

初中参考教案

九年义务教育三年制初级中学

# 初中几何 参考教案

第三册



上海科学普及出版社

九年义务教育三年制初级中学

**初中几何参考教案**

第三册

上海科学普及出版社

(沪)新登字第 305 号

主 编 袁世全 陈同方 江结宝  
本 册 主 编 洪 波 周开顶 张训涛  
本册副主编 洪 胜 汤玉凤 夏再青 郑庆金  
柯贵宝  
本 册 编 者 (以姓氏笔画为序)  
马宏兵 王贤军 刘仁宏 何爱兵  
豆永平 吴福喜 杨宗明 张龙付  
陈在能 武家扣 唐宗宏 贾名来  
贾庆输 徐德贵 程金木 谢平年  
曹 勇 裴学华 戴锡荣  
责 任 编 辑 顾蕙兰

九年义务教育三年制初级中学

### 初中几何参考教案

第三册

上海科学普及出版社出版

(上海曹杨路 500 号 邮政编码 200063)

---

新华书店上海发行所发行 上海市委党校印刷厂印刷

开本 787×1092 1/24 印张 9.25 字数 178000

1996 年 9 月第 1 版 1996 年 9 月第 1 次印刷

印数 1—7600

---

ISBN 7-5427-1142-3/G·317 定价:8.00 元

# 前 言

教学是一项创造性的劳动。教学不应当是简单的摹仿、重复。针对教育对象的实际,不断地激发他们为祖国、为人类的进步而努力学习的兴趣,把要传授的知识通过各种方法使他们弄懂,使他们接受,甚至转化为他们的技能,你能说这不是一项创造性的劳动吗?而且,如果你是全身心地投入了孩子们的才能和心灵的塑造,这时你所感受到的教学活动更是一门艺术。你在教育园地里的默默耕耘,也许正在为攀登教育艺术的高峰作着努力。

教案,是教学前的准备工作,也可以包括教学后的得失经验及怎样进一步教好课的认识。每一位教师都可以在课堂里,在教案上充分施展自己驾驭课本知识,把握教学,深入浅出、循循善诱的创造性才能。因此,这套教案只能是为广大教师准备的供参考和借鉴的读物。我们相信,会有很多教师的教学实际可能超过或者将会超过教案中所表现出来的教学水平。因此,我们承认同一课题可以有不同的教法和教学方案。所以,本套教案中的个别课题已经选录了不止一个方案供大家参考。

如果广大教师能对本书的不当之处提出意见或者把自己的创造性劳动记录——教案提供给我们,以便充实改进这一套教案,那将是我们非常欢迎和感激的。

愿你在培养造就新一代接班人的劳动中不断进步。

编 者

1995. 6. 28

# 目 录

<b>第六章 解直角三角形</b> .....	1	18. 点的轨迹(一) .....	57
一、锐角三角函数.....	1	19. 点的轨迹(二) .....	60
1. 正弦和余弦(一) .....	1	20. 过三点的圆 .....	63
2. 正弦和余弦(二) .....	4	21. 反证法 .....	66
3. 正弦和余弦(三) .....	8	22. 垂直于弦的直径(一) .....	69
4. 正弦和余弦(四).....	10	23. 垂直于弦的直径(二) .....	72
5. 正弦和余弦(五).....	12	24. 垂直于弦的直径(三) .....	76
6. 正切和余切(一).....	14	25. 圆心角、弧、弦、弦心距 之间的关系(一) .....	79
7. 正切和余切(二).....	19	26. 圆心角、弧、弦、弦心距 之间的关系(二) .....	82
8. 正切和余切(三).....	21	27. 圆周角(一) .....	86
二、解直角三角形 .....	24	28. 圆周角(二) .....	90
9. 解直角三角形.....	24	29. 圆周角(三) .....	93
10. 应用举例(一) .....	27	30. 圆内接四边形 .....	97
11. 应用举例(二) .....	30	<b>二、直线和圆的位置关系</b> .....	101
12. 应用举例(三) .....	33	31. 直线和圆的位置关系.....	101
13. 应用举例(四) .....	37	附 直线和圆的位置关系 (教案二).....	104
14. 应用举例(五) .....	40	32. 切线的判定和性质(一).....	108
15. 实习作业 .....	45	附 切线的判定和性质(一) (教案二).....	110
<b>第七章 圆</b> .....	51		
一、圆的有关性质 .....	51		
16. 圆的有关性质(一) .....	51		
17. 圆的有关性质(二) .....	54		

33. 切线的判定和性质(二)·····	114	附 圆和圆的位置关系自测题···	169
附 切线的判定和性质(二)		四、正多边形和圆·····	171
(教案二)·····	117	50. 正多边形和圆(一)·····	171
34. 切线的判定和性质(三)·····	121	51. 正多边形和圆(二)·····	173
35. 三角形的内切圆·····	125	52. 正多边形和圆(三)·····	176
36. 切线长定理·····	127	53. 正多边形的有关计算(一)···	178
37. 弦切角(一)·····	130	54. 正多边形的有关计算(二)···	181
38. 弦切角(二)·····	134	55. 画正多边形(一)·····	183
39. 和圆有关的比例线段(一)···	137	56. 画正多边形(二)·····	185
40. 和圆有关的比例线段(二)···	140	57. 圆周长、弧长(一)·····	187
41. 和圆有关的比例线段(三)···	144	58. 圆周长、弧长(二)·····	190
三、圆和圆的位置关系(一)·····	147	59. 圆面积、扇形面积·····	193
42. 圆和圆的位置关系(一)·····	147	60. 弓形面积·····	196
43. 圆和圆的位置关系(二)·····	151	61. 圆面积、扇形面积、弓形面积习 题课·····	200
44. 两圆的公切线(一)·····	154	62. 圆柱的侧面展开图·····	204
45. 两圆的公切线(二)·····	156	63. 圆锥的侧面展开图·····	207
46. 两圆的公切线(三)·····	159	64. 正多边形和圆的复习·····	210
47. 相切在作图中的应用(一)···	163	附 单元测试题·····	214
48. 相切在作图中的应用(二)···	166		
49. 圆和圆的位置关系的复习···	167		

## 第六章 解直角三角形

### 一、锐角三角函数

#### 1. 正弦和余弦（一）

**教学目的** 使学生知道当锐角固定时，它的对边与斜边的比值都固定这一事实。

**教学重、难点** 通过几个特殊锐角值使学生知道当锐角固定时，它的对边与斜边的比值都固定这一事实。

#### 教学过程

##### 一、复习提问

1. 当直角三角形中有一个锐角等于  $30^\circ$  时，它具有什么性质？

指出：在直角三角形中， $30^\circ$  的锐角所对的直角边等于斜边的一半。

2. 相似三角形的对应边有何性质？

指出：相似三角形的对应边成比例。

##### 二、导入新课

修建某扬水站时，要沿着斜坡铺设水管，从图 1 中看到：斜坡与水平面所成的  $\angle A$  的度数可以通过测角器测出来，水管  $AB$  的长度也可以直接量得，它们是两个已知数。

当水管铺到  $B$  处时，设  $B$  离水平面的高度为  $BC$ ，由于  $C$  点不可到达， $BC$  的长度无法直接量得，怎样利用上面的已知数求得  $B$  处离水平面的高度  $BC$  呢？仅靠学过的勾股定理是否能解决这个问题呢？因为勾股定理指直角三角形三边的关系。这个例子中仅知道斜边长，所以无法

利用勾股定理解决这个问题。

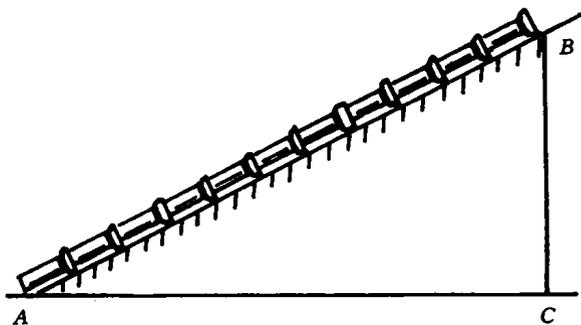
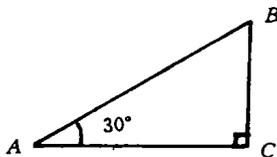


图 1

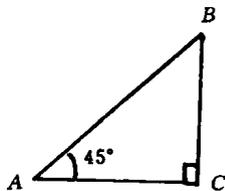
上面的问题可归结为：在  $Rt\triangle ABC$  中，已知  $\angle A$  和斜边，求  $\angle A$  的对边  $BC$ ，学了本章知识以后，这个问题便很容易解决了。

### 三、讲解新课

$Rt\triangle ABC$  中，锐角  $A$  是  $30^\circ$  时，计算  $\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$



(1)



(2)

图 2

（出示三角尺，画出图 2（1）同学们拿出那块不等腰的三角尺，我们知道，在所有不等腰的那块三角尺中， $30^\circ$  角所对的直角边（用  $BC$  表

示, 其中 $\angle C$ 是直角)都等于斜边(用 $AB$ 表示)的一半即 $\frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}}$

$$= \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$$

这就是说, 当 $\angle A=30^\circ$ 时, 不管三角尺大小如何 $\angle A$ 的对边与斜边的比值都等于 $\frac{1}{2}$ , 根据这个比值, 已知斜边 $AB$ 的长, 就能算出 $\angle A$ 的对边 $BC$ 的长。

即时练习: 口答: 已知 $Rt\triangle ABC$ 中,  $\angle C=Rt\angle$ ,  $\angle A=30^\circ$ ,  $AB=\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $5$ 时, 分别计算出 $\angle A$ 的对边 $BC$ 的长。

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 锐角 $A$ 是 $45^\circ$ , 计算:  $\frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}}$

(出示三角尺画出图形) 在所有等腰的那块三角尺(图2(2))中, 由勾股定理得:

$$\frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{\sqrt{BC^2+BC^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

这就是说, 当 $\angle A=45^\circ$ 时,  $\angle A$ 的对边与斜边的比值等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。根据这个比值, 已知斜边 $AB$ 的长, 就能算出 $\angle A$ 的对边 $BC$ 的长。

即时练习: 在 $Rt\triangle ABC$ 中,  $\angle C=Rt\angle$ ,  $\angle A=45^\circ$ ,  $AB=1, 2, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 时, 分别求出 $\angle A$ 的对边 $BC$ 的长。

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 锐角 $A$ 取其它值。

上面, 锐角 $A$ 取 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 时得出 $\angle A$ 的对边与斜边的比值是一个固定值, 那么当锐角 $A$ 取其它固定值时,  $\angle A$ 的对边与斜边的比值能否也是一个固定值呢?

设锐角 $A$ 取一个固定值, 也就是说, 我们有许多直角三角形 $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ 。它们有一个锐角 $\angle A_1, \angle A_2, \angle A_3, \dots$ 相等, 我们把点 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 重合在一起, 记作 $A$ , 并使直角边 $AC_1, AC_2, AC_3, \dots$ 落在另一条直线上(图3)容易知道:

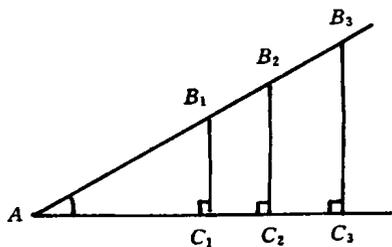


图 3

角固定时，它的对边与斜边的比值是一个固定值。

#### 四、巩固新知识

(一) 巩固练习：教科书 P. 3 练习

(二) 小结：本节课我们主要通过两个特殊角与任意一个锐角说明“在直角三角形中，当锐角固定时，它的对边与斜边的比值是一个固定值”这一事实，这是我们以后学习三角函数的基础。

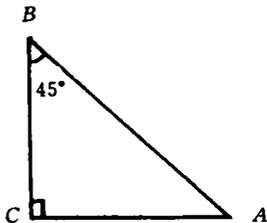


图 4

2. 在  $Rt\triangle ABC$  中，如果  $\angle B = 45^\circ$ ，那么  $\angle A$  的对边与斜边的比值是多少？

## 2. 正弦和余弦 (二)

**教学目的** 使学生了解正弦、余弦的意义，熟记  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  的正弦、余弦值，并会从这些数值中立即说出对应的特殊锐角的度数。

$$B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3 \dots,$$

$$\therefore \triangle AB_1C_1 \sim \triangle AB_2C_2 \sim \triangle AB_3C_3 \sim \dots$$

$$\therefore \frac{B_1C_1}{AB_1} = \frac{B_2C_2}{AB_2} = \frac{B_3C_3}{AB_3} = \dots$$

因此，在这些直角三角形中， $\angle A$  的对边与斜边的比值仍是一个固定值。

结论：在直角三角形中，当锐

## 教学重、难点 正弦、余弦的概念

### 教学过程

#### 一、复习提问

在直角三角形中，当锐角固定时，它的对边与斜边的比值因三角形的大小变化而变化吗？通过上堂课的学习，我们已经知道“在直角三角形中，当锐角固定时，它的对边与斜边的比值是一个固定值这一事实，它不因三角形的大小变化而变化。

#### 二、讲解新课

##### (一) 正弦及记法

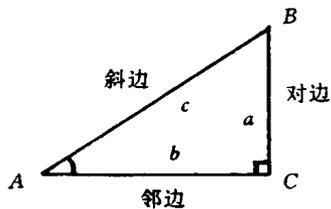


图 1

如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 为直角，我们把锐角 $A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$ ，即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$ 。注意 $\sin A$ 是一个完整的记号，不能看成 $\sin \cdot A$ ，记号里习惯省去角的符号“ $\angle$ ”，第一个字母“ $s$ ”要

小写，后面的 $\cos A$ ， $\operatorname{tg} A$ ， $\operatorname{ctg} A$ 等也如此。

##### (二) 正弦值的范围

如果我们将 $\angle A$ 的对边 $BC$ 记作 $a$ ， $\angle C$ 的对边 $AB$ 记作 $c$ ，那么 $\sin A = \frac{a}{c}$ 。

例如，当 $\angle A = 30^\circ$ 时，把 $\sin A$ 记作 $\sin 30^\circ$ ，所以 $\sin 30^\circ = \frac{a}{c}$ ，因为此时 $c = 2a$ ，所以：

$$\sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2};$$

当 $\angle A = 45^\circ$ 时，把 $\sin A$ 记作 $\sin 45^\circ$ ，所以 $\sin 45^\circ = \frac{a}{c}$ ，由于 $c = \sqrt{2}a$ ，所以：

$$\sin A = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

由于直角三角形中斜边大于直角边，所以可以得出

$$0 < \frac{a}{c} < 1$$

$$\therefore 0 < \sin A < 1 \quad (\angle A \text{ 为锐角})$$

(三) 例 1 讲解

**例 1** 求出图 2 所示的  $Rt\triangle ABC$  中的  $\sin A$  和  $\sin B$  的值。

分析：(略)

解：(略)

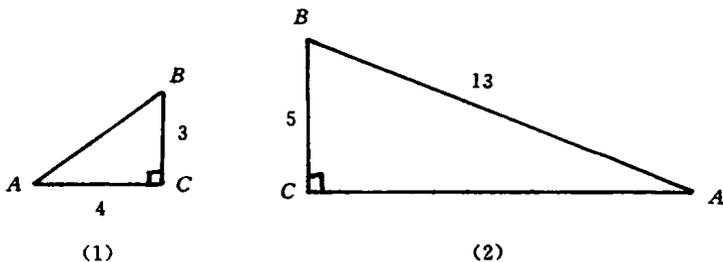


图 2

#### (四) 余弦及记法

与正弦情况相似，可以证明：当锐角  $A$  取任意一个固定值时， $\angle A$  的邻边与斜边的比值也是一个固定值。

如图 3，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C$  为直角，我们把锐角  $A$  的邻边与斜边的比叫做  $\angle A$  的余弦，记作  $\cos A$ ，即

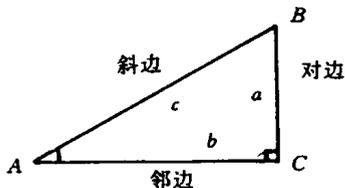


图 3

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$$

### (五) 余弦值范围

如果我们把 $\angle A$ 的邻边（即 $\angle B$ 的对边）记作 $b$ ，那么 $\cos A = \frac{b}{c}$ 。

$$\because 0 < b < c$$

$$\therefore 0 < \cos A < 1 \quad (\angle A \text{ 为锐角})$$

(六)  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 的正弦、余弦值。

思考下列问题

1. 当 $\angle A = 30^\circ$ 时， $\cos A$ 记作什么？
2. 看教科书图 6-1 (1)，此时 $\cos A = \cos 30^\circ$ ，那么 $\cos A$ 等于什么？
3.  $b$ 与 $c$ 有什么关系？ $\frac{b}{c}$ 应等于什么？

根据教科书图 6-1 和我们已学过的知识，我们有：

$$(1) \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$(2) \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

(七) 例 2 讲解

**例 2** 求下列各式的值

$$(1) \sin 30^\circ + \cos 30^\circ$$

$$(2) \sqrt{2} \sin 45^\circ - \frac{1}{2} \cos 60^\circ$$

分析：求以上两式值，我们必须知道 $\sin 30^\circ$ ， $\cos 30^\circ$ ， $\sin 45^\circ$ 和 $\cos 60^\circ$ 的值。为此，我们只需把 $\sin 30^\circ$ ， $\cos 30^\circ$ ， $\sin 45^\circ$ 和 $\cos 60^\circ$ 的值代入上面式子即可求出此值。

解：(略)

### 三、巩固新知识

(一) 巩固练习：教科书 P.7 练习 1~4。

(二) 小结：本节课我们重点学习正弦、余弦概念，这也是本节课的

难点，要求同学们还要熟记  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  的正弦、余弦值。

#### 四、作业

教科书 P. 17 习题 6.1A 组 2、3。

### 3. 正弦和余弦（三）

**教学目的** 使学生了解一个锐角的正弦（余弦）值与它的余角的余弦（正弦）值之间的关系。

**教学重、难点** 锐角的正弦（余弦）值与它的余角的余弦（正弦）值之间的关系。

#### 教学过程

##### 一、复习提问

1. 正弦、余弦的概念？
2.  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  的正弦值与余弦值？
3. 互余概念？

##### 二、导入新课

前面我们学过锐角的正弦和余弦，并且知道：

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

下面我们就来研究一个锐角的正弦和余弦之间的关系。

观察  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  的正弦与余弦值可以看出

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ; \quad \sin 45^\circ = \cos 45^\circ; \quad \sin 60^\circ = \cos 30^\circ.$$

且有： $30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ ， $45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ ，这就是说， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$  这三个特殊角的正弦的值，分别等于它们的余角  $60^\circ$ ， $45^\circ$ ， $30^\circ$  的余弦值（反过来说， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$  这三个特殊角的余弦的值，分别等于它们的余角  $60^\circ$ ， $45^\circ$ ， $30^\circ$  的正弦的值）。

### 三、讲解新课

任意锐角的正弦（余弦）与它的余角的余弦（正弦）值关系。

我们知道  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  这三个特殊角的正弦值分别等于它们的余角的余弦值；这三个特殊角的余弦值等于它们的余角的正弦值。

那么，对于任意锐角的正弦的值，是否也能等于它们的余角的余弦的值呢？观察教科书图 6-5 可知： $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$$

$$\therefore \sin A = \cos B$$

（指出： $\angle B$  的邻边与  $\angle A$  的对边实际是一条边即  $AC$ ）

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$$

$$\sin B = \frac{\angle B \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$$

$$\therefore \cos A = \sin B$$

由于  $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，即  $\angle B = 90^\circ - \angle A$ ，所以上面的关系式又可以写成

$$\sin A = \cos (90^\circ - A)$$

$$\cos A = \sin (90^\circ - A)$$

（指出： $\cos (90^\circ - A)$  是一个记号，记号里习惯省去角的记号“ $\angle$ ”， $\sin (90^\circ - A)$  也是如此。）

结论：任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值。

#### 例题讲解

(1) 已知  $\sin A = \frac{1}{2}$ ，且  $\angle B = 90^\circ - \angle A$ ，求  $\cos B$ ；

(2) 已知  $\sin 35^\circ = 0.5736$ ，求  $\cos 55^\circ$

(3) 已知  $\cos 47^\circ 6' = 0.6807$ ，求  $\sin 42^\circ 54'$

分析：(1) 由于  $\angle B = 90^\circ - \angle A$ ，所以， $\angle A$  与  $\angle B$  互余；(2) 由于  $55^\circ + 35^\circ = 90^\circ$ ；(3)  $47^\circ 6' + 42^\circ 54' = 90^\circ$ ；所以可以根据一个锐角的正弦（余弦）值与它的余角的余弦（正弦）值之间的相等关系分别求出它们的值。

解：（略）

#### 四、巩固新知识

（一）巩固练习：教科书 P. 9 练习 1~3

（二）小结：本节课我们由特殊锐角的正弦（余弦）和它的余角的余弦（正弦）值的关系，以及正弦、余弦的概念得出结论：任意一个锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意一个锐角的余弦值等于它的余角的正弦值，这是本节课的重点。

#### 五、作业

教科书 P. 18 习题 6.1A 组 4、5。

### 4. 正弦和余弦（四）

**教学目的** 使学生会查“正弦和余弦表”即由已知锐角求正弦、余弦值。

**教学重、难点** “正弦和余弦表”查法是重点；当角度在  $0^\circ \sim 90^\circ$  间变化时，正弦值与余弦值随角度变化而变化的规律是难点。

#### 教学过程

##### 一、复习提问

1.  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 的正弦值与余弦值？（要求学生口答）
2. 任意锐角的正弦（余弦）与它的余角的余弦（正弦）值之间的关系。

##### 二、导入新课

我们已经求出了  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 这三个特殊角的正弦值和余弦值，在生产和科研中还常用到任意锐角的正弦值和余弦值，为了使用上的方

便,我们把 $0^{\circ}\sim 90^{\circ}$ 间每隔 $1'$ 的各个角所对应的正弦值和余弦值(一般是含有四个有效数字的近似值)列成表格,这个表叫做“正弦和余弦表”。

### 三、讲解新课

#### (一)“正弦和余弦表”简介

1. 这份表的作用是:求锐角的正弦、余弦值或已知锐角的正弦、余弦值,求这个锐角。

2. 这份表中角精确到 $1'$ ,正弦、余弦值是有四个有效数字。

3. 凡查表所得到的值,都用等号“=”而不用约等号“ $\approx$ ”,根据查表所求得值进行近似计算,结果经四舍五入后,一般用约等号“ $\approx$ ”表示。

#### (二)举例说明

**例4** 查表求 $\sin 37^{\circ}24'$ 的值。

分析:(略)

解: $\sin 37^{\circ}24' = 0.6074$

**例5** 查表求 $\sin 37^{\circ}26'$ 的值。

分析:(略)

解:(略)

**例6** 查表求 $\sin 37^{\circ}23'$ 的值。

分析:(略)

解:(略)

例5、例6小结:

从例5、例6的分析中可以看出这样几个字词:“少”、“减去”、“多”、“加上”,再从例5、例6的解法中可以看出:当角度在 $0^{\circ}\sim 90^{\circ}$ 间变化时,正弦值随着角度的增大而增大;随着角度的减小而减小。

注意:同学们可以从表中查得:

$$\sin 0^{\circ} = 0, \sin 90^{\circ} = 1.$$

根据正弦值随角度变化规律:当角度从 $0^{\circ}$ 增加到 $90^{\circ}$ 时,正弦值从