計算解題裝置

〔苏联〕Я.В. 諾沃謝里采夫
A.H. 列 別 杰 夫 著

科技卫生出版社

計算解題裝置

〔苏联〕Я.В. 諾沃謝里采夫 著
A.Н. 列別杰夫

吳震堯 陸仲申 譯

科技卫生出版社

而且也將有益于相当專業的高等学校的学生們以及儀器製造工業和其他一些工業部門中的工程技術人員.

本書是幾個人集体勞動的結果：III, IV, V, VI, VII 章是由技術科学候補博士 Я. В. 諾沃謝里采夫寫作的；I, II, VIII 章是由技術科学候補博士 A. H. 列別杰夫寫作的；以及技術科学候補博士В. Б. 斯莫列夫寫了“函數的近似再現”一節和技術科学候補博士 Г. И. 塔哈瓦諾夫寫了“放大器”一節.

作者將誠懇地感謝讀者們对本書提出的批評性的意見，以便再版時得以改正.

目　　錄

概　　論

在工程上，当利用數学上的最新成就來解决各种实際問題時，往往会使數学計算複雜化，并使數学計算的分量增加.

由于有必要使計算过程簡化，迅速和減少人的勞動力，促使出現了各种自動或半自動來求解各种數学問題的數学裝置. 利用这些裝置能大大地加速運算，而这些運算可以委托技術水平較低的工作人員來完成.

只要遵守數学裝置在設計上和運用上所規定的各种條件，則由这些裝置所再現的任何數学結果，在实用中可以達到完全足够的準確度.

現時所采用的數学裝置可以分爲：

1. 數学儀器；

2. 計算机；

3. 分析計算机；

4. 數学計算机；

5. 計算裝置（計算机構和計算儀器）.

數学儀器是供在紙張上完成各种數学運算用的. 屬于數学儀器的有，例如，供標繪曲綫和測定已知曲綫上各點座標用的座標測繪器，供繪製所給曲綫上任何一點处之切綫用的微分儀和由描繪平面圖形的边界以確定其面積用的面積計等等.

計數机或計算机用于对各不同數目自動的進行算術運算.

使用者通常用手按撳鍵盤，將原始數據以數字形式定在这些机器上. 然後，在某一時間內，对所引入的數字完成簡單的算術運算——加法、減法、乘法和除法.

乘法運算和除法運算是通过反覆的加法運算和減法運算來完成的.

由机器所作出的結果,使用者是以數字形式來計讀的. 每当進行新的算術運算時,要在机器上重新定出所有的原始數據.

我們非常熟悉的加法机,就是計算机的一個例子.

分析計算机也是供自動作出算術運算用的. 它与計算机的區別是:在这些裝置中,一切運算的數字都以号碼形式記錄在所謂穿孔的卡片上,然後再使該卡片接受進一步的机械处理.

數学計算机用于求作各种常微分方程式及方程組或偏微分方程式及方程組的數值解.

計算裝置(就是本書所要敍述的裝置)用于再現下列形式的函數:

$$z = F(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \Phi(t).$$

計算裝置的優點是, 它能根據隨間隔時間 t 而作連續變動的函數 z 之各宗數

$$x_1 = f_1(t);\ x_2 = f_2(t)\cdots\cdots;\ x_n = f_n(t)$$

來連續的作出函數 z 的數値.

大概在發生交易及商務資本主義開始發展的時代, 当有了業務上的計算以後,就出現了各种最簡單的數学裝置.

俄國的科学技術思想很早就对數学裝置的理論及設計方面的發展予以極大的注意. 如所周知,例如,早在 18 世紀俄國的力学家 T. И. 伏洛斯基(1729～1806 年)曾創造了能自動作出必要的計算和表示年月的天文時計.

力学家克拉西爾尼柯夫創造了許多數学儀器, 其中包括有 1820 年創造的放圖器.

П. И. 扎洛賓于 1854 年研究幷創造了帶有積分滾子的面積計,其式樣遠較國外的爲完善.

偉大的俄國數学家兼力学家 П. Л. 切貝歇夫 (1821～1894

年)于1882年發明了新穎的連續運算的計算机,并創造了很多數学儀器,其中包括有曲率測量器.

在1890年,彼得堡國家文據印製局的工程師阿德聶爾發明了可變齒數的齒輪并創造了独特的計算机.阿德聶爾所發明的齒輪直到現在仍被廣泛地应用着. 約有40餘种型式的計算机是根據阿德聶爾机器的原理而工作的.

在1904年, A. H. 克磊洛夫院士最先研究出供四級以下微分方程式積分用的數学計算机之原理圖并作出了其設計. 这种計算机的要件之一就是由 A. H. 克磊洛夫所最先發明的,以定出二個相似三角形爲基礎的不變比例尺乘法机構. 不變比例尺乘法机構在近代仍还被廣泛地应用着.

在19世紀末与20世紀初, 由于有來復綫大炮的發展和海上軍艦的航速顯著增加等原因, 而出現了一些控制艦上大炮与海岸大炮的射擊的儀器. 这就是最初的計算裝置. 在这些最早的計算裝置類型中,由俄國發明家 A. П. 達維杰夫 和 B. Ф. 彼德洛歇夫斯基所發明的儀器是值得注意的.

在1911年,俄國海軍艦隊的武器上曾采用过以蓋斯雷爾系統(Системы Гейслера)爲名的控制軍艦大炮射擊的儀器, 它是在俄國的天才設計師 H. A. 費陀利芡基領導下而設計成的[1]. 这個系統乃是各种不同性質計算裝置的復雜的綜合, 并且在当時就已超过了國外最優良的產品.

从第一次世界大战開始起, 計算裝置有着顯著的加速發展. 对空射擊目標——飛机——的出現, 促使產生了高射炮火控制儀器(ПУАЗО). ПУАЗО 的最初樣品之一, 在1914年製造于彼得堡的愛里克孫公司. 它是由服務于該公司的俄國工程師們和技術員們所設計和製造的.

該儀器的主要設計師之一 Я. H. 彼烈彼爾金所發明的 Z 形

[1] 这一事实係由海軍少將 B. A. 葉郭洛夫告知作者

乘法机構是該儀器的要素之一. Z 形乘法机構在近代也还被廣泛地应用着.

在偉大的十月社会主義革命後，主要是在斯大林五年計劃時代，數学裝置在苏联獲得了特别巨大的發展.

在 1925 年，С. А. 蓋爾斯古里教授首先發明了求作偏微分方程式積分用的儀器.

在 1941 年，П. Г. 勃羅也維奇院士研究出了計算裝置準確度的理論基礎.

一种很感興趣的儀器——電子眞空管積分儀——在最近幾年中是由斯大林獎金獲得者 Л. И. 古席馬嚇爾和 Н. В. 柯洛爾哥夫所創製的.

在計算裝置的領域中，还必須指出 С. Н. 卡拉西尼柯夫 С. А. 伊捷別克，Н. И. 彼契爾尼柯夫，Б. И. 斯大尼斯拉維斯基，Ф. В. 馬依洛夫和其他等人的工作.

从歷史上說來，計算裝置曾最先应用于軍事技術領域中. 往後它們被应用得更加廣泛. 各种計算机構在很早就已經成爲各种自動裝置、遙控裝置和電工測量裝置的不可分割的部分了. 在最近幾年來，某些計算机構曾应用于測量工作中以加速測量中的計算，以及应用于冶金工業中來迅速的計算爐料.

能將各种裝置作爲計算裝置來用，是建立在相似方程式这一基礎上的，即由各該裝置的本質現象所寫成的方程式应与所欲求解的方程式有相似的性質.

同一個數学方程式組或甚至同一個數学方程式，可以描寫一些从物理上來說是完全不同的現象.

我們來研究幾個例子：

1. 質點所作的路程的改變，寫成方程式爲

$$\Delta s = vt, \tag{I}$$

式中 Δs——路程的改變；

v——質點的運動速度；

t——質點的運動時間.

2. 在某一電阻上的電压降，由下列方程式决定：

$$U = ir, \tag{II}$$

式中　U——電压降；

i——電流；

r——電阻.

3. 在以作出二個相似三角形爲基礎的乘法机構中，从動構件的運動規律有下列形式：

$$L_3 = \frac{1}{C_n} L_1 L_2, \tag{III}$$

式中　L_1 和 L_2——主動構件的位移；

L_3——从動構件的位移；

C_n——机構的結構常數.

4. 以一個自變量 x 乘另一自變量 y，其乘法運算的普遍形式可以表示爲

$$z = xy. \tag{IV}$$

所有这些方程式在形式上和結構上都是相似的. 由于这一情况，使我們可以利用運動規律符合 (III) 式的机械裝置或方程式爲(II) 的電氣裝置作爲自動完成各种運算的計算裝置. 例如，以 v 乘 t 得出 Δs，或者說以 x 乘 y 得出 z 值.

在第一种情形下，位移 L_1 与 L_2 必須有比例于速度 v 与時間 t 的變動；于是 L_3 將自動比例于 Δs 的移動.

方程式 (III) 所描寫的現象，同時也就是由方程式 (I) 所描寫的那种現象的數学模型.

在第二种情形下，電流 i 必須有比例于速度 v 的變動，而電阻 r 必須有比例于時間 t 的變動；于是電压 U 將自動比例于 Δs 的移動. 在此情形下，由方程式(II)所描寫的現象，將是由方程式

(I)所描寫的現象的模型.

以上指出的机械裝置和電氣裝置，也可以認爲是一般乘法運算的模型,因爲乘法運算仍然是由相似的方程式(IV)所决定.

必須指出，眞实現象的模型化方法在近代应用得非常廣泛.当不論因何种原因而不可能直接去研究某一种現象時，總是采用模型法來解決的. 此時,無論对从眞像模仿下來的縮小对象,或者对在物理上講雖然它所表現的是另外一种現象，但描寫这种現象的方程式却与眞像的相同的裝置，都同樣可以合理地進行研究.

在第一种情形中的模型化的方法称爲物理模型法. 这時,二個相对現象本質相同,只在數量上有所差别而已.

在第二种情形中的模型化的方法称爲數学模型法. 它的目的是求解已知方程式,而这是可以由各种不同的方法來实現的.

剛才敍述过的知識,使我們得到下述的定義:

計算机構是作出某些較簡單數学運算的數学模型，利用这种數学模型使我們能够在原始數據的變動範圍內，以自動或半自動的方法來連續地再現數学運算.

所謂最簡單的數学運算,这裏可以了解爲是这樣一种運算,即它是再現某些不多于二個自變量的函數 $Z = F(x,y)$,例如:

$$z = x + y;$$

$$z = xy;$$

$$z = x \operatorname{tg} y;$$

$$z = x \sin y;$$

$$z = \frac{d}{dx} f(x);$$

$$z = \int_a^b f(x)dx.$$

我們称裝在同一個机壳內具有各种輔助元件(標度盤，手柄，同步裝置和隨動系統)的一個或幾個計算机構之綜合爲計算儀器.

因此，計算儀器是这樣一种裝置，它再現各种各樣的，有時是極其複雜的函數，其普遍形式爲

$$z = F(x_1, x_2, \cdots, x_n).$$

这些儀器是以全自動化或半自動化的方式工作的.

任一計算裝置的工作，是由作爲裝置基礎的物理現象的變化所決定. 如果計算裝置按照这种物理現象的類別而分類，即按照動作的原理而分類，則可以將各种机構區別爲：机械的、電氣的、光学的和液力的等等. 必須注意，原則上任何物理的規律性，都可以認作是創造計算裝置的基礎.

根據計算裝置所再現的數学運算之性質，可以把計算裝置分爲

1）計和裝置；

2）乘法裝置和除法裝置；

3）求解三角函數問題的裝置；

4）再現複雜函數和再現已知的圖表關係的裝置；

5）微分裝置和積分裝置.

对計算裝置所提出的要求極其嚴格，并常常發生矛盾. 主要的要求有：

1. 机器的尺寸要小，但再現的數学結果要有很高的準確度.

在上述最爲重要的要求內，对于許多計算机構，特別是依據机械原理而動作的机構，包含有內在的矛盾：如以後將要解釋的，提高机構的準確度可以用減小比例尺的办法來達到，但当減小比例尺時却必須增大裝置的尺寸与重量. 只有電氣計算裝置才能最完全地滿足这一要求.

2. 工作的可靠性. 这对于任何裝置來說都是重要的. 这個要求主要歸結爲：对溫度，濕度，外來衝擊，震動等等的影响不敏感性.

3. 製造与使用要簡易. 做到这個要求的前一部分，就能保証

儀器的廉價，而做到它的後一部分，就能使技術比較不高的人員，也能够運用它.

不難看出，在这個要求中也存在有矛盾. 爲要達到使用上的簡便性，可以用自動化來充实儀器，但这就必然会引起裝置在構造上，因而在製造上的複雜化.

4. 工作時間要短. 在使用計算裝置的工作時間內，应即作出數学問題的解答結果. 当然，工作時間希望儘可能地縮短. 電氣計算裝置能在最大程度上滿足这一要求.

5. 裝置各個部分的元件和机件要有很好的互換性. 这個，在实際工作中極爲重要，因爲机件的互換性能使机件在損壞後的修復非常便利和迅速.

也应当指出計算裝置在設計上和計算上的特點，这些特點取决于裝置的特殊用途、工作條件和在各個机件上無重大的載荷等等.

在設計計算裝置時，幾乎完全沒有計算強度(彎曲、扭轉等等)的必要. 但强度計算在机器製造中却是常常必要的. 原則上計算裝置是根據解題準確度的給定條件來設計的. 誠然，根據所作出的設計草圖要進行所謂作用力的計算，但其目的不在于了解强度而只是要確定作用在主動元件上的載荷，从而明瞭可以利用何种電動机. 如果，此時在某些元件或机件上顯示有較大的載荷，例如，在軸上有較大的扭矩時，則这樣的構件就得加以驗算，照例，不是驗算强度而是驗算剛度，而算出这些構件因彈性變形而產生的誤差. 通常在構造上所选用的机件尺寸總是能保証强度的.

第一章

計算裝置中數学量的引入和傳遞

§1. 比例尺和周值的概念

在計算裝置中，數学量可以通过各种不同的物理过程來再現：机械位移，電压和電流等等.

如果以某一物理量 N 來再現數学變量 x，那末这就是說，在这二個量的數值上应該有精確的比例關係，即应該用下列的比例係數把它們連繫起來：

$$K_N = K_x = \frac{x}{N}. \tag{1}$$

比例係數 K_N 或 K_x 称爲 x 量或 N 量的比例尺.

从上述關係可見，比例尺乃是被再現的數学量对再現它的物理量之比值. 在數量上，比例尺是以單位物理量計的數学量之單位數來表示的，該物理量通过它自己的變動來再現給定的數学量.

爲了使任何計算裝置能正確的作出它所要解的數学函數，就必須保証，包含在數学函數中的所有變量和再現这些變量的所有物理量之間有成比例的關係. 而首先必須对計算裝置的給數保持有这個比例關係，因爲从它們被引入到裝置起，就開始進行解題的过程了.

由此得出結論：在計算裝置中，比例尺的概念具有極重要的意義，因此有必要对这個問題作更詳尽的討論.

描述須藉助計算裝置而自動再現之數学運算的公式称爲被自

動化公式，例如

$$z = x + y \text{ 或 } z = \frac{x}{y} \text{ 等等} \tag{2}$$

描述數学模型，即計算裝置的公式称爲自動公式，例如

$$L_a = L_o + L_n, \tag{3}$$

式中 L_a、L_o 和 L_n——机構中某一机件之絕对位移、相对位移和牽連位移；

或

$$i = \frac{U}{r}, \tag{4}$$

式中 i——電流；

U——加在導体上的電压；

r——該導体的電阻.

当利用任何裝置作爲計算裝置時所必須遵守的首要條件，在于被自動化公式要与自動公式相似或相应.

企圖利用式 $i = \frac{U}{r}$ 來自動再現 $z = x + y$ 这一形式的函數是毫無意義的，但如应用机件的運動規律符合公式(3)形式的机構來自動再現上式却是完全合理的.

在此情形下，相对位移 L_o 的變動应当比例于宗數 x，而牽連位移 L_n 的變動应当比例于宗數 y. 顯然，只有在滿足这個條件時絕对位移 L_a 的變動才与以下數量成比例

$$z = x + y.$$

在应用自動公式(3)來再現和數 $z = x + y$ 的裝置中，具有三個比例尺：

1) 被加數 x 的比例尺(或相对位移 L_o 的比例尺)：

$$K_x = \frac{x}{L_o} = \frac{x\text{ 單位}}{L_o\text{公厘}}; \tag{5}$$

2) 被加數 y 的比例尺(或牽連位移 L_n 的比例尺)：

$$K_y=\frac{y}{L_n}=\frac{y\text{ 單位}}{L_n\text{公厘}};$$

3) 和數 z 的比例尺(或絕对位移 L_a 的比例尺):

$$K_z=\frac{z}{L_a}=\frac{z\text{ 單位}}{L_a\text{公厘}}.$$

在应用自動公式 $i=\frac{U}{r}$ 來再現商 $z=\frac{x}{y}$ 的電氣裝置中,將有下列三個比例尺:

1) 被除數 x 的比例尺(或電压 U 的比例尺):

$$K_x=\frac{x}{U}=\frac{x\text{ 單位}}{U\text{ 伏特}};$$

2) 除數 y 的比例尺(或電阻 r 的比例尺):

$$K_y=\frac{y}{r}=\frac{y\text{ 單位}}{r\text{ 歐姆}};$$

3) 商數 z 的比例尺(或電流 i 的比例尺):

$$K_z=\frac{z}{i}=\frac{z\text{ 單位}}{i\text{ 安培}}.$$

任何計算裝置的比例尺都不可以完全任意的选定，而它应当完全滿足于各個別情形中已經確定的條件. 假定我們在这裏所討論的是应用自動公式(3)來再現

$$z=x+y \tag{6}$$

的計和裝置.

則在安置 x 和 y 的數値時，我們使裝置的对应机件之相对位移和牽連位移,各与 x 和 y 的數値成比例,即

$$L_o=\frac{x}{K_x};$$

和

$$L_n=\frac{y}{K_y}.$$

此時,机件的絕对位移等于

$$L_a = \frac{x}{K_x} + \frac{y}{K_y}.$$

如果認定絕对位移与函數 z 成比例，則函數 z 的數值等于

$$z = K_z L_a$$

或

$$z = \frac{K_z}{K_x} x + \frac{K_z}{K_y} y. \tag{7}$$

上式確定了由裝置再現出來的數学結果.

比較公式(7)和(6)時，我們得到結論：只有在遵守下列條件

$$\frac{K_z}{K_x} = 1 \tag{8}$$

和

$$\frac{K_z}{K_y} = 1 \tag{9}$$

時，裝置所作出的結果，才是函數 z 所需要的數值.

以上这些式子称爲比例尺方程式.

在上例中，顯然，所有三個比例尺都应該相等：

$$K_x = K_y = K_z = K.$$

爲了導出任何計算机構的比例尺方程式，应該用比例係數把被自動化公式中所引用的變量与自動公式中的變量連繫起來，然後將这些變量代入兩公式的任一式中，同時由此公式轉換爲另一個公式. 在这种轉換过程中，就得到了比例尺方程式.

爲了分析得清楚起見，我們再舉一例. 在此例中，裝置的机件不作直綫運動而作旋轉運動；該裝置是应用自動公式

$$\varphi_3 = c(\varphi_1 + \varphi_2) \tag{10}$$

以作出函數

$$z = ax + by, \tag{11}$$

式中 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$——机構的主動机件和从動机件的轉角；

a, b, c——常數.