 通过曲面的向量流量	282
392. 奥斯特罗格拉茨基公式·散度	283
393. 向量的循环量·斯托克斯公式·旋度	284
§5. 多重积分	286
394. m 维体的体积与 m 重积分	286
395. 例	288
第二十四章 傅里叶级数	290
§1. 导言	290
396. 周期量与调和分析	290
397. 决定系数的欧拉-傅里叶方法	292
398. 正交函数系	294
§2. 函数的傅里叶级数展开式	296
399. 问题的提出·狄利克雷积分	296
400. 基本引理	298
401. 局部化原理	299
402. 函数的傅里叶级数表示法	300
403. 非周期函数的情形	301
404. 任意区间的情形	303
405. 只含余弦或只含正弦的展开式	304
406. 例	306
407. 连续函数展开为三角多项式级数	310
§3. 傅里叶积分	312
408. 傅里叶积分作为傅里叶级数的极限情形	312
409. 预备说明	313

410. 用傅里叶积分表示函数	314
411. 傅里叶公式的种种形式	315
412. 傅里叶变换	317
§4. 三角函数系的封闭性与完备性	319
413. 函数的平均近似·傅里叶级数段的极值性质	319
414. 三角函数系的封闭性	321
415. 三角函数系的完备性	324
416. 广义封闭性方程	325
417. 傅里叶级数的逐项积分	326
418. 几何的解释	327
§5. 三角级数简史	331
419. 弦振动问题	331
420. 达朗贝尔及欧拉的解法	332
421. 泰勒及丹尼尔·伯努利的解法	333
422. 关于弦振动问题的争论	336
423. 函数的三角展开式·系数的决定	337
424. 傅里叶级数收敛性证明及其他问题	338
425. 结尾语	339
附录 数学分析进一步发展概况	341
I. 微分方程	341
II. 变分法	342
III. 复变函数论	345
IV. 积分方程论	347
V. 实变函数论	349
VI. 泛函分析	352
索引	357

第十五章 数项级数

§1. 导引

234. 基本概念 设给定一个无穷数 (序) 列

$$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots, \quad (1)$$

由这些数所组成的记号

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots \quad (2)$$

叫做一个无穷级数 (或简称级数), 而 (1) 中各数则称为级数的一般项. (2) 也常常利用求和号写成这样:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n; \quad (2a)$$

这里序号 n 依次取 1 至 ∞ 的一切整数值^①.

我们来把级数的一般项逐一相加而组成下面这些和 (和的个数无穷):

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= a_1, A_2 = a_1 + a_2, A_3 = a_1 + a_2 + a_3, \\ \cdots, A_n &= a_1 + a_2 + \cdots + a_n, \cdots, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

并称其为级数的部分和或级数节. 这个部分和序列 $\{A_n\}$ 我们将恒与级数 (2) 并列: 记号 (2) 的作用也就在表明该序列的产生.

级数 (2) 的部分和 A_n 在 $n \rightarrow \infty$ 时的有限或无限极限

$$A = \lim A_n$$

^①但级数项的下标, 也可不由 1 开始, 而由 0 或任何大于 1 的正整数开始有时更为方便.