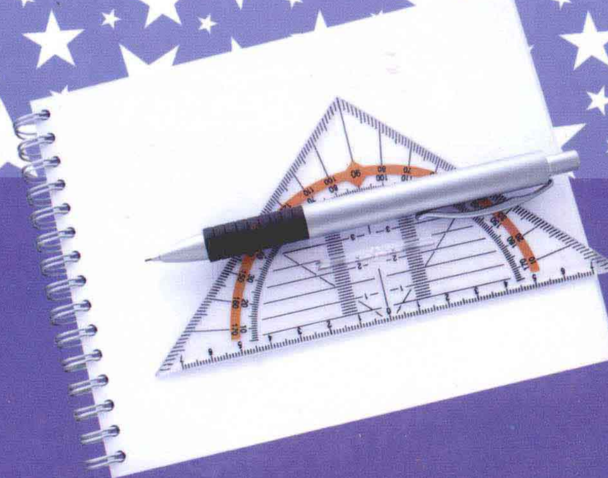
高中数学
基础知识强化手册

GaoZhong ShuXueJiChuZhiShi
QiangHuaShouCe

舒风杰　主编

◎五星级基础知识手册 ◎众多名师倾力打造 ◎适合各种版本教材



沈阳出版社

高中数学基础知识强化手册

舒凤杰　主编

沈阳出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学基础知识强化手册/舒凤杰主编. —沈阳：沈阳出版社，2010.7
ISBN 978-7-5441-4209-0

Ⅰ.①高… Ⅱ.①舒… Ⅲ.①数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第143347号

出 版 者：沈 阳 出 版 社
（地址：沈阳市沈河区南翰林路10号 邮编：110011）
印 刷 者：北镇市印刷厂
发 行 者：沈阳出版社
幅面尺寸：147mm×210mm
印 张：15.125
字 数：310千字
出版时间：2011年4月第1版
印刷时间：2011年4月第1次印刷
责任编辑：沈晓辉 王 颖
封面设计：琥珀视觉
版式设计：晓 习
责任校对：徐光雨
责任监印：杨 旭

书 号：ISBN 978-7-5441-4209-0
定 价：29.50元

联系电话：024-62564922
邮购热线：024-62564923
E-mail：pubxh@163.com

《高中数学基础知识强化手册》

编 委 会

主　编：舒凤杰

副主编：王晓声

编　委：沈　越　高相华　冠英龙

王海龙　傅连峰　齐世民

王红玉　李坤月　张景悦

目　录

第 1 章　集合与简易逻辑

考点串联布网

集合→含绝对值的不等式解法→一元二次不等式的解法→逻辑联结词与四种命题→充要条件

知识要点回放

1. 集合的概念

(1)集合中元素特征：确定性、互异性、无序性；

(2)集合的分类

①按元素个数分——有限集，无限集；

②按元素特征分——数集，点集……，如数集$\{y|y=x^2\}$，表示非负实数集；点集$\{(x,y)|y=x^2\}$表示开口向上，以 y 轴为对称轴的抛物线.

(3)集合的表示法

①列举法：用来表示有限集或具有显著规律的无限集，如$\mathbf{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}$；

②描述法：$\{x|p(x)\}$.

2. 两类关系

(1)元素与集合的关系，用$\in$或$\notin$表示；

(2)集合与集合的关系，用$\subseteq$，$\subsetneqq$，$=$表示，当 $A\subseteq B$ 时，称 A 是 B 的子集；当 $A\subsetneqq B$ 时，称 A 是 B 的真子集.

3. 集合运算

(1)“交、并、补”定义：$A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$，$A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$，$\complement_U A=\{x|x\in U$，且 $x\notin A\}$(集合 U 表示全集).

(2)运算律，如 $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$、$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$、$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$等.

4. 命题

(1)命题分类：真命题与假命题，简单命题与复合命题.

(2)复合命题的形式：“p 且 q”，“p 或 q”，“非 p”.

(3)复合命题的真假

①对"p 且 q"而言,当 q、p 均为真时,其为真;当 p、q 中有一个为假时,其为假;

②对"p 或 q"而言,当 p、q 均为假时,其为假;当 p、q 中有一个为真时,其为真;

③当 p 为真时,"非 p"为假;当 p 为假时,"非 p"为真.

(4)四种命题:①记"若 p 则 q"为原命题,则②否命题为"若非 p 则非 q";③逆命题为"若 q 则 p";④逆否命题为"若非 q 则非 p".其中互为逆否的两个命题同真假,即等价.因此,四种命题为真的个数只能是偶数个.

5.充分条件与必要条件

(1)定义:对命题"若 p 则 q"而言,当它是真命题时,p 是 q 的充分条件,q 是 p 的必要条件,当它的逆命题为真时,q 是 p 的充分条件,p 是 q 的必要条件,两种命题均为真时,称 p 是 q 的充要条件.

(2)在判断充分条件及必要条件时,首先要分清哪个命题是条件,哪个命题是结论,其次,结论要分四种情况说明:充分不必要条件,必要不充分条件,充分且必要条件,既不充分又不必要条件.从集合角度看,若记满足条件 p 的所有对象组成集合 A,满足条件 q 的所有对象组成集合 B,则当 $A\subset B$ 时,p 是 q 的充分条件;当 $B\subset A$ 时,p 是 q 的必要条件;当 $A=B$ 时,p 是 q 的充要条件;

(3)当 p 和 q 互为充要条件时,体现了命题等价转换的思想.

6.反证法是中学数学的重要方法.会用反证法证明一些代数命题.

7.集合概念及其基本理论是近代数学最基本的内容之一,学会用集合的思想处理数学问题.

范例阐释

例 1.已知集合 $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,$N=\{y\mid y=x+1,x\in\mathbf{R}\}$,求$M\cap N$.

【阐释】在集合运算之前,首先要识别集合,即认清集合中元素的特征.M、N 均为数集,不能误认为是点集,从而解方程组.其次要化简集合,或者说使集合的特征明朗化.

$\because M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}=\{y\mid y\geqslant1\}$,$N=\{y\mid y=x+1,x\in\mathbf{R}\}=\{y\mid y\in\mathbf{R}\}$,

$\therefore M\cap N=M=\{y\mid y\geqslant1\}$.

【评价】实际上，从函数角度看，本题中的 M、N 分别是二次函数和一次函数的值域. 一般地，集合 $\{y \mid y=f(x), x\in A\}$ 应看成是函数 $y=f(x)$ 的值域，通过求函数值域化简集合. 此集合与集合 $\{(x,y) \mid y=x^2+1, x\in \mathbf{R}\}$ 是有本质差异的，后者是点集，表示抛物线 $y=x^2+1$ 上的所有点，属于图形范畴. 集合中元素特征与代表元素的字母无关，例 $\{y \mid y\geqslant 1\}=\{x \mid x\geqslant 1\}$.

例 2. 已知集合 $A=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x \mid x^2-mx+2=0\}$，且 $A\cap B=B$，求实数 m 范围.

【阐释】化简集合得 $A=\{1,2\}$，$A\cap B=B\Leftrightarrow B\subseteq A$，根据集合中元素个数，对集合 B 分类讨论：$B=\varnothing$，$B=\{1\}$、$\{2\}$ 或 $B=\{1,2\}$.

①当 $B=\varnothing$ 时，$\Delta=m^2-8<0$，$\therefore -2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

②当 $B=\{1\}$ 或 $B=\{2\}$ 时，$\begin{cases}\Delta=0\\1-m+2=0 \text{ 或 } 4-2m+2=0\end{cases}$ $\therefore m$ 无解.

③当 $B=\{1,2\}$ 时，$\begin{cases}1+2=m\\4+2=2m\end{cases}$ $\therefore m=3$.

综上所述，$m=3$ 或 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

【评价】分类讨论是中学数学的重要思想，全面地挖掘题中隐藏条件是解题素质的一个重要方面，如本题当 $B=\{1\}$ 或 $B=\{2\}$ 时，不能遗漏 $\Delta=0$.

例 3. 用反证法证明：已知 x、$y\in\mathbf{R}$，$x+y>2$，求证：x、y 中至少有一个大于 1.

【阐释】假设 $x\leqslant 1$ 且 $y\leqslant 1$，由不等式同向相加的性质 $x+y\leqslant 2$ 与已知 $x+y>2$ 矛盾.

$\therefore$ 假设不成立.

$\therefore$ x、y 中至少有一个大于 1.

【评价】反证法的理论依据是：欲证“若 p 则 q”为真，先证“若 p 则非 q”为假，因在条件 p 下，q 与非 q 是对立事件（不能同时成立，但必有一个成立），所以当“若 p 则非 q”为假时，“若 p 则 q”一定为真.

例 4. 若 A 是 B 的必要不充分条件，C 是 B 的充要条件，D 是 C 的充分不必要条件，判断 D 是 A 的什么条件.

【阐释】利用“$\Rightarrow$”、“$\Leftrightarrow$”符号分析各命题之间的关系.

$\because D\Rightarrow C\Leftrightarrow B\Rightarrow A$，

$\therefore D\Rightarrow A$，$D$ 是 A 的充分不必要条件.

【评价】符号“$\Rightarrow$”、“$\Leftrightarrow$”具有传递性，不过前者是单方向的，后者是双方

向的.

例 5.已知 $a>0$,函数 $f(x)=ax-bx^2$.

(1)当 $b>0$ 时,若对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x)\leqslant 1$,证明:$a\leqslant 2\sqrt{b}$;

(2)当 $b>1$ 时,证明:对任意的 $x\in[0,1]$,$|f(x)|\leqslant 1$ 的充要条件是 $b-1\leqslant a\leqslant 2\sqrt{b}$;

(3)当 $0<b\leqslant 1$ 时,讨论:对任意 $x\in[0,1]$,$|f(x)|\leqslant 1$ 的充要条件.

【阐释】本题考查的知识点是代数逻辑推理、不等式、充要条件等.

(1)$\because$ $f(x)=-b(x-\dfrac{a}{2b})^2+\dfrac{a^2}{4b}$,要使 $x\in\mathbf{R}$,$f(x)\leqslant 1$,只要 $f(\dfrac{a}{2b})=\dfrac{a^2}{4b}\leqslant 1$,即 $a\leqslant 2\sqrt{b}$.

(2)充分性

注意:$b>1$,由 $0<b-1\leqslant a\leqslant 2\sqrt{b}$,当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时,

$f(x)+1=1+ax-bx^2\geqslant 1+(b-1)x-bx^2=(1-x)(1+bx)\geqslant 0$ 成立,

$f(x)-1=-1+ax-bx^2\leqslant -1+2\sqrt{b}x-bx^2=-(1-\sqrt{b}x)^2\leqslant 0$ 成立,

$\therefore |f(x)|\leqslant 1$ 成立

必要性

$\because x\in[0,1]$时,$|f(x)|\leqslant 1$,则 $f(x)\geqslant -1$

取 $x=1$(演绎)得 $f(1)=a-b\geqslant -1$ 即 $a\geqslant b-1$ 成立……①

$\because x\in[0,1]$时,$|f(x)|\leqslant 1$,则 $f(x)\leqslant 1$

又因 $b>1$,则 $0<\dfrac{1}{\sqrt{b}}<1$,取 $x=\dfrac{1}{\sqrt{b}}$(演绎,目标要明确,算不上特殊技巧)

得 $f(\dfrac{1}{\sqrt{b}})=\dfrac{a}{\sqrt{b}}-1\leqslant 1$ 即 $a\leqslant 2\sqrt{b}$成立……②

由①②得 $b-1\leqslant a\leqslant 2\sqrt{b}$成立.

(3)当 $0\leqslant x\leqslant 1$,$0<b\leqslant 1$ 时,$1+f(x)=-bx^2+ax+1\geqslant -bx^2+1\geqslant 1-b\geqslant 0$ 恒成立

而 $1-f(x)=bx^2-ax+1=b(x-\dfrac{a}{2b})^2+1-\dfrac{a^2}{4b}$,

令 $g(x)=bx^2-ax+1=b(x-\dfrac{a}{2b})^2+1-\dfrac{a^2}{4b}$,对任意 $x\in[0,1]$,

$$g(x)\geqslant 0\Leftrightarrow \text{或}\begin{cases}0<\dfrac{a}{2b}\leqslant 1\\ 1-\dfrac{a^2}{4b}\geqslant 0\end{cases}\text{或}\begin{cases}\dfrac{a}{2b}>1\\ g(1)=b-a+1\geqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\leqslant 2b\\ a\leqslant 2\sqrt{b}\end{cases}\text{或}$$

$\begin{cases}a>2b\\a\leqslant b+1\end{cases}\Leftrightarrow a\leqslant 2b$ 或 $\begin{cases}a>2b\\a\leqslant b+1\end{cases}\Leftrightarrow a\leqslant b+1$

即当 $0\leqslant x\leqslant 1,0<b\leqslant 1$ 时，$|f(x)|\leqslant 1$ 的充要条件是 $a\leqslant b+1$.

【评价】 关于充要条件的证明，一般有两种方式，一种是利用“⇔”，双向传输，同时证明充分性及必要性；另一种是分别证明必要性及充分性，从必要性着手，再检验充分性.

高考链接

1.（江苏卷）设集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{2,3,4\}$，则 $(A\cap B)\cup C=$（　　）

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,2,4\}$　　C. $\{2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

【解答】 D

2.（江西卷）设集合 $I=\{x||x|<3,x\in\mathbf{Z}\}$，$A=\{1,2\}$，$B=\{-2,-1,2\}$，则 $A\cup(\complement_I B)=$（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

【解答】 D

3.（湖南卷）设全集 $U=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{-2,-1,0\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$（　　）

A. $\{0\}$　　B. $\{-2,-1\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

【解答】 C

4.（浙江卷）设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，则 $P\cap\complement_U Q=$（　　）

A. $\{1,2\}$　　B. $\{3,4,5\}$　　C. $\{1,2,6,7\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

【解答】 A

5.（福建卷）已知集合 $P=\{x||x-1|\leqslant 1,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{x|x\in\mathbf{N}\}$，则 $P\cap Q$ 等于（　　）

A. P　　B. Q　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

【解答】 D

6.（北京卷）设全集 $U=R$，集合 $M=\{x|x>1\}$，$P=\{x|x^2>1\}$，则下列关系中正确的是（　　）

A. $M=P$　　B. $P\subsetneqq M$　　C. $M\subsetneqq P$　　D. $\complement_U M\cap P=\varnothing$

【解答】 C

7.（广东卷）若集合 $M=\{x||x|\leqslant 2,x\in z\}$，$N=\{x|x^2-3x=0\}$，则 $M\cap$

$N=($　　$)$

A. $\{3\}$　　B. $\{0\}$　　C. $\{0,2\}$　　D. $\{0,3\}$

【解答】 B

8.(全国卷Ⅰ)设 I 为全集,S_1,S_2,S_3 是 I 的三个非空子集,且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$,则下面论断正确的是(　　)

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$　　B. $S_1\subseteq(\complement_I S_1\cap\complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$　　D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

【解答】 C

9.(上海卷)已知集合 $M=\{x\,||x-1|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$,$P=\{x\,|\,\frac{5}{x+1}\geqslant 1,x\in\mathbf{Z}\}$,则 $M\cap P$ 等于(　　)

A. $\{x\,|\,0<x\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{x\,|\,-1\leqslant x\leqslant 0,x\in\mathbf{Z}$　　D. $\{x\,|\,-1\leqslant x<0,x\in\mathbf{Z}\}$

【解答】 B

10.(天津卷)设集合 $A=\{x\,||4x-1|\geqslant 9,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x\,|\,\frac{x}{x+3}\geqslant 0,x\in\mathbf{R}\}$,则 $A\cap B=($　　$)$

A. $(-3,-2]$　　B. $(-3,-2]\cup[0,\frac{5}{2}]$

C. $(-\infty,-3]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$　　D. $(-\infty,-3)\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

【解答】 D

11.(湖北卷)设 P、Q 为两个非空实数集合,定义集合 $P+Q=\{a+b\,|\,a\in P,b\in Q\}$,若 $P=\{0,2,5\}$,$Q=\{1,2,6\}$,则 $P+Q$ 中元素的个数是(　　)

A. 9 个　　B. 8 个　　C. 7 个　　D. 6 个

【解答】 B

12.(浙江卷)设 $f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$,$P=\{1,2,3,4,5\}$,$Q=\{3,4,5,6,7\}$,记 $P'=\{n\in\mathbf{N}\,|\,f(n)\in P\}$,$Q'=\{n\in\mathbf{N}\,|\,f(n)\in Q\}$,则 $(P'\cap\complement_{\mathbf{N}}Q')\cup(Q'\cap\complement_{\mathbf{N}}P')=($　　$)$

A. $\{0,3\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,6,7\}$

【解答】 A

13.(北京卷)"$m=\frac{1}{2}$"是"直线 $(m+2)x+3my+1=0$ 与直线 $(m-2)x+(m+2)y-3=0$ 相互垂直"的(　　)

A. 充分必要条件　　B. 充分而不必要条件

C. 必要而不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】 B

14.（天津卷）设 α、β、γ 为平面，m、n、l 为直线，则 $m\perp\beta$ 的一个充分条件是（　　）

A. $\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,m\perp l$　　B. $\alpha\cap\gamma=m,\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$

C. $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,m\perp\alpha$　　D. $n\perp\alpha,n\perp\beta,m\perp\alpha$

【解答】 D

15.（福建卷）已知 $p:|2x-3|<1$，$q:x(x-3)<0$，则 p 是 q 的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】 A

16.（湖北卷）对任意实数 a、b、c，给出下列命题：

①"$a=b$"是"$ac=bc$"的充要条件；②"$a+5$ 是无理数"是"a 是无理数"的充要条件；③"$a>b$"是"$a^2>b^2$"的充分条件；④"$a<5$"是"$a<3$"的必要条件.

其中真命题的个数是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【解答】 B

17.（江西卷）"$a=b$"是"直线 $y=x+2$ 与圆 $(x-a)^2+(y+b)^2=2$ 相切"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】 A

18.（辽宁卷）极限 $\lim\limits_{n\to x_0}f(x)$ 存在是函数 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处连续的（　　）

A. 充分而不必要的条件　　B. 必要而不充分的条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要的条件

【解答】 B

19.（湖南卷）设集合 $A=\{x\mid \frac{x-1}{x+1}<0\}$，$B=\{x\mid |x-1|<a\}$，则"$a=1$"是"$A\cap B\neq\varnothing$"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】A

20.(湖南卷)集合 $A=\{x\mid\frac{x-1}{x+1}<0\}$,$B=\{x\mid |x-b|<a\}$,则“$a=1$”是“$A\cap B\neq\varnothing$”的充分条件,则 b 的取值范围是(　　)

A. $-2\leqslant b<0$　　B. $0<b\leqslant 2$　　C. $-3<b<-1$　D. $-2<b<2$

【解答】D

21.(天津卷)给出下列三个命题:

①若 $a\geqslant b>-1$,则 $\frac{a}{1+a}\geqslant\frac{b}{1+b}$;②若正整数 m 和 n 满足 $m\leqslant n$,则 $\sqrt{m(n-m)}\leqslant\frac{n}{2}$;③设 $P(x_1,y_1)$ 为圆 $O_1:x^2+y^2=9$ 上任一点,圆 O_2 以 $Q(a,b)$ 为圆心且半径为 1. 当 $(a-x_1)^2+(b-y_1)^2=1$ 时,圆 O_1 与圆 O_2 相切.

其中假命题的个数为(　　)

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

【解答】B

22.(福建卷)已知直线 m、n 与平面 α、β,给出下列三个命题:

①若 $m/\!/\alpha$,$n/\!/\alpha$,则 $m/\!/n$;②若 $m/\!/\alpha$,$n\perp\alpha$,则 $n\perp m$;③若 $m\perp\alpha$,$m/\!/\beta$,则 $\alpha\perp\beta$.

其中真命题的个数是(　　)

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

【解答】C

23.(广东卷)给出下列关于互不相同的直线 m、l、n 和平面 α、β 的四个命题:

①若 $m\subset\alpha$,$l\cap\alpha=A$,点 $A\notin m$,则 l 与 m 不共面;②若 m、l 是异面直线,$l/\!/\alpha$,$m/\!/\alpha$,且 $n\perp l$,$n\perp m$,则 $n\perp\alpha$;③若 $l/\!/\alpha$,$m/\!/\beta$,$\alpha/\!/\beta$,则 $l/\!/m$;④若 $l\subset\alpha$,$m\subset\alpha$,$l\cap m=$点 A,$l/\!/\beta$,$m/\!/\beta$,则 $\alpha/\!/\beta$.

其中为假命题的是(　　)

A. ①　　B. ②　　C. ③　　D. ④

【解答】C

24.(江苏卷)设 α、β、γ 为两两不重合的平面,l、m、n 为两两不重合的直线,给出下列四个命题:

①若 $\alpha\perp\gamma$,$\beta\perp\gamma$,则 $\alpha/\!/\beta$;②若 $m\subset\alpha$,$n\subset\alpha$,$m/\!/\beta$,$n/\!/\beta$,则 $\alpha/\!/\beta$;③若

$\alpha /\!/ \beta$, $l\subset\alpha$,则 $l /\!/ m$;④若 $\alpha\cap\beta=l$,$\beta\cap\gamma=m$,$\gamma\cap\alpha=n$, $l /\!/ \gamma$,则 $m /\!/ n$.

其中真命题的个数是(   )

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【解答】 B

25.(辽宁卷)已知 m、n 是两条不重合的直线,α、β、γ 是三个两两不重合的平面,给出下列四个命题:①若 $m\perp\alpha$,$m\perp\beta$,则 $\alpha /\!/ \gamma$;②若 $\alpha\perp\gamma$,$\beta\perp\alpha$,则 $\alpha /\!/ \beta$;③若 $m\subset\alpha$,$n\subset\beta$,$m /\!/ n$,则 $\alpha /\!/ \beta$;④若 m、n 是异面直线,$m\subset\alpha$,$m /\!/ \beta$,$n\subset\beta$,$n /\!/ \alpha$,则 $\alpha /\!/ \beta$.

其中真命题是(   )

A. ①和②　　B. ①和③　　C. ③和④　　D. ①和④

【解答】 D

26.(浙江卷)设 α、β 为两个不同的平面, l、m 为两条不同的直线,且 $l\subset\alpha$,$m\subset\beta$,有如下的两个命题:①若 $\alpha /\!/ \beta$,则 $l /\!/ m$;②若 $l\perp m$,则 $\alpha\perp\beta$. 那么(   )

A. ①是真命题,②是假命题　　B. ①②都是假命题

C. ①②都是真命题　　D. ①是假命题,②是真命题

【解答】 B

27.(辽宁卷)ω 是正实数,设 $S_\omega=\{\theta\mid$ 函数 $f(x)=\cos[\omega(x+\theta)]$ 是奇函数$\}$. 若对每个实数 a,$S_\omega\cap(a,a+1)$ 的元素不超过2个,且有 a 使 $S_\omega\cap(a,a+1)$ 含2个元素,则 ω 的取值范围是________.

【解答】 $(\pi,2\pi]$. $f(x)=\cos[\omega(x+\theta)]$ 是奇函数,则 $\omega\theta=k\pi+\frac{\pi}{2}$,即 $\theta=\frac{\pi}{\omega}k+\frac{\pi}{2\omega}(k\in\mathbf{Z})$,$\because\theta$ 取$(a,a+1)$的不超过2个元素,即整数 k 取$\left(\frac{\omega}{\pi}a-\frac{1}{2},\frac{\omega}{\pi}a+\frac{\omega}{\pi}-\frac{1}{2}\right)$的值不超过2个,该区间长度满足 $1<\frac{\omega}{\pi}\leqslant2\Leftrightarrow\pi<\omega\leqslant2\pi$.

诊断测评回顾

1. 设 $M=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+x+2=0\}$,$a=\lg(\lg10)$,则$\{a\}$与 M 的关系是(   )

A. $\{a\}=M$　　B. $M\supsetneqq\{a\}$　　C. $\{a\}\supsetneqq M$　　D. $M\supseteq\{a\}$

【解答】 C

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,$A=\{x\mid |x-a|<2\}$,$B=\{x\mid |x-1|\geqslant3\}$,且 $A\cap B=$

$\varnothing$，则 a 的取值范围是(　　)

A. $[0,2]$　　B. $(-2,2)$　　C. $(0,2]$　　D. $(0,2)$

【解答】A

3. 已知集合 $M=\{x|x=a^2-3a+2,a\in\mathbf{R}\}$，$N=\{x|x=b^2-b,b\in\mathbf{R}\}$，则 M、N 的关系是(　　)

A. $M\subsetneqq N$　　B. $M\supsetneqq N$　　C. $M=N$　　D. 不确定

【解答】C

4. 设集合 $A=\{x|x\in\mathbf{Z}$ 且 $-10\leqslant x\leqslant -1\}$，$B=\{x|x\in\mathbf{Z}$，且 $|x|\leqslant 5\}$，则 $A\cup B$ 中的元素个数是(　　)

A. 11 个　　B. 10 个　　C. 16 个　　D. 15 个

【解答】C

5. 集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$ 的真子集的个数是(　　)

A. 15 个　　B. 16 个　　C. 31 个　　D. 32 个

【解答】D

6. 对于命题“正方形的四个内角相等”，下面判断正确的是(　　)

A. 所给命题为假　　B. 它的逆否命题为真

C. 它的逆命题为真　　D. 它的否命题为真

【解答】B

7. “$\alpha\neq\beta$”是“$\cos\alpha\neq\cos\beta$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】B

8. 集合 $A=\{x|x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{y|y=3m+1,m\in\mathbf{Z}\}$，$S=\{y|y=6n+1,n\in\mathbf{Z}\}$ 之间的关系是(　　)

A. $S\subsetneqq B\subsetneqq A$　　B. $S=B\subsetneqq A$　　C. $S\subsetneqq B=A$　　D. $S\supsetneqq B=A$

【解答】C

9. 方程 $mx^2+2x+1=0$ 至少有一个负根的充要条件是(　　)

A. $0<m\leqslant 1$ 或 $m<0$　　B. $0<m\leqslant 1$

C. $m<1$　　D. $m\leqslant 1$

【解答】D

10. 已知 p：方程 $x^2+ax+b=0$ 有且仅有整数解，q：a、b 是整数，则 p 是 q 的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分又不必要条件

【解答】A

11. 设集合 $M=\{x\mid x\geqslant 2\}$，$P=\{x\mid x>1\}$，那么"$x\in M\cup P$"是"$x\in M\cap P$"的(　　)

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】B

12. 设集合 $A=\{x\mid x<-1$，或 $x>1\}$，$B=\{x\mid \log_2 x>0\}$，则 $A\cap B$ 为(　　)

A. $\{x|x>1\}$　　　　B. $\{x|x>0\}$

C. $\{x|x<-1\}$　　　　D. $\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$

【解答】A

13. 设集合 $M=\{x\mid x=6k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x\mid x=3n-2,n\in\mathbf{Z}\}$，则$M\cap N=$(　　)

A. $\{x|x=6k+1,k\in\mathbf{Z}\}$　　　　B. $\{x|x=6k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{x|x=2k+3,k\in\mathbf{Z}\}$　　　　D. $\{x|x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

【解答】A

14. 已知集合 $A=\{x|a-1\leqslant x\leqslant a+2\}$，$B=\{x|3<x<5\}$，则能使 $A\supseteq B$ 成立的实数 a 的取值范围是(　　)

A. $\{a|3<a\leqslant 4\}$　B. $\{a|3<a<4\}$　C. $\{a|3\leqslant a\leqslant 4\}$　D. $\varnothing$

【解答】C

15. $M=\{x|x-a=0\}$，$N=\{x|ax-1=0\}$，若 $M\cap N=N$，则实数 a 的值为(　　)

A. 1　　B. -1　　C. 1 或 -1　　D. 0 或 1 或 -1

【解答】D

16. 已知 $M=\{m|\dfrac{m-4}{2}\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x|\dfrac{x+3}{2}\in\mathbf{N}\}$，则 $M\cap N=$________.

【解答】$\varnothing$

17. 在 100 个学生中，有乒乓球爱好者 60 人，排球爱好者 65 人，则两者都爱好的人数最少有________人，最多有________人.

【解答】25　60

18. 关于 x 的方程 $|x|-|x-1|=a$ 有解的充要条件是________.

【解答】$-1\leqslant a\leqslant 1$