



普通高等教育“十二五”规划教材

# 运筹学

卓新建 主编

YUNCHOUXUE  
YUNCHOUXUE



北京邮电大学出版社  
[www.buptpress.com](http://www.buptpress.com)

普通高等教育“十二五”规划教材

# 运筹学

卓新建 主编



北京邮电大学出版社  
·北京·

## 内 容 简 介

运筹学的本质是给形形色色的实际问题提供一个最优解,重点是如何对实际问题建立运筹学模型、如何分析和求解问题并分析解与实际问题的各种关系。本书通过介绍运筹学的基本理论和基本方法,让一些工科专业的本科生或研究生了解运筹学的研究范畴和研究思想;通过大量的例子介绍如何针对工科专业的多种实际问题,建立优化模型、分析和解决问题;同时通过大量的例子介绍了利用优化软件建立优化模型、分析和解决优化实际问题的方法。

### 图书在版编目(CIP)数据

运筹学 / 卓新建主编. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2013. 4

ISBN 978-7-5635-3406-7

I. ①运… II. ①卓… III. ①运筹学—高等学校—教材 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 016529 号

---

书 名: 运筹学

主 编: 卓新建

责任编辑: 陈岚岚

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编: 100876)

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京联兴华印刷厂

开 本: 787 mm×960 mm 1/16

印 张: 17.25

字 数: 375 千字

版 次: 2013 年 4 月第 1 版 2013 年 4 月第 1 次印刷

---

ISBN 978-7-5635-3406-7

定 价: 36.00 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

# 前 言

运筹学的本质就是优化,就是考虑对各种问题、从各个角度考虑得到最好的结果,最优的安排、计划,或花费(成本时间)最小等。高等教育中的工科各专业,包括通信类各专业的研究领域中,大量的问题都或多或少地涉及运筹学中的各种优化问题,如果能对运筹学中的各种优化问题有一些了解,将对更好地解决这些工科专业的问题有很大的帮助作用。

随着计算机的迅速发展,运筹学的发展也是日新月异,利用计算机解决运筹学相关的问题已经成为必需的手段。

目前,关于运筹学的教材多为面向经济管理专业的本科生和研究生,而面向工科,包括通信类各专业的运筹学教材较少,而且目前关于运筹学的教材多以介绍运筹学的理论和方法为主,介绍如何利用计算机解决优化问题的教材则少之又少。

另外,面向工科各专业开设的运筹学课程课时量也大都较少,以北京邮电大学为例,本科生每周两个课时(总课时 32),研究生每周 3 个课时(总课时 51~54)。

本教材就是针对上面的几点考虑,希望能在总课时 54 以内的课容量里,介绍运筹学的基本理论和基本方法,让一些工科专业的本科生或研究生掌握运筹学的基本理论和方法,了解运筹学的研究范畴和研究思想;通过大量的例子着重介绍如何针对工科专业的多种问题,建立优化模型、分析问题和解决问题的过程;同时,通过大量的例子,介绍了如何利用计算机优化软件建立优化模型、分析和解决实际优化问题。

本教材的编写得到了北京邮电大学出版社、北京邮电大学理学院和北京邮电大学教务处的部分资助,在此表示感谢。

本教材涉及的内容除了引用或参考了参考文献所列文献的内容之外,也参考了网上的大量资料,有些内容无法列出详细的出处,在此一并致谢! 由于

水平所限,再加上时间仓促,一些初衷没能充分体现,同时难免有各种错误或  
缺陷,恳请读者批评指正。

2013年1月

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
§ 1.1 运筹学的由来和发展及应用 .....	1
§ 1.2 运筹学的定义 .....	3
§ 1.3 运筹学的性质与特点 .....	3
§ 1.4 运筹学的主要内容 .....	4
§ 1.5 运筹学的工作步骤 .....	5
§ 1.6 运筹学的发展趋势 .....	6
<b>第 2 章 线性规划问题的基本概念及单纯形法</b> .....	8
§ 2.1 引言 .....	8
§ 2.2 线性规划问题及其数学模型 .....	8
§ 2.3 线性规划数学模型的标准形式及解的概念.....	12
§ 2.4 两个变量线性规划问题的图解法.....	14
§ 2.5 线性规划的基本理论.....	16
§ 2.6 求解线性规划问题的单纯形方法.....	20
2.6.1 假设.....	20
2.6.2 例子.....	21
2.6.3 构造一个初始基可行解.....	24
2.6.4 判断当前基可行解是否为最优解 .....	24
2.6.5 改进基可行解.....	26
2.6.6 单纯形法的计算步骤及单纯形表.....	30
§ 2.7 单纯形法的进一步讨论.....	36
2.7.1 两阶段法.....	36
2.7.2 单纯形法计算中的几个问题及例子.....	39

§ 2.8	用优化软件解线性规划问题的方法和例子	41
2.8.1	用 Lingo 软件包解线性规划问题的方法和例子	42
2.8.2	用 Matlab 解线性规划的方法和例子	49
§ 2.9	几类实际生活中的线性规划问题举例	53
附 1	线性规划发展简史	60
附 2	线性规划发展史上两个科学家简介	60
<b>第 3 章</b>	<b>线性规划问题的对偶理论及灵敏度分析</b>	<b>63</b>
§ 3.1	线性规划问题的对偶问题	63
§ 3.2	对偶问题的基本性质(对偶定理)	68
§ 3.3	单纯形法的矩阵描述	72
§ 3.4	对偶单纯形方法	74
§ 3.5	线性规划问题的灵敏度分析	79
3.5.1	资源系数变化的分析	79
3.5.2	价值系数变化的分析	81
3.5.3	技术系数变化的分析	83
§ 3.6	用优化软件分析线性规划问题的对偶理论的方法和例子	87
<b>第 4 章</b>	<b>运输问题</b>	<b>92</b>
§ 4.1	运输问题的模型及其特点	92
4.1.1	产销平衡运输问题的数学模型	92
4.1.2	产销平衡运输问题数学模型的特点	94
§ 4.2	表上作业法	96
4.2.1	初始基本可行解的确定	96
4.2.2	基本可行解的最优性检验	105
4.2.3	基本可行解的调整	109
4.2.4	表上作业法计算中的问题	110
§ 4.3	不平衡的运输问题	111
§ 4.4	运输问题的应用举例	114
§ 4.5	用优化软件解决运输问题的方法和举例	117
<b>第 5 章</b>	<b>整数规划</b>	<b>122</b>
§ 5.1	整数规划问题的提出	122

§ 5.2	几个典型的整数规划问题 .....	124
§ 5.3	分枝定界法 .....	126
§ 5.4	指派问题和匈牙利算法 .....	129
5.4.1	指派问题的标准形式及数学模型 .....	129
5.4.2	标准指派问题的匈牙利解法 .....	131
5.4.3	一般指派问题的匈牙利解法 .....	135
§ 5.5	用优化软件解决整数规划问题的方法和例子 .....	143
5.5.1	用 Lingo 软件包解决整数规划问题的方法和例子 .....	143
5.5.2	用 Matlab 解决整数规划问题的方法和例子 .....	152
<b>第 6 章</b>	<b>动态规划</b> .....	<b>153</b>
§ 6.1	动态规划的发展及研究内容 .....	153
§ 6.2	动态规划的基本概念、基本方程、最优性原理和基本步骤 .....	154
§ 6.3	动态规划的应用举例 .....	156
§ 6.4	用优化软件解动态规划问题的方法和例子 .....	186
<b>第 7 章</b>	<b>非线性规划的概念和原理</b> .....	<b>189</b>
§ 7.1	非线性规划的实例及数学模型 .....	190
§ 7.2	无约束非线性规划问题 .....	191
7.2.1	无约束极值条件 .....	191
7.2.2	无约束极值问题的解法 .....	192
§ 7.3	约束非线性规划问题 .....	193
7.3.1	凸规划问题 .....	193
7.3.2	其他类型的约束非线性规划问题 .....	195
§ 7.4	用优化软件求解非线性规划的方法和例子 .....	198
7.4.1	用 Lingo 求解非线性规划的方法和例子 .....	198
7.4.2	用 Matlab 求解非线性规划的方法和例子 .....	200
<b>第 8 章</b>	<b>图与网络优化</b> .....	<b>208</b>
§ 8.1	图与网络的基本概念 .....	209
§ 8.2	最短路问题 .....	213
§ 8.3	最优生成树问题 .....	214
§ 8.4	网络最大流问题 .....	219



§ 8.5 最小费用最大流问题 .....	225
<b>第 9 章 排队论</b> .....	<b>228</b>
§ 9.1 基本概念 .....	230
9.1.1 排队系统的描述 .....	230
9.1.2 排队系统的描述符号与分类 .....	232
9.1.3 排队系统的主要数量指标 .....	233
§ 9.2 输入过程和服务时间分布 .....	236
9.2.1 排队系统的输入过程 .....	236
9.2.2 排队系统的服务时间分布 .....	238
§ 9.3 生灭过程及其稳态概率 .....	239
§ 9.4 排队论研究的基本问题 .....	242
9.4.1 M/M/S/∞/∞/FCFS 模型 .....	243
9.4.2 M/M/S/K/∞/FCFS 模型 .....	247
9.4.3 M/M/S/K/G/FCFS 模型 .....	250
<b>练习题</b> .....	<b>253</b>
<b>参考文献</b> .....	<b>266</b>

# 第1章 绪论

运筹学是用数学方法研究各种系统最优化问题的学科。其研究方法是应用数学语言来描述实际系统,建立相应的数学模型,并对模型进行研究和分析,据此求得模型的最优解;其目的是制定合理运用人力、物力和财力的最优方案,为决策者提供科学决策的依据;其研究对象是各种社会系统,可以是对新的系统进行优化设计,也可以是研究已有系统的最佳运营问题。因此,运筹学既是应用数学,也是管理科学,同时也是系统工程的基础之一。

## § 1.1 运筹学的由来和发展及应用

运筹学是20世纪新兴的学科之一,它在军事、工业、商业、农业、交通运输、政府部门和其他方面都有重要的应用。现在运筹学已经成为经济计划、系统工程、现代管理等领域的强有力的工具。它把要处理的问题用数学的模型和方法进行量化,以帮助决策人对此问题给出一个尽可能好的解决方案。

自从人类社会诞生以来,人们都一直在经历着运用和筹划的决策过程。而运筹学的一些朴素思想可以追溯到很久以前。历史上曾经记载着很多巧妙的运用事例,例如,广为人知的我国战国时期齐王和大臣田忌赛马的故事;又如,北宋真宗年间,皇城失火,皇宫被毁,朝廷决定重建皇宫,当时亟待解决“取土”、“外地材料的储运”和“处理瓦砾”三项任务,在修建皇宫负责人丁渭的精心策划下,巧妙地解决了上述三项任务;三国时期的运筹大师诸葛亮,更是众所周知的风云人物。在国外人们常推崇阿基米德为运筹学的先驱人物,因为他筹划有方,在保卫叙拉古、抵抗罗马帝国的侵略中做出了突出贡献。

但运筹学作为科学名词出现是在第二次世界大战期间,当时为了解决作战中所遇到的许多错综复杂的战略战术问题,英美一些具有不同学科和背景的科学家,组成了许多研究小组,专门从事军事行动的优化研究。例如,当时英美为了对付德国的空袭,将雷达作为防空系统的一部分,这从技术上是可行的,但实际运用时却并不好用,为此一些科学家就如何合理运用雷达开始进行一类新问题的研究,因为它与研究技术问题不同,就称之为“Operational Research”(这是英国的叫法,美国称之为“Operation Research”),即运筹学研究。

同样在二战期间,为了进行运筹学研究,在英美的军队中成立了一些专门小组,针对护航舰队保护商船队的编队问题和当船队遭受德国潜艇攻击时如何使船队损失最少的问题开展了研究。在研究了反潜深水炸弹的合理爆炸深度后,使德国潜艇被摧毁数增加到400%;研究提出了船只在受敌机攻击时,大船应急转向和小船应缓慢转向的逃避方法。研究结果使船只在受到敌机攻击时,中弹数由47%降到29%。

此外其他研究的典型课题还有:高射炮阵地火力的最佳配置、护航舰队规模的大小以及开展反潜艇作战的侦察等方面。运筹学在二战时由于受到战时压力的推动,加上不同学科互相渗透而产生的协同作用,在上述几个方面的研究都卓有成效,为第二次世界大战盟军的胜利起到积极作用,也为运筹学各个分支的进一步研究打下了基础。战后,这些科学家们转向研究在民用部门应用类似方法的可能性。因而,促进了在民用部门中应用运筹学有关方法的研究和实践。

虽然运筹学这一科学名词出现于二战中,但在这之前已有许多蕴含运筹学思想和方法的书籍和论文出现。原苏联数学家康托洛维奇的《生产组织与管理中的数学方法》(属于规划论的内容)出版于1939年,但是当时未得到重视,直到1960年康托洛维奇再次发表了《最佳资源利用的经济计算》一书后,才受到国内外的一致重视。为此康托洛维奇于1975年得到了诺贝尔经济学奖。冯·诺依曼等所著《对策论与经济行为》(运筹学中对策论的创始作)成书前所发表的一系列论文在1928年就开始刊出。排队论的先驱者丹麦工程师埃尔朗1917年在哥本哈根电话公司研究电话通信系统时,提出了排队论的一些著名公式。

二战后,美国等国家的军方仍保留一些运筹研究小组(当今美国乃至世界最负盛名的决策咨询机构兰德(Rand)公司就是由此发展出来的,以后逐渐发展成为“独立的、介于官民之间进客观分析的研究机构”),其他多数人转向把运筹学研究用于和平时期的工商业。美、德等国家的运筹学得以蓬勃发展,出现了应用研究和理论研究相互促进的局面。运筹学得到了很快的发展。

1947年,美国数学家G. B. Dantzig提出了求解线性规划的有效方法——单纯形法。20世纪50年代初,应用电子计算机求解线性规划问题获得了成功。50年代末,工业先进国家的一些大型企业也陆续应用了运筹学的方法以解决企业在生产经营活动中所出现的许多问题,取得了良好效果。60年代中期,一些银行、医院、图书馆等都已陆续认识到运筹学对帮助改进服务功能、提高服务效率所起的作用,由此带来了运筹学在服务性行业和公用事业中的广泛应用。电子计算机技术的迅速发展,为广泛应用运筹学方法提供了有力工具,运筹学的应用又开创了新的局面。

随着运筹学技术的推广应用,各国都先后成立了运筹学研究的专业学术机构。早在1948年,英国成立了运筹学俱乐部,并出版运筹学的专门学术刊物。1957年,在英国牛津大学召开了第一届国际运筹学会议。1959年,成立了国际运筹学联合会(IFORS)。

20世纪50年代中期,钱学森、许国志等教授将运筹学由西方引入我国。他们把运筹

学结合我国的特点在国内推广应用。1957年“运筹学”的名字由许国志先生提出,取自于史记“运筹帷幄之中,决策千里之外”。在经济数学方面,特别是投入产出表的研究和应用开展较早,质量管理的应用也有特色。在此期间以华罗庚教授为首的一大批数学家加入到运筹学的研究队伍,使运筹学的许多分支很快跟上了当时的国际水平。华罗庚教授于五六十年代在一些企业和事业单位积极推广和普及优选法、统筹法等运筹学方法,取得了显著成效。今天,我国有关高等院校不仅设置了运筹学专业,而且在管理类、财经类等的有关专业普遍开设了运筹学的必修课程。许多专业的硕士生,也设置了运筹学作为学位课程。1980年成立了全国运筹学会,1982年中国运筹学会成为IFORS正式成员。

当前,运筹学在经济管理、生产管理、库存管理、运输问题、市场销售、工程建设、财政和会计、计算机和信息系统、城市管理、人事管理、军事作战、科学试验以及社会系统等各个领域中都得到了极为广泛的应用。一些发达国家的企业、政府、军事等部门都拥有相当规模的运筹学研究组织,专门从事运筹学的应用研究,并为上层决策部门提供科学决策所需的信息和依据。

## § 1.2 运筹学的定义

运筹学的定义有多种版本,甚至不同的国家对运筹学的定义都可能是不同的,比如一种定义是:“为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”它强调的是数量化的科学方法,另一种定义是:“运筹学是一门应用科学,它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据。”

## § 1.3 运筹学的性质与特点

运筹学是多种学科的综合科学,也是最早形成的一门软科学。当人们把战时的运筹研究取得成功的经验在和平时期加以推广应用时,面临着一个广阔的研究领域。在这一领域中,对于运筹学主要研究和解决什么问题有许多说法,至今争论不休,实际上形成了一个在争论中发展运筹学的局面。在这四五十年中,我们能从它的争论中看出运筹学所具有的一些特点。

(1) 引进数学研究方法。运筹学是一门以数学为主要工具,寻求各种问题最优方案的学科,所以是一门优化科学。随着生产与管理的规模日益扩大,其间的数量关系也就更加复杂,从其间的数量关系来研究这些问题,即引进数学研究方法,是运筹学的一大特点。

(2) 系统性。运筹学研究问题是从系统的观点出发,研究全局性的问题,研究综合优化的规律,它是系统工程的主要理论基础。

(3) 着重实际应用。在运筹学术界,有许多人强调运筹学的实用性和对研究结果的

“执行”，把“执行”看作运筹工作中的一个重要组成部分。有的运筹学教科书中，在讲述从理论上求得最优解之后，还要讲述如何根据实际情况对所得解进行进一步的考察，讲述对所得最优解如何进行灵敏度分析等。

(4) 跨学科性。由有关的各种专家组成的进行集体研究的运筹小组综合应用多种学科来解决实际问题是早期军事运筹研究的一个重要特点。如二战时英国在空军部门成立的防空运筹小组其成员包括数学家、物理学家、天文学家、生理学家和军事专家多人，任务是探讨如何抵御敌人的空袭和潜艇。这种组织和这种特点一直在一些地方和一些部门以不同的形式保留下来，这往往是研究和解决实际问题的需要。从世界范围来看，运筹学的成败以及应用的广泛程度，无不与这样的研究组织和这种组织的工作水平有关。

(5) 理论和应用的发展相互促进。运筹学的各个分支学科，都是由于实际问题的需要或以一定的实际问题为背景逐渐发展起来的。初期一些老的学科方面的专家对运筹学做出了贡献；随后新的人才也逐渐涌现，新的理论相继出现，这往往就开拓出新的领域。例如，继 Dantzig 发明了求解线性规划的单纯形法之后，又相继出现了一批职业的线性规划工作者，由于他们从事了大量的实践活动，反过来又进一步促进了线性规划方法的进一步发展，从而又出现了椭球法、内点法等新的解线性规划的方法。目前运筹学家们仍在孜孜不倦地研究新技术、新方法，使运筹学这门年轻的学科不断向前发展。

## § 1.4 运筹学的主要内容

运筹学发展到现在虽然只有六十多年的历史，但是内容丰富，涉及面广，应用范围大，已形成了一个相当庞大的学科。它的主要内容一般应包括线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划、网络分析、排队论、对策论、决策论、存储论、可靠性理论、模型论、投入产出分析，等等。它们中的每一个部分都可以独立成册，都有丰富的内容。

线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划这五个部分统称为规划论，它们主要是解决两个方面的问题。一个方面的问题是对于给定的人力、物力和财力，怎样才能发挥它们的最大效益；另一个方面的问题是对于给定的任务，怎样才能用最最少的人力、物力和财力去完成它。

网络分析主要是研究解决生产组织、计划管理中诸如最短路径问题、最小连接问题、最小费用流问题以及最优分派问题等。特别在设计和安排大型复杂工程时，网络技术是很重要的工具。

排队现象在日常生活中屡见不鲜，如机器等待修理、船舶等待装卸、顾客等待服务等。它们有一个共同的问题，就是等待时间长了，会影响生产任务的完成，或者顾客会自动离去而影响经济效益；如果增加修理工、装卸码头和服务台，固然能解决等待时间过长的的问题，但又会蒙受修理工、码头和服务台空闲的损失。这类问题的妥善解决是排队论的

任务。

对策论是研究具有厉害冲突的各方如何制定出对自己有利从而战胜对手的斗争策略。例如,战国时期田忌赛马的故事便是对策论的一个绝妙的例子。

决策问题是普遍存在的,凡属“举棋不定”的事情都必须做出决策。人们之所以举棋不定,是因为人们在着手实现某个预期目标时,面前出现了多种情况,又有多种行动方案可供选择。决策者如何从中选择一个最优方案,才能达到他的预期目标,这是决策论的研究任务。目前,非常流行的博弈论也属于决策论的研究范围。

人们在生产和消费过程中,都必须储备一定数量的原材料、半成品或商品。存储少了会因停工待料或失去销售机会而遭受损失,存储多了又会造成资金积压、原材料及商品的损耗。因此,如何确定合理的存储量、购货批量和购货周期至关重要,这便是存储论要解决的问题。

对于一个复杂的系统和设备,往往是由成千上万个工作单元或零件组成的,这些单元或零件的质量如何,将直接影响到系统或设备的工作性能是否稳定可靠。研究如何保证系统或设备的工作可靠性,这便是可靠性理论的任务。

人们在生产实践和社会实践中遇到的事物往往是很复杂的,要想了解这些事物的变化规律,首先必须对这些事情的变化过程进行适当的描述,即所谓建立模型,然后就可通过对模型的研究来了解事物的变化规律。模型论就是从理论上和方法上来研究建立模型的基本技能。

投入产出分析是通过研究多个部门的投入产出所必须遵守的综合平衡原则来制定各个部门的发展计划,借以从宏观上控制、调整国民经济,以求得国民经济协调合理地发展。

运筹学涉及的理论和方法非常广泛,很多方面的分支都已发展完善为一门独立学科,限于篇幅,本教材只介绍其中的线性规划、整数规划、动态规划、非线性规划、图与网络、排队论等六部分内容,而且着重介绍基本的理论和方法。

## § 1.5 运筹学的工作步骤

用运筹学的方法解决实际问题包括以下几个步骤。

(1) 提出需要解决的问题:确定目标,并分析问题所处的环境和约束条件。抓住主要矛盾,舍弃次要矛盾。

(2) 建立模型:选用合适的数学模型来描述问题,确定决策变量,建立目标函数、约束条件等,并据此建立相应的运筹学模型。

(3) 求解模型:确定与数学模型有关的各种参数,选择求解方法,求出解。解可以是最优解、近似解、满意解,解的精度要求可由决策者提出。

(4) 解的检验:首先检查求解步骤和程序有无错误,然后检查解是否反映现实问题。

(5) 解的控制:通过灵敏度分析等方法,对所求的解进行分析和评价,并据此对问题

的提出和建模阶段进行修正。

(6) 解的实施:提供决策所需的依据、信息和方案,帮助决策者决定处理问题的方针和行动。

这六部分之间存在如图 1.1 所示关系。

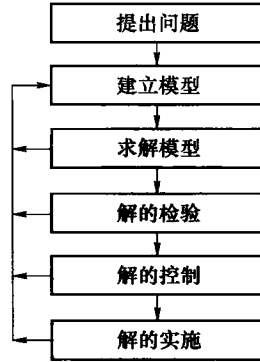


图 1.1

## § 1.6 运筹学的发展趋势

运筹学作为一门学科,在理论和应用方面,无论就广度和深度来说都有着无限广阔的前景。它不是一门衰老过时的学科,而是一门处于年轻发展时期的学科,这从运筹学目前的发展趋势便可看出。

(1) 运筹学的理论研究将会得到进一步系统的、深入的发展。数学规划是 20 世纪 40 年代末期才开始出现的,经过十多年的时间,到了 60 年代,它已成为了应用数学中一个重要的分支,各种方法和各种理论纷纷出现,蔚为壮观。但是,数学规划也和别的学科一样,在各种方法和理论出现以后,自然要走上统一的途径。也就是说,用一种或几种方法和理论把现存的东西统一在某些系统之下来进行研究。而目前这种由分散到统一、由具体到抽象的过程正在形成,而且将得到进一步的发展。

(2) 运筹学向一些新的研究领域发展。运筹学的一个重要特点是应用十分广泛,近年来它正迅速地向一些新的研究领域或原来研究较少的领域发展,如研究世界性的问题、研究国家决策或研究系统工程等。

(3) 运筹学分散融化于其他学科,并结合其他学科一起发展。如数学规划方法用于工程设计,常常叫做“最优化方法”,已成为工程技术中的一个有力研究工具;数学规划用于 Leontief 的投入产出模型,也称为西方计量经济学派常用的数学工具等。

(4) 运筹学沿原有的各学科分支向前发展,这仍是目前发展的一个重要方面。如规划论,从研究单目标规划进而研究多目标规划,这当然可以看成是对事物进行深入研究的

自然延伸。事实上,在实际问题中想达到的目标往往有多个,而且有些还是互相矛盾的。再如,从研究短期规划到研究长期规划,这种深入研究也是很自然的,因为对于不少实际问题,人们主要关心的是未来的结果。

(5) 运筹学中建立模型的问题将日益受到重视。从事实际问题研究的运筹学工作者,常常感到他们所遇到的困难是如何把一个实际问题变成一个可以用数学方法或别的方法来处理的问题。就目前来说,关于运筹学理论和方法的研究,远远超过了对上述困难的研究,要使运筹学能保持它的生命力,这种研究非常必要。

(6) 运筹学的发展将进一步依赖于计算机的应用和发展。电子计算机的问世与广泛的应用是运筹学得以迅速发展的重要原因。实际问题中的运筹学问题,计算量一般都是很大的。只是有了存储量大、计算速度快的计算机,才使得运筹学的应用成为可能,并反过来推动了运筹学的进一步发展。如算法复杂性这个学科就是运筹学与计算机相结合的产物。

运筹学作为一门学科,在理论及应用方面,无论就其广度还是深度来说,都有着无限广阔的前景。



## 第2章 线性规划问题的基本概念及单纯形法

### § 2.1 引言

线性规划是运筹学中应用最广泛的问题之一,也是运筹学的最基本的问题之一,网络规划、整数规划、目标规划和多目标规划都是以线性规划为基础的,它是解决稀缺资源最优分配的有效方法,使付出的费用最小或获得的收益最大。

线性规划是运筹学的一个基本分支,其应用极其广泛,其作用已为越来越多的人所重视。从线性规划诞生至今的几十年中,一直都是为实际的需求而产生、发展、完善,随着计算机的逐渐普及,它越来越急速地渗透于工农业生产、商业活动、军事行动和科学研究的各个方面,为社会节省的财富、创造的价值无法估量。最近十多年来,线性规划无论是在深度还是在广度方面又都取得了重大进展。

本章先通过例子归纳线性规划数学模型的一般形式,然后着重介绍有关线性规划的一些基本概念、基本理论及解线性规划问题的单纯形方法。

数学规划的研究对象是计划管理工作中有关安排和估值的问题,解决的主要问题是给定条件下,按某一衡量指标来寻找最优的安排方案。它可以表示成求函数在满足约束条件下的极大值或极小值问题。

### § 2.2 线性规划问题及其数学模型

线性规划(Linear Programming, LP)问题研究的是在一组线性约束条件下一个线性函数最优问题。

**例 2.1** 某通信服务公司计划推出 A、B、C 3 种通信套餐服务,每种套餐服务后的利润分别为每月 60 元/用户、30 元/用户与 20 元/用户。每个套餐需要给每位用户提供带宽 8 Mbit/s、6 Mbit/s 和 1 Mbit/s,同时每个套餐每月需要占服务器时间为 4 小时、2 小时和 1.5 小时,并且每月分别需要咨询和服务以及维修等人工服务预计为 2 小时、1.5 小时和 0.5 小时。此通信公司可提供的带宽为 48 000 Mbit/s,可以提供的总服务器时间为 20