

初級中學課本代數下冊

# 教學參考資料

第一分冊

北京中小學教學參考資料編輯委員會

北京大眾出版社

## 編 者 的 話

一、本資料是爲了幫助京津兩市中學教師鑽研教材、改進教法、正確地使用教學大綱和教科書，以貫徹政務院和中共北京市委提高教育質量的指示而編修的。

二、根據中華人民共和國教育部的指示，本資料發行範圍限於京津兩市，其他地區如需參考，可以作爲內部交流經驗之用。

三、本資料僅供教學時參考，希望教師們在教學中發揮自己的創造性，不必受資料的拘束。

四、本資料是由京津兩市部分教師在暑假中以去年本會所編的“中學數學授課計劃綱要”爲基礎集體編修的，在內容上雖然有所改進，但由於編修教師的水平和時間的限制，一定還存在着不少缺點和錯誤，希望教師們在使用中多多提出指正的意見。來函請寄北京西黃城根甲 32 號本會。

五、本資料在編修過程中，曾蒙人民教育出版社數學編輯室的一些同志熱情的指導，又在北京師範大學傅種孫副校長領導下，由該校數學系董延闓、梁紹鴻、鍾善基、白尙恕、王世強、嚴士健等同志集體校閱，謹在此致以衷心的謝意。

北京中小學教學參考資料編輯委員會

一九五五年八月

## 總 說 明

本教學參考資料是根據“中學數學教學大綱（修訂草案）”和“初中代數”上、下冊課本（一九五五年秋季供應），並在一九五四年暑期本會所編的“中學數學授課計劃綱要”的基礎上進行編修的。

中學數學教學大綱（修訂草案）中指出：

“中學數學教學的目的是教給學生以數學的基礎知識，並且培養他們應用這種知識來解決各種實際問題所必需的技能和熟練技巧。

教師在講授數學的過程中，要以社會主義思想教育學生，要充分聯系我國社會主義建設中各方面的成就與情況，以培養他們成為積極參加社會主義建設和保衛祖國的全面發展的新人。注意培養學生的辯證唯物主義的世界觀，愛國主義思想和民族自尊心以及愛科學、愛勞動、愛集體、守紀律的美德，並且鍛鍊學生的堅強意志和性格。”

大綱中又指出：

“代數教學的目的，在於擴大學生關於數的概念，教會學生自覺地、迅速而又最合理地作出代數式的恒等變形，發展學生關於函數相依關係和它的圖象的概念，教會學生列出方程和解方程，並且教會學生應用代數知識解答有關物理、化學、技術方面、農業方面的簡單問題。”

在初中三年級第一學期的代數課中，主要是教給學生分式、比與比例和一元一次方程的知識，其教學目的如下：

（一）使學生理解分式、比與比例、方程及同解方程的概念，

知道方程与恒等式的區別，熟練分式四則和比例的運算，並能自覺地解一元一次方程和应用問題。還要求学生能作出正比例的圖象，通过描繪圖象体会到形与數的結合。

(二) 通过正確了解數學概念和數量間相依關係以及掌握基本原理和運算技能，培养学生的分析和綜合能力。並通过介紹我國數學家在方程方面的偉大貢獻，以培养学生的民族自豪感。

本資料是按照單元編寫的，在每單元中均包括教學目的、教材分配、教材分析、教法建議和其他等五部分。

“教學目的”分列於每單元和每課時中，指出一般的和具體的要求。希望教師根據教學大綱的精神和學生的具體情況使這些目的在教學中得以貫徹。

“教材分配”部分，因編修時間所限，只按照課時的順序提出教學題目和教學目的以及例題、習題和參考題的配備建議，一般未詳及細節。對於課時和例題、習題的安排是編者根據一般情況擬訂的，但因各校具體條件不同，不可能完全適用，任課教師要從實際出發，確定取捨，不能強求劃一。所列參考題係供教師佈置作業時調濟之用，也可留作進行複習時的參考。

“教材分析”部分，主要說明教材的講授順序、前後联系和教學重點，旨在幫助教師深入地鑽研教材，進一步掌握和貫徹教學大綱的精神。但由於教材特點和教學需要的不同，所以詳略不一。

“教法建議”係根據一般的教學經驗，提出一些教學方法，旨在幫助教師更好的處理教學中的具體問題。教師必須在鑽研教材的基礎上，結合學生的具體情況和存在問題，決定自己的教學方法，不要機械搬用。

“其他”部分，係根據教學需要，提出一些僅供教師參考的材料，或對於編者意圖作某些必要的解釋。其中有些內容較深，是

爲了幫助部分教師深入的領會教材，明確概念，但絕不可搬到教學中去。

此外，關於補充題、學期複習提綱以及對於課本的勘誤等統列於書後的“附錄”中，以備應用和查考。

本學期全部教材擬用51課時講授完畢(詳見下表)，其餘時間可留作複習和考查之用。

講 授 內 容	授課時數
第一單元 分式	共 24 課時
I 複習多項式的運算，簡乘公式、因式分解	3 課時
II 分式，分式的基本性質	3 課時
III 分式的約分與通分	3 課時
IV 分式的加法與減法	4 課時
V 分式的乘法與除法	6 課時
VI 分式四則	5 課時
第二單元 比例與比例關係	共 7 課時
I 比、比例及其主要性質，比例中各項互換	3 課時
II 正比例的意義，比例關係，坐標的意義，方程 $y=ax$ 的圖象	3 課時
III 複習比例與比例關係	1 課時
第三單元 一元一次方程	共 20 課時
I 方程的一般性質	4 課時
II 一元方程	7 課時
III 方程的組成	9 課時

此外在教學中還應注意下列事項：

(一) 教師必須深刻體會教材的思想內容和科學內容，根據

直觀性和量力性等原則處理教材，以淺易的事例正確說明數學的概念和原理，並有目的、有計劃地訓練學生分析問題的能力。

(二) 要使學生獲得有益的數學訓練，處處要重視基本概念和基本運算的熟練技巧。學生所以死記硬背或作出一些難以理解的錯誤，主要原因是不明白所學知識的意義。教師應該深刻體會教學目的，明確訓練重點，多啓發、多檢查，作到由淺入深，及時鞏固，絕不可旁徵博引或以繁瑣的難題來困累學生。

(三) 只有在透徹理解知識的基礎上運算技能才能達到簡捷熟練，而教師的示範作用和逐步嚴格的要求學生也是重要因素。教師不能只忙於講解大量的例題，而應該騰出更多的時間引導學生去分析和思考。否則，不但會感到每課時的時間緊迫，並且也很難啓發學生的積極思維和培養學生的熟練技巧。

(四) 教師在佈置課外作業時，應要求學生先複習教材內容而後作題，遇有較難的題目還應作必要的提示。對於學生的作業不僅要求正確與整潔，也要注意運算的技巧。

(五) 應在整個的教學過程中，認真貫徹教育部所發佈的“關於減輕中、小學學生過重負擔的指示”，為進一步提高教育質量而努力。

# 目 錄

總說明	1
第一單元 分式	1
I 複習多項式的運算、簡乘公式、因式分解	2
II 分式、分式的基本性質	4
III 分式的約分與通分	7
IV 分式的加法與減法	10
V 分式的乘法與除法	14
VI 分式四則	20
第二單元 比例與比例關係	26
I 比、比例及其主要性質、比例中各項互換	26
II 正比例的意義、比例關係、坐標的意義、方程 $y=ax$ 的 圖象	29
III 複習比例與比例關係	32
第三單元 一元一次方程	34
I 方程的一般性質	35
II 一元方程	40
III 方程的組成	43
附錄	55

# 第一單元 分 式

(見“初中代數”上冊 75—87 頁, § 67—§ 77.)

## 本單元總的教學目的

(一) 有系統地複習多項式四則運算、簡乘公式、因式分解的意義和演算法則。要求學生掌握住這些知識，並能正確地、熟練地進行運算，一方面鞏固既得的知識，另一方面為新課（分式）做好準備。

(二) 由整式除法引出分式的概念，把分式理解成兩個整式相除的商（其中除式係含有文字者）；要求學生理解分式的值的意義，並知道分式中文字所取的值不得使分母（除式）的值為零；最後，再使學生認識整式是分式的特殊情況。

(三) 由除法的性質說明分式的性質，使學生理解通分與約分的意義和其所根據的道理，並能熟練地進行約分與通分的運算。

(四) 使學生理解分式四則運算的法則和性質，並能熟練地進行四則運算，和解簡單的方程。

整式中的除法運算不是永遠可能的，添加分式後，四則運算就可以不受限制了。這一性質與整數和分數的性質相仿。教學時可以由兩整數不能整除時引入分數說起，指出兩整式不能整除時（除式內必含有文字）引出分式。分式的特點在於式中分母內含



有文字，必須熟悉整式的性質及運算法則，才能學好分式。所以在本單元的開始規定有三課時的複習，着重複習簡乘公式和因式分解。分式的概念是比較容易接受的，但仍需經過相當時間的練習，學生才能正確而熟練地進行運算，因此，在佈置課外作業以外還要多使學生在課堂上進行練習。

## I 複習多項式的運算、簡乘公式、因式分解

(見“初中代數”上冊有關教材)

### 一、教學目的

系統扼要地複習代數有理整式運算和因式分解，使學生能系統地理解有關的重要概念，掌握必要的法則和公式。

### 二、教材分配 (共用 3 課時)

#### (一) 第一課時

1. 教學題目 複習有關代數式的基本概念和整式四則運算。

#### 2. 教學目的

(1) 通過複習使學生鞏固單項式、多項式、項、係數、指數、方冪等概念。

(2) 使學生掌握除法法則，乘除互逆關係和除法的性質。

3. 教材 見課本上冊 42—70 頁。

4. 例題 補充題 1, 2, 3。

5. 習題 參照例題的要求自擬，並使學生熟記乘法公式。

6. 參考題 補充題 4, 5, 6。

#### (二) 第二課時

1. 教學題目 複習簡乘公式

2. 教學目的 通過複習使學生熟記乘法公式，並能正確

熟練地進行簡乘与簡除運算和应用公式進行因式分解。

3. 教材 見課本上册 59—61 頁。
4. 例題 補充題 7, 8, 9。
5. 習題 仿課堂例題擬出家庭作業。

### (三) 第三課時

1. 教學題目 複習 因式分解与最高公因式和最低公倍式的求法。

2. 教學目的 使學生熟練地掌握因式分解的基本方法和求最高公因式及最低公倍式的方法。

3. 教材 見課本上册 71—75 頁。
4. 例題 補充題 10, 11, 12, 13, 14。
5. 習題 § 38.778<sub>1</sub>, 779<sub>2</sub>, 780<sub>2</sub>, 781<sub>2</sub>。

### 三、教材分析

經過一個暑假，學生可能对舊知識會顯得生疏些，因而在學年開始時，應適當地複習舊課，這不但為進行新課作好準備，也加深了學生對舊知識的認識。

分式概念可由代數整式除法（除式內必含有文字）導出，學生透徹地理解了除法性質以後，就很容易理解分式的性質。在分式演算中，處處用到因式分解和求最低公倍式，因此着重地複習除法、簡乘公式和因式分解等部分是非常必要的。

### 四、教法建議

複習時，可參考上學期的複習提綱，和考試成績製訂切实可行的複習計劃。

## II 分式、分式的基本性質

(見“初中代數”上冊 75—78 頁, § 67—§ 70.)

### 一、教學目的

(一) 教給學生分式概念, 使學生明確分母含有文字的代數式叫做分式。

(二) 使學生明確分式值的意義, 並能求出分式之值(求值時文字所取的值不能使分母為零)。

(三) 使學生明確分式的性質, 為分式的通分和約分作好理論的準備。

### 二、教材分配 (共用 3 課時)

#### (一) 第一課時

1. 教學題目 分式概念、分式的值。

2. 教學目的 使學生理解分式的概念及定義, 能求出分式的值 (可以是整數, 也可以是分數), 並理解文字所取的值須不得使分母為零的道理。

3. 教材 見課本 75—76 頁, § 67.

4. 例題 習題 § 39. 814<sub>1)</sub>, 818<sub>5) 7)</sub>, 820<sub>3)</sub>.

5. 習題 課堂練習 習題 § 39. 813<sub>1)</sub>, 818<sub>1) 2) 3)</sub>,  
819<sub>1) 2)</sub>, 820<sub>1)</sub>, 821<sub>1)</sub>.

家庭作業 習題 § 39. 814<sub>2)</sub>, 815, 818<sub>6) 9) 10)</sub>,  
819<sub>3)</sub>, 820<sub>4)</sub>, 821<sub>4) 8)</sub>.

#### (二) 第二課時

1. 教學題目 分式的性質。

2. 教學目的 根據分式的意義與除法的性質, 使學生理解分式的性質: 分子、分母同乘以 (或同除以) 非零的同一代數

式，其值不變。

3. 教材 課本 76—77 頁，§ 68—§ 69.

4. 例題 補充題 15, 16; 77 頁練習，118<sub>1)2)</sub>.

5. 習題 課堂練習 習題 § 39. 823<sub>1)</sub>, 825; 課本 77 頁  
練習，118<sub>2)4)</sub>.

家庭作業 習題 § 39. 823<sub>2)b) c)</sub>, 829.

### (三) 第三課時

1. 教學題目 改變分式的分子與分母的符號。

2. 教學目的 根據分式性質，使學生理解改變分式中分子和分母的符號，並能用之於化簡分式。

3. 教材 見課本 78 頁，§ 70.

4. 例題 課本 § 70 中的例。

5. 習題 課堂練習 78—79 頁練習，122<sub>1)2)</sub>, 124<sub>1)2)</sub>;  
習題 § 39. 824<sub>1)2)3)</sub>.

家庭作業 78—79 頁練習，123, 124<sub>4)5)</sub>;

習題 § 39. 824<sub>4)5)6)</sub>.

### 三、教材分析

整式除法不永遠是可能的。為了使除法永遠有商，就引出分式概念。因為除式不許是零多項式（係數全為零的多項式），分式中的分母亦不許是零多項式。

分式也是代數式，因為它包含除法運算，故它表示數與數的關聯。

分式表示數與數的普通關聯，而其值為普通關聯的特例。它的值可以是分數，也可以是整數，因此不能把分式與其值的概念相混。

求分式的值時，要注意文字所取的值，不許可使分母為零。

分式的分子和分母可同乘或同除以非零的同一代數式（當然包括變更分子或分母的符號），它在分式運算中經常用到，原理雖很簡單，但仍須使學生透徹理解，並應充分練習，否則學生將不能掌握分式變形的技巧，而造成以後學習的困難

#### 四、教法建議

第一課時可由算術整數除法開始，多提問有關分數的數學原理問題。例如問：3 乘以什麼等於 6？3 乘以什麼等於 5？再進而以相類似的問題，引出分式概念。如： $x$  乘以什麼等於  $x^2$ ？ $x$  乘以什麼等於  $x+1$ ？在整式範圍內第二個問題是沒有答案的。引入分式概念後，為了說明它的意義，可通過應用問題說明之。如 4 小時走 145 公里，其速度為多少？火車  $t$  小時行  $S$  公里呢？再以  $t, S$  代以數值，自然引入求分式值的問題。

第二課時說明分式性質，應由除法性質引入，可通過下列問題啟發學生：3 乘以什麼等於 5？（依定義應為  $\frac{5}{3}$ ）。6 乘以什麼等於 10？ $\left(\frac{10}{6}\right)$ 。這兩個數是否相等，為什麼？（除數被除數同擴大 2 倍，其商不變）。

以文字代表數字，自然引出分式的性質。其他性質，可以類似方法講解，宜多作課堂練習。

#### 五、其他

（一）本單元的教材在“初中代數”上冊，習題在“初中代數”下冊。

（二）教師參考

關於分式意義的解釋

書上 § 67 學生容易感到混淆（不能區別整式、分式、整數、分數；不能了解它們之間的關係；不能把它們統一在一個系

統裏)。茲建議，用以下的標準分類：

$$\text{有理式} \left\{ \begin{array}{l} \text{整式} \\ \text{分式} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{單項式} \\ \text{多項式} \end{array}$$

有理代數式是指數字或文字用有限次四則運算（以自然數為指數的乘方，只是一種特殊的乘法，因此亦包括在四則之內）所構成的式子。

例如

$$\frac{ax+b}{cx+d}; a^2+a-1; \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} + 1}{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b}{2} - 1}.$$

有理式分為整式和分式，有理整式是指不包含以文字（表示變數的文字）作分母的式子；而分式是指分母中含有文字（表示變數的文字）的式子。

$$\text{有理整式: } x^3+2x-1, \frac{2}{3}x-1, \frac{y^2-2y+1}{7};$$

$$\text{有理分式: } \frac{2x^2+x-1}{x}, \frac{x-1}{x+1}, \frac{1}{x} + \frac{x}{2}, \frac{(x+1)^2}{x+1}.$$

整式和分式的區分有時只依照表面形式，因此  $\frac{(x+1)^2}{x+1}$  是分式，而  $x+1$  是整式（雖然二者是恒等的）。

書上 § 67. 所說的分式，即此處所說的有理式，因此它包含整式和以前所說的分式。

教師如欲對分式概念作進一步理解，請參閱諾霍塞洛夫著“代數與初等函數”第 32 頁 § 9 及第 66 頁 § 22.

### III 分式的約分與通分

（見“初中代數”上冊 79—80 頁，§ 71—§ 72.）

## 一、教學目的

根據分式性質，導出分式的約分與通分運算，要求學生理解約分與通分的原理，熟練地進行運算，為分式化簡及四則運算打下基礎。

## 二、教材分配（共用 3 課時）

### （一）第一課時

1. 教學題目 分式的約分。
2. 教學目的 使學生理解分式約分所依據的原理，能熟練地進行約分直至最簡分式為止。
3. 教材 見課本 79 頁，§ 71。
4. 例題 課本 § 71 中的例題；習題 § 40. 834<sub>3)4)</sub>。
5. 習題 課堂練習 79—80 頁練習，125, 128；  
習題 § 40. 834<sub>1)2)</sub>。  
家庭作業 課本 79—80 頁練習，126, 130；  
習題 § 40. 848<sub>4)</sub>。

### （二）第二課時

1. 教學題目 分式的通分。
2. 教學目的 使學生理解通分原理，能進行分母是單項式的分式的通分。
3. 教材 見課本 80—82 頁，§ 72。
4. 例題 課本 § 72 中 (1)。
5. 習題 課堂練習 82 頁練習，134；習題 § 41.  
871<sub>1)3)</sub>。  
家庭作業 練習 133；習題 § 41. 871<sub>4)5)6)</sub>。

### （三）第三課時

1. 教學題目 分式的通分。

2. 教學目的 要求學生學會兩個以上分式的通分。
3. 教材 見課本80—82頁，§ 72。
4. 例題 課本 § 72 中 (2)(3)。
5. 習題 課堂練習 練習 82 頁 135; 習題 § 41.872<sub>1)2)</sub>。  
家庭作業 習題 § 41.872<sub>3)5)8)</sub>。

### 三、教材分析

爲了簡化分式乘除法的運算，爲了使分式運算的結果化爲最簡形式，學生必須掌握約分的知識，對異分母的分式加減法運算，首先須將諸分母化爲相同，這就是通分。約分、通分是學習分式四則必用到的基本運算。這兩種運算是根據分式的分子、分母同乘或同除以同一非零的代數式而分式值不變這一性質進行的。因式分解和求最低公倍式是完成約分、通分的必要手段。

### 四、教法建議

教學中應防止學生發生類似下列的錯誤和缺陷：

$$(一) \frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{\cancel{a-b}}{(a+b)(\cancel{a-b})} = \frac{0}{a+b} = 0;$$

$$\frac{\cancel{a}+\cancel{b}}{a^{\cancel{2}}+b^{\cancel{2}}} = \frac{1+1}{a+b} = \frac{2}{a+b};$$

$$(二) \frac{a}{a} = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a}} = 0;$$

$$(三) \text{把 } \frac{b-a}{a-b} \text{ 或 } \frac{b^2-4a^2}{a(12a^2-3b^2)}$$

視爲既約分式。

上列分式(三)未約至最簡形式，都是由於因式分解不熟練或不明確約簡分式的要求而形成的。因此教學時，有必要檢查學生



是否已理解这些基本概念以及因式分解是否熟練。

## 五、其 他

一個分式，如果分子分母互質，則称此式為既約分式或称最簡分式，因此約分時，把分子和分母的最高公因式約去即可。

例如：(一)  $\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1$  (既約)；

(二)  $\frac{x^2-x}{x^3-x} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$  (既約)。

从上例可以看出，既約分式和原式文字所許可的值並不完全一樣。

例(一)  $\frac{x^2-1}{x-1}$  中  $x$  不許取“1”這個值，而  $x+1$  中的  $x$  不受这种限制。既要說這兩個分式相等，就必得除去  $x=1$  这种情况。因此要求嚴格時，應該寫作：

$\frac{x^2-1}{x-1} = x+1 (x \neq 1)$ ，意即当  $x \neq 1$  的時候， $\frac{x^2-1}{x-1}$  与  $x+1$  二者是恒等的。

同樣的，例(二)應該這樣寫  $\frac{x^2-x}{x^3-x} = \frac{1}{x+1} (x \neq 0, x \neq 1, \text{且 } x \neq -1)$ 。

## IV 分式的加法与減法

(見“初中代數”上册 83—84 頁, § 73.)

### 一、教学目的

使學生根據分式的基本性質理解加減運算法則，能正確熟練地進行運算，並能应用它們解方程。

### 二、教材分配 (共用 4 課時)

#### (一) 第一課時