

龚 静 编著

# 小波分析

在配电网单相接地故障选线中的  
应用



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

龚 静 编著

# 小波分析

---

在配电网单相接地故障选线中的  
应用



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书深入论述了小波分析在配电网单相接地故障选线中的应用。全书共分9章，主要内容不仅包括小波变换的基础理论、MATLAB小波工具箱及一些小波分析函数的应用，而且还针对故障选线中的诸多细致难点问题进行了详细剖析，如小波母函数的选取、分解尺度的选择、选线特征频带的确定以及实际选线方法。

本书叙述图文并茂，理论联系实际，既可作为从事小波、电力等相关领域的科研人员的学习参考书，也可供高等院校师生学习参考。

### 图书在版编目（CIP）数据

小波分析在配电网单相接地故障选线中的应用 / 龚静编著. —北京：中国电力出版社，2011.12

ISBN 978-7-5123-2430-5

I. ①小… II. ①龚… III. ①小波理论—应用—配  
电线路 IV. ①TM726

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第257934号

中国电力出版社出版、发行

（北京市东城区北京站西街19号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>）

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

\*

2012年3月第一版 2012年3月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 32开本 3.625印张 64千字

印数0001—3000册 定价12.00元

### 敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失  
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

# 前 言

我国配电网广泛采用中性点非有效接地方式，其单相接地故障率最高。当发生单相接地后，非故障相电压升高为原来的 $\sqrt{3}$ 倍，个别情况下，接地电容电流可能引起故障点电弧飞越，瞬时出现比相电压大4~5倍的过电压，导致绝缘击穿，进一步扩大成两点或多点接地短路；故障点的电弧还会引起全系统过电压，常常烧毁电缆甚至引起火灾。因此，配电网的单相接地故障严重威胁着配电网的安全可靠性，为防止事故扩大，运行中希望尽快选择出故障线路并进行处理。但是由于单相接地是通过电源绕组和输电线路而对地分布电容形成的短路回路，故障点的接地电流很小，因此其故障选线问题一直未能得到很好解决。

近年来，随着小波技术的发展，人们将小波的这种时频局部化、多分辨率分析的特点应用到了配电网的单相接地故障选线中。小波分析是近20年来发展起来的一门新兴数学分支，它是傅里叶分析划时代发展的结果，是20世纪数学研究成果中最杰出的代表之一。小波分析的出现，无论是对数学，还是对其他学科都产生了深远的影响，并有广泛的应用领域。它克服了短时傅里叶变换在单分辨率上

的缺陷，在时域和频域都有表征信号局部信息的能力，时间窗和频率窗都可以根据信号的具体形态进行动态调整，因此特别适用于非平稳信号的检测，同时也能够更好地分析信号奇异点的位置及奇异性的强弱。

如何做到小波的理论的工程实际应用的有机结合，是一个富有挑战性的难题，这不仅需要对小波理论有较深的理解，同时还必须具有从事工程应用性课题的研究实践，本书正是作者多年来科研成果的结晶，希望有助于读者在小波技术方面建立起理论联系实际的桥梁，为更好地从事小波研究，特别是小波应用于工程实际奠定良好的基础。

本书共 9 章，内容旨在突出小波变换在工程实际中的应用。第 1、2 章对小波变换的理论进行了简单的介绍；第 3 章介绍了基于 MATLAB 的小波应用，主要包括一维离散小波分析工具箱、一维小波包分析工具箱以及 MATLAB 的常用小波分析函数等；第 4 章在分析小波母函数消失矩阶数、正则性、支撑长度等特性的基础上，提出了故障选线中的母小波选取五条原则；第 5 章通过构造模极大值矩阵，给出了故障选线中的分解尺度自适应选择判据；第 6 章提出了以小波包分解系数突变量最大值来确定特征频带的新观点，克服了传统能量法以平方求和的运算确定特征频带从而忽略了频带特征的细节信息的不足；第 7 章给出

了一种基于小波包分解系数的波形识别选线方法，并通过大量的实验进行验证；第8章提出了一种基于小波分解波形自适应面积计算的数值选线方法；第9章从故障暂态电流的相位信息为出发点，提出了一种基于小波变换暂态相位信息的故障选线方法。

本书的出版得到北京市优秀人才培养项目（00351910047）和北京建筑工程学院科学研究基金（00331610033）项目的资助，在此表示由衷的感谢！

由于编者水平有限，不妥之处恳请读者和同行专家批评指正。

龚 静

2011年11月

# 目 录

## 前言

<b>1 概述</b> .....	1
1.1 小波分析.....	1
1.2 单相接地故障暂态特征分析.....	3
<b>2 小波变换</b> .....	6
2.1 小波.....	6
2.2 连续小波变换.....	7
2.3 离散小波变换.....	9
2.4 小波包分析.....	10
2.5 常见小波函数举例.....	12
<b>3 基于 MATLAB 的小波应用</b> .....	20
3.1 MATLAB 的小波工具箱应用.....	20
3.2 MATLAB 的常用小波分析函数.....	24
<b>4 小波母函数的选取原则</b> .....	29
4.1 问题的提出.....	29
4.2 模极大值原理.....	30
4.3 小波特性分析.....	31
4.4 五条选取原则的提出.....	34

4.5	仿真比较实验及结论分析	35
4.6	小结	42
<b>5</b>	<b>选线比较尺度的自适应选择</b>	<b>43</b>
5.1	问题的提出	43
5.2	小波变换模极值与分解尺度的关系	44
5.3	分解尺度的自适应选择	45
5.4	仿真实验研究及分析	47
5.5	小结	52
<b>6</b>	<b>选线特征频带的确定方法</b>	<b>54</b>
6.1	问题的提出	54
6.2	采样频率的选择	55
6.3	特征频带确定的实用步骤	56
6.4	仿真实验及结果比较分析	57
6.5	小结	62
<b>7</b>	<b>基于小波包分解系数的波形识别选线方法</b>	<b>64</b>
7.1	小波包分解波形识别实用判据	64
7.2	实验验证	66
7.5	母线接地实验波形识别及比较分析	69
7.6	小结	71
<b>8</b>	<b>基于小波分解波形自适应面积计算的数值选线方法</b>	<b>72</b>
8.1	问题的提出	72
8.2	基于小波分解波形自适应面积计算的 选线新判据	73



8.3	FTU 硬件简介及选线流程 .....	75
8.4	实验模型 .....	80
8.5	实验数据记录 .....	81
8.6	对比分析及实验结论 .....	87
8.7	小结 .....	90
<b>9</b>	<b>基于小波变换暂态相位信息的故障选线实现 .....</b>	<b>91</b>
9.1	问题的提出 .....	91
9.2	相位法选线步骤及实用判据 .....	92
9.3	实验及分析 .....	93
9.4	小结 .....	99
	<b>参考文献 .....</b>	<b>101</b>

# 概 述

## 1.1 小波分析

### 1.1.1 傅里叶变换与小波变换

傅里叶变换是研究平稳信号的一种有力工具，它是一种频域分析方法。然而，大多数信号是非平稳的，非平稳信号需要局部时间的频率分析，分析方法称为时频分析方法。

小波分析属于时频分析的一种。传统的信号分析是建立在傅里叶变换基础之上的，傅里叶分析使用的是一种全局的变换，即或者完全在时域，或者完全在频域，它无法表述信号的时频局域特性，而时—频局域性质恰恰是非平稳信号最根本和最关键的性质。为了分析和处理非平稳信号，人们对傅里叶分析进行了推广乃至根本性的变革，提出并发展了一系列新的信号分析理论，有短时傅里叶变换、时频分析、Gabor 变换、小波变换、Randon-Wigner 变换、分数阶傅里叶变换等。短时傅里叶变换分析的基本思想是：假定非平稳信号在分析窗函数  $g(t)$  的一个短时间间隔内

是平稳的，并移动分析窗函数，使  $f(t)g(t-\tau)$  在不同的有限时间宽度内是平稳信号，从而计算出各个不同时刻的功率谱。但从本质上来讲，短时傅里叶变换是一种单一分辨率的信号分析方法，它使用一个固定的短时窗函数，因此短时傅里叶变换在信号分析上还存在着不可逾越的缺陷。

小波变换是一种信号的时间—尺度或者说时间—频率分析方法，它具有多分辨率分析 (Multi-resolution Analysis) 的特点，而且在时间和频率两域都具有表征信号局部特征的能力，是一种窗口大小固定不变，但其形状可以改变，且时间窗和频率窗都可以改变的时频局部化分析方法。小波变换在低频部分具有较高的频率分辨率和较低的时间分辨率，在高频部分具有较高的时间分辨率和较低的频率分辨率，很适合于探测正常信号中夹带瞬态反常现象并展示其成分，所以被誉为分析信号的“数学显微镜”。

### 1.1.2 小波技术的发展

小波分析是近 20 年来发展起来的一门新兴数学分支，它是傅里叶分析划时代发展的结果。小波分析的出现，无论是对数学还是对其他学科都产生了深远的影响，并有广泛的应用领域。

在中国科学院的网站中有一段关于小波的精辟论述：小波分析是当前数学中一个迅速发展的新领域，它同时具有理论深刻和应用广泛双重意义。小波变换的概念是由法

国从事石油信号处理的工程师 J.Morlet 在 1984 年首先提出的, 根据经验建立了反演公式。但小波变换的概念当时并未得到很多数学家的认可。幸运的是, 早在 20 世纪 70 年代, A.Calderon 表示定理的发现、Hardy 空间的原子分解和无条件基的深入研究为小波变换的诞生提供了理论上的准备, 而且 J.O.Stromberg 还构造了历史上非常类似于现在的小波基的一种基; 1986 年著名数学家 Y.Meyer 偶然构造出一个真正的小波基, 并与 S.Mallat 合作建立了构造小波基的统一方法(即多尺度分析), 之后, 小波分析才开始蓬勃发展起来, 其中比利时女数学家 I.Daubechies 撰写的《小波十讲 (Ten Lectures on Wavelets)》对小波的普及起了重要的推动作用。小波变换能有效地从信号中提取信息, 通过伸缩和平移等运算功能对函数或信号进行多尺度细化分析, 解决了傅里叶变换不能解决的许多困难问题, 它是调和分析发展史上里程碑式的进展。

## 1.2 单相接地故障暂态特征分析

### 1.2.1 暂态等效电路分析

图 1-1 给出了中性点经消弧线圈接地系统发生单相接地故障时的暂态过程等效电路, 用以分析暂态电容电流和暂态电感电流。

通过建立微分方程, 考虑初始条件, 经拉氏变换等一

系列的运算，求得过渡过程中首半波的最大电流值  $i_{\max}$  为

$$i_{\max} = I_{Cm} \left( \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\delta t} - \sin \omega t \right) \quad (1-1)$$

$$\delta = \frac{1}{\tau_c} = \frac{R_0}{2L_0}$$

式中  $I_{Cm}$  —— 电容电流的幅值；  
 $\omega_0$  —— 回路的共振频率；  
 $\omega$  —— 工频；  
 $\delta$  —— 自由振荡分量的衰减系数。

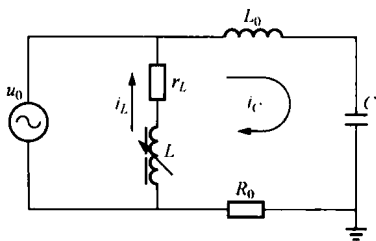


图 1-1 单相接地暂态过程等效电路

$C$ —电网的三相相对地电容总和； $L_0$ —三相线路和变压器等在零序回路中的等值电感； $R_0$ —零序回路中的等值电阻； $r_L$ 、 $L$ —消弧线圈的有功损耗电阻和电感； $u_0$ —零序电压

从式 (1-1) 可见，最大电流和稳态电容电流之比，近似等于共振频率和工频频率之比，它可能较稳态值大几倍到几十倍。由于暂态电流是由故障相放电电流和非故障相充电电流组成，所以故障线路与非故障线路的暂态首半波的突变极性是相反的。

### 1.2.2 五点重要结论

当单相接地故障发生后，在故障点有衰减很快的暂态电容电流和衰减较慢的暂态电感电流流过。不论电网的中性点为谐振接地或不接地方式，暂态接地电流的幅值和频率均主要由暂态电容电流所确定，且接地电流的幅值还和初始相角有关。单相接地时暂态过程的暂态特征如下：

- (1) 全系统都将出现零序电压。
- (2) 当发生单相接地故障时，过渡过程中首半波的最大电流值和稳态电容电流值之比近似等于共振频率与工频频率之比，暂态电流值较稳态值大几倍到几十倍。
- (3) 暂态过程不受中性点接地方式的影响。
- (4) 故障线路零序暂态电流突变量最大，为所有非故障线路零序暂态电流之和，且突变方向与非故障线路相反。
- (5) 当所有线路零序暂态电流突变方向相同时，为母线故障。

# 2

## 小波变换

### 2.1 小波

设  $L^2(R)$  表示在实数集  $R$  上平方可积函数的全体, 对于函数  $\psi(t) \in L^2(R)$ , 如果

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2-1)$$

则称  $\psi(t)$  是一个小波。

小波的这个定义看起来太广泛了, 因为满足这一个条件的函数太多了。例如, 任何属于  $L^2(R)$  的连续可微函数  $g(t)$  的导数  $g'(t)$ , 都可以作为  $\psi(t)$ , 在  $\psi(t) = g'(t)$  时, 式 (2-1) 仍然是成立的。

满足式 (2-1) 的函数或者说小波直观上的特点: 由于  $\psi(t)$  在整个实数集  $R$  上是可积的, 所以  $\psi(t)$  在无穷远点处一定等于 0, 也就是说, 当  $t \rightarrow \pm\infty$  时,  $\psi(t)$  衰减到 0。另外, 由积分的几何意义和式 (2-1) 可以看出  $\psi(t)$  的图像与  $x$  轴所夹的上半平面的面积和下半平面的面积是相等的。也就是说, 对于  $\psi(t)$ , 当  $t$  变动的时候, 它是上下波动的,

这就是“小波 (Wavelet)”这个名词的来源。

任何实际的信号都是能量有限的，因此在数学上  $f(t) \in L^2(R)$ ，这样，自然也要求  $\psi(t) \in L^2(R)$ 。所以，通常说到小波时，一般都是指  $\psi(t) \in L^2(R)$  并且式 (2-1) 成立。当然，式 (2-1) 的要求是最基本的。

## 2.2 连续小波变换

将式 (2-1) 的母小波  $\psi(t)$  经过伸缩和平移后得到

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (a, b \in R; a \neq 0) \quad (2-2)$$

称为一个小波序列，其中  $a$  为伸缩因子， $b$  为平移因子。

对于任意能量有限信号  $f(t) \in L^2(R)$ ，其连续小波变换定义为

$$Wf(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \quad (2-3)$$

可以看出，连续小波变换和传统的傅里叶变换及窗口傅里叶变换，其数学描述方法是类似的，都是取信号和核函数的内积。这些变换也都可以解释为信号和核函数相关程度的度量。而这几种变换的区别在于所选取的核函数不同。从数学形式上看，傅里叶变换将一维时间函数  $f(t)$  映射为一维频率函数  $F(\omega)$ ，所以傅里叶变换是对时间信号的



频率分析。窗口傅里叶变换将一维时间函数  $f(t)$  映射为二维函数  $Gf(\omega, \tau)$ ，是对时间信号的时域—频域联合分析。类似的，小波变换将一维时间函数  $f(t)$  映射为二维函数  $Wf(a, b)$ ，也是对时间信号的时域—频域联合分析。值得注意的是：傅里叶变换用到的核函数为正弦函数，具有唯一性；而小波变换用到的核函数有很多种，具有不唯一性。

由于连续小波变换是按照积分形式定义的，所以又称为积分小波变换。由于  $\psi_{a,b}(t)$  是局部化的，所以连续小波变换也是对信号在时间域内的局部化分析，它度量了信号在某个邻域的变化，该邻域以  $t$  为中心，宽度与  $a$  成正比。

可以用时—频窗来形象地表示小波变换的局部性，如图 2-1 所示。尺度  $a$  决定了时域和频域观测窗的大小，即观测的范围或者说尺度，而变量  $b$  只影响时域内窗的位置，所以连续小波变换也可以说是对信号的时间—尺度分析。在小波变换中，尺度  $a$  越大，时窗越宽，频窗越窄，且频窗中心往低频方向移动； $a$  越小，则时窗越窄，频窗越宽，且频窗中心向高频方向移动。也就是说，为了获得信号的低频信息，应进行较长时间的观察，这时有较好的频域分辨率。而进行较短时间的观察时，将获得信号的高频信息，这时有较好的时域分辨率，这正是小波分析的优良性质。大范围观察时，看到的是被测物体的大致全貌，这时提取