



高等教育“十二五”规划教材

# 概率论与数理统计

## ——模拟与模板

颜宁生 编著



科学出版社

高等教育“十二五”规划教材

# 概率论与数理统计

## ——模拟与模板

颜宁生 编著

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书是浙江大学盛骤等编写的《概率论与数理统计》(第四版)前八章的配套辅导书。前四章对主教材中适合计算机模拟的例题和习题进行了计算机模拟,读者不需要掌握专门的数学软件,在 Excel 上就可以实现计算机模拟。第五章制作了几种常用的分布表。后三章对主教材中的例题和习题设计了解题模板,读者利用书中的解题模板可以方便解题。附录中有多套试题软件,它可以为使用本书的教师提供方便,本书中每一个例题和习题都附有相应的电子版,方便读者参考。

本书可作为使用浙江大学盛骤等编写的《概率论与数理统计》(第四版)教材的学生的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计:模拟与模板/颜宁生编著. —北京:科学出版社,2012  
(高等教育“十二五”规划教材)  
ISBN 978-7-03-034046-7

I. ①概… II. ①颜… III. ①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 070285 号

策划:姜天鹏 王新文  
责任编辑:李 瑜 张振华 / 责任校对:耿 耘  
责任印制:吕春珉 / 封面设计:科地亚盟

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

百善印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012 年 6 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2012 年 6 月第一次印刷 印张:18

字数:330 000

定价:35.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换〈百善〉)

销售部电话 010-62140850 编辑部电话 010-62135157

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

# 前言

作者教授“概率论与数理统计”课程多年,发现学生学习概率论与数理统计的兴趣逐年降低,为了提高学生的学习兴趣和该课程的考试通过率,他实施了 2 的  $i$  次方( $i=0,1,2,3$ )开闭卷考试改革。 $i=0$  时,2 的 0 次方代表有 1 次闭卷考试; $i=1$  时,2 的 1 次方代表有 2 次 C 级开卷考试; $i=2$  时,2 的 2 次方代表有 4 次 B 级开卷考试; $i=3$  时,2 的 3 次方代表有 8 次 A 级开卷考试。学生只要通过任何一次开卷考试,就可以不参加闭卷考试。为了使开卷考试有序进行,必须制定一些规则,比如,学生想参加开卷考试,他必须完成一定量的电子版作业,每完成一个电子版作业就给他记一定的分数。当他的电子版作业计分达到 30 分时,他就可以在本学期的第 8 周以后参加 A 级开卷考试;当他的电子版作业计分达到 50 分时,他就可以在本学期的第 12 周以后参加 B 级开卷考试;当他的电子版作业计分达到 60 分时,他就可以在本学期的第 14 周以后参加 C 级开卷考试;如果 he 不想参加开卷考试或者 he 参加的所有的开卷考试都没有通过,那么在本学期的第 16 周以后参加闭卷考试。

为了制定学生参加开卷考试之前需要完成的电子版作业,作者“发明”了 5 种电子版作业。第 1 种电子版作业是“模仿题”,模仿题是把模拟程序先公布,然后学生将结果模拟出来。第 2 种电子版作业是“纠错题”,纠错题是把有错误的电子版作业的解答过程先公布,然后学生将错误找出来。第 3 种电子版作业是“模拟题”,模拟题是学生自己设计模拟程序,并得出模拟结果。本书中前四章的每一个例题和习题都是“模拟题”。第 4 种电子版作业是“应用模板题”,应用模板题是先公布一个解题模板,然后学生通过该模板将结果计算出来。本书中后三章的每一个例题和习题都是“应用模板题”。第 5 种电子版作业是“设计模板题”,设计模板题又分 Lingo 版和 Excel 版两种,有计划另外著书出版。学生自己设计一个解题模板。

绪论,对 Excel 中的函数作了简单介绍。

第一章,主要是模拟随机事件的概率,设计了放回抽样和不放回抽样两种模板,初学者可以利用这两种模板对随机事件的概率进行模拟。

第二章,主要是模拟一维随机变量,模拟一维随机变量即求该随机变量的随机数;模拟一维随机变量的分布函数。利用 Excel 公式构造密度函数为分段函数的连续型随机变量是第二章的一个特色。

第三章,主要是模拟二维随机变量,模拟二维随机变量即求该随机变量的随机数;模拟二维随机变量的分布函数。利用二维连续型随机变量的  $E$ -随机数来模拟二维随机变量是本章的一个难点。

第四章,设计了模拟数学期望和方差模板、协方差模板以及相关系数模板。

第五章,设计了两个中心极限定理模板,独立同分布的中心极限定理模板和棣莫佛-拉普拉斯定理模板。

第六章,利用 Excel 函数制作了常用分布表。

第七章,制作了多个区间估计模板,最大似然估计量是第七章的特色内容。

第八章,制作了多个假设检验模板。

本书得到了北京市教育委员会科技发展计划面上项目(KM200910012005)、中纺协会 2011 年 36 号(项目名称:《概率论与数理统计》教学方法与教学手段改革的研究与实践)和北京服装学院教育教学改革立项(ZDJG-0907)的支持,在此表示衷心感谢。

由于作者水平有限,书中难免存在疏漏之处,敬请广大读者批评指正。

作 者  
2011 年 6 月

# 目 录

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 绪论 Excel 函数简介 .....        | 1  |
| 第一节 运算符 .....              | 1  |
| 第二节 模拟随机现象 .....           | 2  |
| 第三节 符号“\$” .....           | 8  |
| 第一章 概率论的基本概念 .....         | 9  |
| 第一节 随机事件的模拟 .....          | 9  |
| 第二节 计算机模拟 .....            | 11 |
| 第三节 两个常用模板 .....           | 22 |
| 习题一 .....                  | 28 |
| 第二章 随机变量及其分布 .....         | 31 |
| 第一节 几个重要分布的随机数 .....       | 31 |
| 第二节 计算机模拟 .....            | 34 |
| 第三节 常用分布随机数模板 .....        | 45 |
| 习题二 .....                  | 46 |
| 第三章 多维随机向量及其分布 .....       | 50 |
| 第一节 二维连续型随机变量的 E-随机数 ..... | 50 |
| 第二节 计算机模拟 .....            | 51 |
| 第三节 二维离散型随机变量模板 .....      | 58 |
| 习题三 .....                  | 64 |
| 第四章 随机变量的数字特征 .....        | 68 |
| 第一节 计算机模拟 .....            | 68 |
| 第二节 模板 .....               | 78 |
| 习题四 .....                  | 81 |
| 第五章 中心极限定理 .....           | 84 |
| 第一节 计算机模拟 .....            | 84 |
| 第二节 中心极限定理模板 .....         | 85 |
| 习题五 .....                  | 89 |

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 第六章 上 $\alpha$ 分位点及常用分布表 .....    | 90  |
| 第一节 上 $\alpha$ 分位点 .....          | 90  |
| 第二节 常用分布表 .....                   | 91  |
| 习题六 .....                         | 109 |
| 第七章 参数估计 .....                    | 110 |
| 第一节 最大似然估计量 .....                 | 110 |
| 第二节 区间估计模板 .....                  | 114 |
| 习题七 .....                         | 122 |
| 第八章 假设检验 .....                    | 125 |
| 第一节 一个正态总体假设检验模板 .....            | 125 |
| 第二节 两个正态总体假设检验模板 .....            | 131 |
| 第三节 基于成对数据的检验模板 .....             | 138 |
| 第四节 置信区间与假设检验模板 .....             | 140 |
| 第五节 分布拟合检验模板 .....                | 141 |
| 习题八 .....                         | 149 |
| 选做习题 .....                        | 153 |
| 附录一 E-随机数 .....                   | 157 |
| 附录二 《概率论与数理统计》A 级开卷考试试卷参考答案 ..... | 162 |
| 参考文献 .....                        | 165 |
| 习题解答 .....                        | 166 |

# 绪论    Excel 函数简介

Excel 是一个功能多、技术先进、使用方便的表格式数据综合管理和分析系统。它采用电子表格方式进行数据处理，直观方便。虽然 Excel 有多种版本，但它们都提供了丰富的函数，本书就是利用这些函数来处理《概率论与数理统计》课程中的计算机模拟及有关数据处理和统计分析。

## 第一节    运    算    符

### 一、运算符类型

运算符对公式中的元素进行特定类型的运算。本书中主要用到三种类型的运算符：算术运算符、比较运算符和引用运算符。

算术运算符有：加法运算符“+”，减法运算符“-”，乘法运算符“\*”，除法运算符“/”，乘幂运算符“^”。

比较运算符有：等号运算符“=”，大于号运算符“>”，小于号运算符“<”，大于等于号运算符“>=”，小于等于号运算符“<=”。

Excel 中的公式都是以等号运算符“=”开始，用于表明之后的字符为公式。紧随等号之后的是需要进行计算的元素（操作数），各操作数之间以运算符分隔。Excel 将根据公式中运算符的特定顺序从左到右计算公式。当用运算符比较两个值时，结果是一个逻辑值，不是 true 就是 false。

引用运算符有：冒号运算符“:”，逗号运算符“,”。

### 二、运算符优先级

如果 Excel 中的公式中同时用到多个运算符，Excel 将按表 0.1 所示的顺序进行运算。如果公式中包含相同优先级的运算符，例如，公式中同时包含乘法和除法运算符，则 Excel 将从左到右进行计算。

表 0.1

| 运    算    符  | 说    明     |
|--------------|------------|
| : (冒号), (逗号) | 引用运算符      |
| -            | 负号 (例如 -1) |
|              | 乘幂         |

续表

| 运 算 符          | 说 明   |
|----------------|-------|
| * 和 /          | 乘和除   |
| + 和 -          | 加和减   |
| = < > <= >= <> | 比较运算符 |

### 三、括号

若要更改求值的顺序，请将公式中要先计算的部分用括号括起来。

例如，公式“ $=5+2*3$ ”的结果是 11，因为 Excel 先进行乘法运算后进行加法运算。将 2 与 3 相乘，然后再加上 5，即得到结果。对于公式“ $=(5+2)*3$ ”，Excel 先用 5 加上 2，再用结果乘以 3，得到结果 21。

## 第二节 模拟随机现象

在抛掷一枚硬币随机现象中，有两种可能的结果，一种是正面朝上，一种是反面朝上，但每次抛掷硬币之前都不能确定到底是哪个结果会出现。随机函数  $RAND()$  可以很好地表示这一随机现象。

首先打开 Excel 软件，新建一个 Excel 工作簿，在单元格 A1~F1 中输入“抛掷一枚硬币，结果是”，在单元格 G1 中输入公式“ $=IF(RAND() < 1/2, \text{"正面朝上"}, \text{"反面朝上"})$ ”。每次打开此 Excel 工作簿，就相当于抛掷一枚硬币，能够肯定的是，单元格 G1 会出现两种可能的结果：一种是正面朝上，一种是反面朝上，但每次打开此 Excel 工作簿之前都不能确定到底是哪个结果会出现。

在抛掷一骰子的随机现象中，有六种可能的结果：1，2，3，4，5，6 点。但每次掷骰子之前都不能确定到底是哪个结果会出现。

打开 Excel 软件，新建一个 Excel 工作簿，在单元格 A1~H1 中输入“掷一颗骰子，结果出现了”在单元格 I1 中输入公式“ $=INT(6 * RAND() + 1)$ ”。每次打开此 Excel 工作簿，就相当于抛掷一次骰子，能够肯定的是，单元格 I1 会出现六种可能的结果：1，2，3，4，5，6 点，但每次打开此 Excel 工作簿之前都不能确定到底是哪个结果会出现。

### 一、模拟电路图随机现象

本节通过讨论一个电路图的有关问题来介绍 Excel 函数。

#### 1. IF 函数

在 Excel 中画一个电路图，如图 0.1 所示。

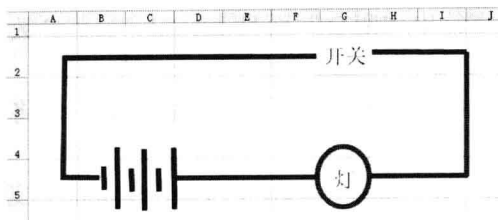


图 0.1

图 0.1 中开关和灯分别占 Excel 的两个单元格：G2 和 G5。利用 Excel 中的 IF 函数可以表现：若开关闭合，则灯亮，即在单元格 G5 中输入“=IF (G2=“闭合”,“灯亮”,“灯灭”)”即可；若开关断开，则灯灭。如图 0.2 和图 0.3 所示。

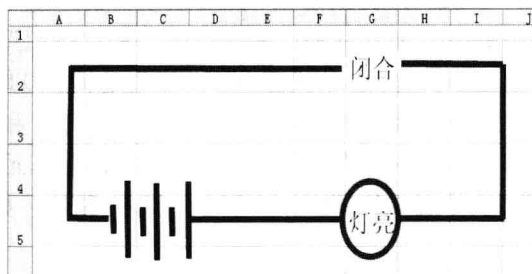


图 0.2

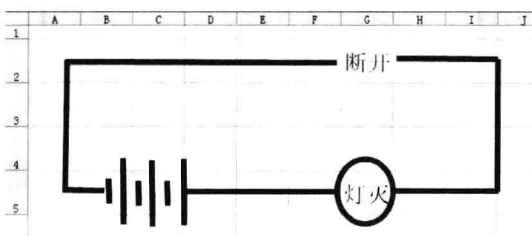


图 0.3

IF 函数对数值和公式进行条件检测，执行真假值判断，根据逻辑计算的真假值，返回不同结果。

IF 函数语法：IF (logical\_test, value\_if\_true, value\_if\_false)

第 1 个参数 logical\_test：表示计算结果为 true 或 false 的任意值或表达式。例如，A10=100 就是一个逻辑表达式，如果单元格 G2 中的值等于“闭合”，表达式即为 true（灯亮），否则为 false（灯灭）。本参数可使用任何比较运算符。

第 2 个参数 value\_if\_true: logical\_test 为 true 时返回的值。例如, 如果图 0.2 中参数为文本字符串“闭合”而且 logical\_test 参数值为 true, 则 IF 函数将显示文本“灯亮”。如果 logical\_test 为 true 而 value\_if\_true 为空, 则本参数返回 0 (零)。value\_if\_true 也可以是其他公式, 这将极大地增加 IF 函数的应用范围。

第 3 个参数 value\_if\_false: logical\_test 为 false 时返回的值。例如, 图 0.3 中参数为文本字符串“断开”而且 logical\_test 参数值为 false, 则 IF 函数将显示文本“灯灭”。

函数 IF 可以嵌套七层, 用 value\_if\_false 及 value\_if\_true 参数可以构造复杂的检测条件。

开关有闭合和断开两种状态, 灯有灯亮和灯灭两种状态, 若开关的两种状态是随机的, 则灯的两状态也是随机的。若用数字 1 和 0 分别代表开关的“闭合”和“断开”, 则用数字 1 和 0 分别代表“灯亮”和“灯灭”。电路图中的随机现象是, 当开关是状态 1 时, 灯也是状态 1; 当开关是状态 0 时, 灯也是状态 0。比如在单元格 G2 中用数字 1 和 0 分别代表开关的“闭合”和“断开”, 在单元格 G5 中用数字 1 和 0 分别代表“灯亮”和“灯灭”。则在单元格 G5 中输入“=IF (G2=1, 1, 0)”即可模拟电路图中的这一随机现象, 如图 0.4 和图 0.5 所示。

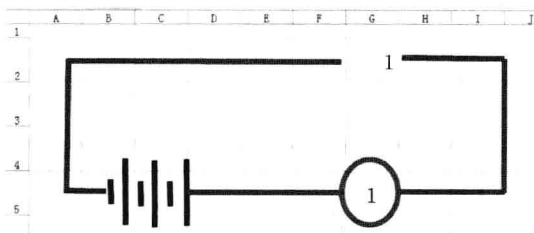


图 0.4

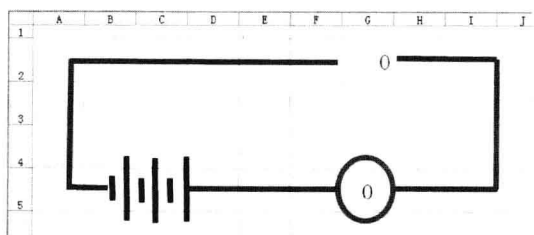


图 0.5

## 2. RAND () 与 INT 函数

RAND () 函数, 返回大于等于 0 及小于 1 的均匀分布随机数, 每次计算工作表时都将返回一个新的数值。

RAND () 函数的语法: RAND ()

RAND () 函数中没有参数。若要生成 a 与 b 之间的随机实数, 则利用  $\text{RAND}() * (b-a) + a$  来实现。

INT 函数, 将数字向下舍入到最接近的整数。

INT 函数的语法: INT (number)

INT 函数中有一个参数 number, 表示需要进行向下舍入取整的实数。

RAND () 函数在计算机模拟随机事件中起着重要作用。例如, 在图 0.4 和图 0.5 中, 若开关的闭合与断开两种状态是随机的, 则在单元格 G2 中输入 “=IF (RAND () < 0.5, 1, 0)” 即可, 也可以输入 “=INT (2 \* RAND ())”。

若开关的 “闭合” 和 “断开” 虽然是随机的, 但 “闭合” 状态的概率是 “断开” 状态概率的 2 倍, 则需要在单元格 G2 中输入 “=IF (RAND () < 2/3, 1, 0)”。

## 3. AND 与 OR 函数

AND 函数, 所有参数的逻辑值为真时, 返回 true; 只要有一个参数的逻辑值为假, 即返回 false。

AND 函数语法: AND (logical1, logical2, ...)

AND 函数中参数 logical1, logical2, ... 表示待检测的 1 到 30 个条件值, 各条件值可为 true 或 false。

在图 0.4 中的单元格 D2 上增加一个串联的开关, 如图 0.6 所示。

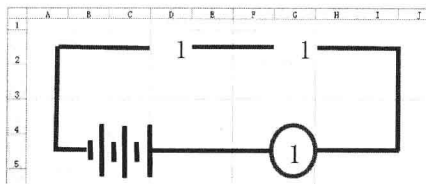


图 0.6

在单元格 G5 中输入 “=IF (AND (D2=1, G2=1), 1, 0)” 时, 表示当两个开关同时闭合, 灯亮; 否则灯灭。此时, 若在单元格 G5 中输入 “=IF (D2 + G2=2, 1, 0)” 或输入 “=IF (D2 \* G2=1, 1, 0)” 可以模拟这个电路图中的随机现象。

OR 函数, 在其参数组中, 如果任一参数逻辑值为 true, 即返回 true; 只有

当所有参数的逻辑值均为 false 时才返回 false。

OR 函数语法: OR (logical1, logical2, ...)

OR 函数中的参数 logical1, logical2, ... 为需要进行检验的 1 到 30 个条件, 分别为 true 或 false。

在图 0.4 中的单元格 G4 上增加一个并联的开关, 如图 0.7 所示。

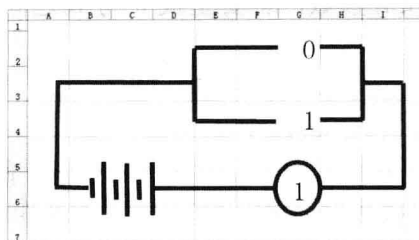


图 0.7

在单元格 G6 中输入 “=IF (OR (D2=1, G2=1), 1, 0)” 时, 表示当两个开关至少有一个开关闭合时, 灯亮; 否则灯灭。在单元格 G6 中输入 “=IF (D2+G2>1, 1, 0)”。

在图 0.7 中的单元格 C3 上增加一个开关, 如图 0.8 所示。

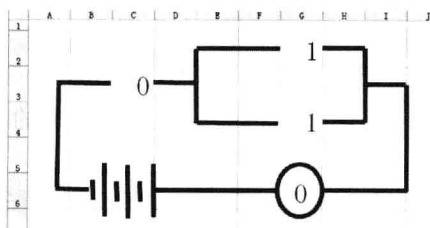


图 0.8

在单元格 G6 中输入 “=IF (AND (C3=1, OR (G2=1, G4=1)), 1, 0)” 表示三个开关的闭合、断开与是否灯亮的关系。在单元格 G6 中输入 “=IF (C3 \* (G2+G4) > 0, 1, 0)”, 可以模拟这个电路图随机现象。

#### 4. SUM () 函数

若图 0.8 中的三个开关之间的闭合与断开是独立的, 且每个开关的闭合与断开都是随机的, 为了模拟 “灯亮” 的概率, 在单元格 A8、B8 和 C8 中输入同一个公式 “=IF (RAND () < 0.5, 1, 0)”, 再在单元格 D8 中输入 “=IF (A8 \* (B8+C8) > 0, 1, 0)”, 即 D8 表示当三个开关的状态分别是单元格 A8、B8 和 C8 出现的结果时, 灯是否亮。单元格 A8、B8 和 C8 中出现的 1 表示对应的开

关是“闭合”状态，0 表示对应的开关是“断开”状态。单元格 D8 中出现的 1 表示“灯亮”状态，0 表示“灯灭”状态。这样就完成了第一次模拟。

利用 Excel 软件具有拖动单元格复制单元格中的公式的功能，若要做 2000 次这样的模拟，只需要用鼠标右键选中这 4 个单元格后，就会在这 4 个单元格的右下角出现一个“+”字，如图 0.9 所示，然后将这个“+”字选中后向下拖 2000 行即可，如图 0.10 所示。这样就复制了 2000 个公式。



图 0.9

|      |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 8    | 1   | 1   | 1   | 1   |
| 9    | ... | ... | ... | ... |
| 2008 | 1   | 0   | 1   | 1   |
| 2009 | 0   | 1   | 1   | 0   |
| 2010 | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 2011 | 1   | 0   | 0   | 0   |

图 0.10

在单元格 D8 至 D2007 这 2000 个单元格中就记录了 2000 次模拟后灯亮的次数，在单元格 E8 中输入“=SUM (D8: D2007)”，于是 E8 的计算结果就是模拟 2000 次试验后事件“灯亮”发生的频数。

SUM () 函数：返回某一单元格区域中所有数字之和。

语法：SUM (number1, number2, ...)

number1, number2, ... 为 1 到 30 个需要求和的参数。

## 二、模拟掷骰子中的随机现象

利用 Excel 软件模拟下面的问题。

掷一颗骰子 2000 次，记录 6 点出现的次数。

新建一个 Excel 工作表，在单元格 A1 中输入“=INT (6 \* RAND () + 1)”或输入“=FLOOR (6 \* RAND (), 1) + 1”，这时单元格 A1 将出现模拟掷这颗骰子第 1 次的结果 (1, 2, 3, 4, 5, 6 出现的可能性相同)，再将单元格 A1 下拉 2000 行。第 1 种方法是，在单元格 B1 中输入“SUMIF (A1: A2000, “=6”, A1: A2000) / 6”，这时，单元格 B1 将记录 6 点出现的次数。第 2 种方法是，在单元格 C1 中输入“IF (A1=6, 1, 0)”，可以模拟一颗骰子中的随机现象。若再在单元格 D1 中输入“=SUM (B1: B2000)”，那么，单元格 D1 也将记录 6 点出现的次数，这就是本书中经常采用的所谓的“计算机模拟”。

本书中经常用到的 Excel 函数有如下几种。

(1) INT () 函数：将数字向下舍入到最接近的整数。

语法：INT (number)

number 表示需要进行向下舍入取整的实数。

(2) FLOOR ()函数: 将参数 number 沿绝对值减小的方向向下舍入, 使其等于最接近的 significance (基数) 的倍数。

语法: FLOOR (number, significance)

number 表示所要四舍五入的数值。

(3) SUMIF () 函数: 根据指定条件对若干单元格求和。

语法: SUMIF (range, criteria, sum\_range)

range 为用于条件判断的单元格区域。

criteria 为确定哪些单元格将被相加求和的条件, 其形式可以为数字、表达式或文本。例如, 条件可以表示为 32、“32”、“>32”或“apples”。

sum\_range 是需要求和的实际单元格。

只有在区域中相应的单元格符合条件的情况下, sum\_range 中的单元格才求和。此例中的 range 与 sum\_range 相同。

读者可以考虑这样的问题: 抛掷两颗骰子, 我们关心的是两颗骰子的点数之差的绝对值是否为奇数, 如何模拟这一问题中的随机现象?

### 第三节 符号 “\$”

本书中频繁使用了符号 “\$”, 它在计算机模拟中发挥了巨大作用。

“\$” 是绝对引用的意思, 不加 “\$” 的是相对引用, 它们的区别是前者无论复制到哪个单元格都只引用一个单元格, 后者会随单元格变化而变化。举例如下:

\$A\$1 对行和列都绝对引用, 行和列都不会变化, 不论将其复制到哪个单元格, 只引用 A1 单元格中的数据。

\$A1 对行进行绝对引用, 对列进行相对引用。意思是不论将其复制到哪个单元格, 引用的列是不变的, 即 A 列, 行会随着目标单元格的变化而发生相对变化。

A\$1 对列进行相对引用, 对行进行绝对引用。和上面的正好相反, 无论将其复制到哪个单元格, 引用的列不会变, 即第 1 行, 列会随着目标单元格的变化而发生相对变化。

Excel 虽然功能强大, 但不可能直接处理各种各样的具体问题, 很多情况下需要利用 VBA 语言编写 “宏” 的程序来求解。有兴趣的读者可以参考相关书籍。

# 第一章 概率论的基本概念

## 第一节 随机事件的模拟

随着科学技术的发展, 计算机模拟随机事件越来越多地被应用到各个领域。随机事件的模拟一般需要借助一些特殊的数学软件来实现。本书利用了 Excel 软件是一个功能很强的免费办公软件这一特点, 所有的计算机模拟都是通过 Excel 软件来实现的。

### 一、 $P(A)$ 的模拟值

设随机事件  $A$  在  $n$  次试验中出现  $n_A$  次, 比值  $f_n(A) = n_A/n$  称为事件  $A$  在这  $n$  次试验中出现的频率, 本书中称  $f_n(A)$  为概率  $P(A)$  的  $n$  次试验的模拟值, 通常取  $n=2000$ , 即  $f_{2000}(A)$  为概率  $P(A)$  的 2000 次试验的模拟值, 简称  $P(A)$  的模拟值, 或简称为  $P(A)$  的模拟结果。记

$$A_n = \begin{cases} 1, & \text{第 } n \text{ 次试验 } A \text{ 发生} \\ 0, & \text{第 } n \text{ 次试验 } A \text{ 未发生} \end{cases}$$

称  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  为随机事件  $A$  的  $n$  次计算机模拟。  $f_n(A) = \sum_{i=1}^n A_i$ , 称  $\{A_1, A_2, \dots, A_{2000}\}$  为随机事件  $A$  的 2000 次计算机模拟, 在对某个具体的随机事件  $A$  进行模拟时, 通常将  $A_1, A_2, \dots, A_{2000}$  放在 Excel 工作表的某一列中的 2000 行中。

概率  $P(A)$  的  $n$  次试验的模拟值会因  $n$  次不同的试验而出现不同的模拟值, 但由于随着试验次数  $n$  的逐渐增多, 频率  $f_n(A)$  会接近  $P(A)$ 。所以, 当  $n$  充分大时, 可以用  $f_n(A)$  来估计  $P(A)$ 。本书中, 在绝大多数情况下是用  $f_{2000}(A)$  来估计  $P(A)$ 。

例如, 在掷硬币的试验中, 历史上有人做过掷硬币的试验, 试验结果如表 1.1 所示。

表 1.1

| 实验者  | $n$  | $n_A$ | $f_n(A)$ |
|------|------|-------|----------|
| 德·摩根 | 2048 | 1061  | 0.5181   |

续表

| 实验者    | $n$   | $n_A$ | $f_n(A)$ |
|--------|-------|-------|----------|
| 蒲丰     | 4040  | 2048  | 0.5069   |
| K. 皮尔逊 | 12000 | 6019  | 0.5016   |
| K. 皮尔逊 | 24000 | 12012 | 0.5005   |

德·摩根的试验表明, 0.5181 为  $P(A)$  的 2048 次试验的模拟值; 蒲丰的试验表明, 0.5069 为  $P(A)$  的 4040 次试验的模拟值; K. 皮尔逊的第一次试验表明, 0.5016 为  $P(A)$  的 12 000 次试验的模拟值; K. 皮尔逊的第二次试验表明, 0.5005 为  $P(A)$  的 24 000 次试验的模拟值。

## 二、模拟单元格

在 Excel 中模拟一个随机事件, 可以选定某个单元格, 然后在此单元格输入设计好的公式, 再将此单元格下拉需要试验的次数, 本书中, 如无特殊说明时, 下拉 2000 次, 也就是说下拉 2000 行, 此单元格称为模拟单元格。

在 Excel 中, 每个工作表中有 65536 行, 256 列。行号用数字 1~65536 表示, 列号用字母 A~IV 表示。

单元格 A1 中 A 表示列, 为单元格 A1 的列标, 1 表示行, 为单元格 A1 的行标。Excel 中有一个复制单元格公式的快速功能, 它靠向下拉单元格或向右拉单元格来实现。例如, 在单元格 C1 中输入公式 “=A1 \* B1”。

用鼠标选中单元格 C1 后, 再将单元格 C1 向下拉一行, 则单元格 C2 中将出现公式 “=A2 \* B2”, 若用鼠标选中单元格 C1 后, 再将单元格 C1 下拉 2000 行, 则单元格 C2000 中将出现公式 “=A2000 \* B2000”, 即将单元格向下拉时, 不会改变单元格公式中的列标, 只改变行标。

用鼠标选中单元格 C1 后, 再将单元格 C1 向右拉一列, 则单元格 D1 中将出现公式 “=B1 \* C1”, 若用鼠标选中单元格 C1 后, 再将单元格 C1 向右拉 2 列, 则单元格 E1 中将出现公式 “=C1 \* D1”, 即将单元格向右拉时, 不会改变单元格公式中的行标, 只改变列标。

如果不希望改变行标, 就在其行标前加符号 “\$”, 若不希望改变列标, 就在其列标前加符号 “\$”, 若既不希望改变行标又不希望改变列标, 就在行列标前分别加上符号 “\$”。

若把在单元格 C1 中的公式 “=A1 \* B1” 改成 “=A\$1 \* B1”, 用鼠标选中单元格 C1 后, 再将单元格 C1 向下拉一行, 则单元格 C2 中将出现公式 “=A\$1 \* B2”, 用鼠标选中单元格 C1 后, 再将单元格 C1 下拉 2000 行, 则单元格 C2000 中将出现公式 “=A\$1 \* B2000”。