



中科院长春光机所
CIOMP

模糊系统和ANFIS的改进 及其在空间光学中的应用

武星星 刘金国 著



科学出版社

内 容 简 介

本书比较系统地阐述了模糊系统和自适应模糊神经推理系统(ANFIS)的改进、在嵌入式系统中的实现,及其在空间光学中的应用等领域的研究成果。内容包括:模糊系统、ANFIS 和 DSP 技术的发展和應用,模糊系统和 ANFIS 的基本理论,基于改进型模糊聚类的模糊系统建模方法研究,混合输入型模糊系统及其应用,ANFIS 的改进和应用研究,模糊系统和 ANFIS 在 DSP 上的实现和优化,以及模糊系统和 ANFIS 在空间光学中的应用等。

本书可供从事模糊系统、神经网络、嵌入式系统、空间光学等领域研究的科技人员以及计算机、空间光学、信息科学、控制等专业的高年级本科生和研究生参考。

图书在版编目(CIP)数据

模糊系统和 ANFIS 的改进及其在空间光学中的应用/武星星,刘金国著. —北京:科学出版社,2012

ISBN 978-7-03-034780-0

I. ①模… II. ①武…②刘… III. ①模糊系统 IV. ①N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 126119 号

责任编辑:刘宝莉 张海娜 / 责任校对:邹慧卿

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 6 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2012 年 6 月第一次印刷 印张:11 彩插:4

字数:209 000

定价:60.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

目前在解决非线性问题上效果比较好的方法有神经网络、模糊系统和模糊神经网络等。和神经网络相比,模糊系统的优点是可以融入专家经验,而自适应模糊神经推理系统(adaptive neuro-fuzzy inference system, ANFIS)利用神经网络的学习机制和自适应能力对模糊系统进行建模,对于缺乏或难以获取定性的知识和经验的复杂系统有着独到的优势。本书大部分内容是作者近年来在模糊系统和自适应模糊神经推理系统的改进、在嵌入式系统中的实现,及其在空间光学中的应用等领域的研究成果的总结。

本书共分为 7 章。第 1 章介绍了模糊系统、ANFIS 和数字信号处理器(digital signal processor, DSP)技术的发展和应用。第 2 章简要介绍了模糊系统、ANFIS 和模糊聚类的基本理论。第 3 章在深入研究模糊 C 均值聚类和减法聚类算法的基础上,结合二者提出一种改进的模糊聚类算法。通过对 IRIS 标准数据聚类实验来验证改进后聚类算法的性能。并结合改进后的聚类方法和信任区域法,提出一种新型的模糊系统建模方法,通过聚类-曲线拟合的方式实现模糊系统输入、输出空间的划分和隶属度函数参数确定。将之应用于水箱水位控制来验证该方法的性能。第 4 章探讨一种可以同时输入模糊语言真值和精确量的新型模糊系统——混合输入型模糊系统的建立方法,研究在 MATLAB 中如何利用图形用户界面开发环境(graphics user interface development environment, GUIDE)设计混合输入型模糊系统所需的图形用户界面(graphics user interface, GUI),以及如何利用已有的 Mamdani 型模糊系统函数来构建混合输入型模糊系统。通过小费计算系统的应用实例说明,混合输入型模糊系统可以通过牺牲少许精度换来系统效率的大幅提高。第 5 章分析了自适应模糊神经推理系统训练算法特点和各种 BP 算法改进形式性能,结合 Fletcher-Reeves update 共轭梯度法和比例共轭梯度法提出了两种 ANFIS 改进算法,着重论述了算法的改进原理和程序实现。并将这两种改进算法和标准 ANFIS 算法分别应用于混沌时间序列预报和逼近非线性

性函数,来比较三种算法的性能。第 6 章提出了一种便捷的模糊系统在 DSP 上的实现方法,讨论了 ANFIS 在 DSP 上的实现方法。以最快执行速度为目标,综合运用 CCS 优化器、预处理指令等多种方法针对程序和硬件的特点对代码进行了优化,并给出了计算小费的模糊系统在 DSP 上的移植和优化实例。第 7 章介绍了模糊系统和 ANFIS 在空间光学等领域的应用。重点介绍了如何利用 ANFIS 的非线性映射能力,逼近像质、像面位置和环境温度之间的复杂非线性关系,实现空间相机最佳焦面位置的预测。并将模糊 C 均值聚类算法应用于遥感图像的分割,给出了模糊 C 均值聚类算法灰度图像分割和彩色图像分割 MATLAB 源代码。本书是在武星星的博士学位论文(2007 年 4 月提交)的基础上修改、补充和完善而成,第 1~6 章由武星星完成,第 7 章由刘金国完成。

本书的一大特点是实用性强,除了介绍理论外,详细阐述了算法在 MATLAB 或嵌入式系统中的具体实现方法,并给出部分源程序和实验所用数据来源,使读者的可操作性强。

感谢在百忙之中对本书进行审阅并提出宝贵意见的各位专家。本书在写作过程中参考了大量国内外学者的相关研究成果,在此对他们表示感谢。本书的出版得到中国科学院长春光学精密机械与物理研究所各级领导、各位总工程师和科研三处等的大力支持,在此对他们表示感谢。朱喜林教授和郝志航研究员对本书的写作给予了很多指导性的建议,在此向他们表示感谢和敬意。

由于作者水平有限,书中难免存在不当之处,敬请各位读者批评指正。

目 录

前言

第 1 章 模糊系统、ANFIS 和 DSP 技术的发展和應用	1
1.1 模糊系统的发展和應用	1
1.2 模糊系统和神经网络結合技术的发展和應用	2
1.3 DSP 的发展和應用	5
第 2 章 模糊系统和 ANFIS 的基本理論	7
2.1 模糊逻辑基础	7
2.1.1 模糊集合	7
2.1.2 模糊集合运算的基本性质	8
2.1.3 隶属度函数	9
2.1.4 模糊集合相关的定义和定理	13
2.1.5 模糊关系	14
2.1.6 模糊语言变量	15
2.1.7 模糊逻辑推理	16
2.2 模糊推理系统分类与組成	19
2.2.1 纯模糊逻辑系统	19
2.2.2 T-S 型模糊逻辑系统	19
2.2.3 Mamdani 型模糊逻辑系统	20
2.3 ANFIS 的原理	24
2.3.1 ANFIS 的结构	24
2.3.2 BP 算法的各种改进方法	28
2.4 模糊聚类	33
2.4.1 普通聚类分析	33
2.4.2 模糊聚类分析	34

2.4.3 常用模糊聚类算法	35
2.5 本章小结	38
第3章 基于改进型模糊聚类的模糊系统建模方法研究	40
3.1 模糊聚类算法的改进	40
3.1.1 改进型聚类算法的提出	40
3.1.2 改进型聚类算法的实现	42
3.1.3 改进前后算法聚类结果比较	44
3.2 基于改进型模糊聚类的模糊系统建模	46
3.2.1 模糊系统建模新方法的提出	46
3.2.2 拟合方法及其在 MATLAB 中的实现	48
3.3 模糊系统建模方法的验证	53
3.3.1 水箱水位控制系统模型	53
3.3.2 输入/输出样本集的获取	54
3.3.3 水位控制模糊系统建模	56
3.3.4 控制性能比较与结论	58
3.4 本章小结	61
第4章 混合输入型模糊系统及其应用	63
4.1 混合输入型模糊系统的提出	63
4.2 转换器的实现方法	64
4.3 图形用户界面的设计	66
4.4 本章小结	70
第5章 ANFIS 的改进和应用研究	71
5.1 ANFIS 的改进	71
5.1.1 ANFIS 改进算法的提出	71
5.1.2 用 Fletcher-Reeves update 法改进的 ANFIS	72
5.1.3 用比例共轭梯度法改进的 ANFIS	81
5.2 改进算法的验证与比较	94
5.2.1 在混沌时间序列预报中的应用	95
5.2.2 在逼近非线性函数中的应用	97

5.3 本章小结	99
第 6 章 模糊系统和 ANFIS 在 DSP 上的实现和优化	101
6.1 模糊系统在 DSP 上的实现	101
6.2 ANFIS 在 DSP 上的实现	115
6.3 代码优化	129
6.4 本章小结	131
第 7 章 模糊系统和 ANFIS 在空间光学中的应用	133
7.1 ANFIS 在空间相机最佳焦面位置预测中的应用	133
7.2 模糊聚类在遥感图像分割中的应用	140
7.3 本章小结	154
参考文献	155
附录 IRIS 数据集	165

第 1 章 模糊系统、ANFIS 和 DSP 技术的发展和應用

1.1 模糊系统的发展和應用

在德國人 Cantor 創立的經典集合論中,元素和集合之間是屬於或不屬於的絕對關係,無法表達人類思維中“長”、“短”、“胖”、“瘦”等模糊概念。1965 年美國系統工程專家 Zadeh 教授在其論文 *Fuzzy sets* 中提出用隸屬函數來描述人類認知中的模糊概念^[1],標誌著模糊數學的誕生。模糊概念可以利用隸屬函數在計算機中得到有效表達,從而使計算機能模仿人類處理複雜、非線性和不確定性問題時的推理決策能力,解決傳統方法無法解決的問題。

1974 年,英國學者 Mamdani 首次把模糊集合理論用於鍋爐和蒸汽機的控制,並取得了較好的控制效果^[2],英國學者 King 和丹麥學者 Ostergoarel 等分別將模糊控制器成功用於反應爐的控制和雙入雙出的熱交換過程的控制^[3]。模糊控制在實際工程中的成功應用帶動模糊理論相關研究的迅速開展。我國學者較早地開展模糊數學理論的研究,並成立了自己的模糊數學與模糊系統學會^[4]。1984 年,模糊信息處理國際會議在夏威夷召開,並成立了國際模糊系統協會。日本在模糊控制技術應用上發展得很快,1987 年 7 月,日本工程界將模糊邏輯用於控制仙台市地鐵系統後^[5],模糊技術在日本得到廣泛應用,許多工業生產控制設備和洗衣機、照相機、空調、吸塵器等家用電器都應用了模糊技術,給日本創造了顯著的經濟效益。1993 年,美國電氣和電子工程師協會(Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE)神經網絡協會的刊物 *IEEE Transactions on Fuzzy System* 創刊,模糊系統理論開始發展成為一個獨立學科。之後越來越多的學者和工程師投入到模糊系統理論和應用的研究中。我國與國際在模糊數學方面的差距不大,然而在模糊系統的設計與分析及其在實際工程中的應用等方面,和美日相比還有較大差距。

目前每年仅 EI 收录的模糊系统理论及其应用研究的论文都有六七千篇,研究内容涉及模糊基本理论、模糊控制、模糊聚类、模糊状态方程与稳定性分析、模糊数据挖掘、模糊系统建模和模糊系统硬件实现方法等。目前模糊系统的理论仍不成熟,影响其在实际中的应用。主要表现在隶属度函数类型和参数的选取主要依靠经验、现有模糊系统的适用范围有限、缺乏在通用硬件平台中的实现方法、模糊控制系统的稳定性有待提高等。

模糊技术、神经网络技术和混沌理论被誉为人工智能的三大支柱,将成为推动下一代工业自动化发展的核心技术。将模糊系统和智能领域的其他新技术如神经网络、遗传算法、混沌理论等相结合,开展更深层次的应用,正成为当前研究的热点之一^[6]。

1.2 模糊系统和神经网络结合技术的发展和應用

1943 年,心理学家 McCulloch 和数学家 Pitts 在研究生物神经元的基础上提出了一种简单的神经元模型,即 M-P 模型^[7],标志着人工神经网络研究的兴起。1949 年,Hebb 提出了一个突触联系可变假设,用于调整神经网络的连接权值,至今多数神经网络仍采用 Hebb 学习规则。1957 年,Rosenblott 提出的感知器(perceptron),是第一个真正意义上的人工神经网络,它具备了学习、分布式存储等神经网络的一些基本特性,能学习把一个给定的输入联想到随机的输出上。1960 年,斯坦福大学的 Widrow 和 Hoff 对感知器模型进行改进,提出了自适应线性元件,提高了网络的训练速度和精度,并成功应用于自适应信号处理。人工智能著名学者 Minsky 和 Papert 在 1969 年发表的著作《感知器》中深入分析了单层感知器只能解决输入线性可分问题的局限性,并指出了构造多层网络的困难,此后神经网络的研究陷入低潮。

进入 20 世纪 80 年代,神经网络的研究出现了一系列突破性的进展。Hopfield 于 1982 年和 1984 年先后发表两篇重要论文^[8,9]提出了离散和连续 Hopfield 模型,引入了网络能量函数的概念,给出了网络稳定性判据。1985 年,美国加州大学的并行分布处理(parallel distributed processing, PDP)研究小组的 Hinton 等在 Hopfield 网络的基础上提出了 Boltzmann 机。1986 年,PDP 研究小

组的 Rumelhart 等提出了适用于多层网络学习的误差反向传播 (back propagation, BP) 算法, 成为目前应用最广泛的神经网络训练算法。1987 年, 在美国圣地亚哥召开了第一届世界神经网络会议, 随后国际神经网络学会杂志《神经网络》和 IEEE 的神经网络杂志相继创刊, 此后神经网络成为各国学者研究的热点。目前每年仅 EI 收录的神经网络研究的论文就有上万多篇, 由于神经网络具有非线性逼近能力、自学习能力和大规模自适应并行处理等优点, 从而在模式识别、复杂控制、信号处理、联想记忆、故障诊断、目标预测等许多领域获得了日益广泛的应用^[10~14]。

模糊逻辑模仿人类思维的模糊性, 能利用人类积累的知识解决单凭常规数学无法解决的问题, 同时使社会科学能够充分利用计算机这一工具, 为自然科学和社会科学的交叉提供媒介, 促进软科学的发展。神经网络在模拟大脑生理结构的基础上, 模拟人类的自学习、自组织能力, 使得机器能以学习的方式获取新的知识, 解决新的问题^[15]。模糊逻辑和神经网络的比较如表 1.1 所示^[16,17]。

表 1.1 模糊逻辑和神经网络的比较

方 面	神经网络	模糊逻辑
基本组成	神经元	模糊规则
知识获取	样本、算法实例	专家知识、模糊推理
知识表示	分布式表示	隶属度函数
推理机制	学习函数的自控制、并行计算、速度快	模糊规则的组合、启发式搜索、速度慢
推理操作	神经元的叠加	隶属函数的最大-最小运算
自然语言	实现不明确、灵活性低	实现明确、灵活性高
自适应性	通过调整权值学习、容错性高	归纳学习、容错性低
优点	具有自学习、自组织能力	可利用专家的经验
缺点	黑箱模型、难于表达知识	难于学习、推理过程模糊性增加

神经网络和模糊逻辑系统都具有非线性映射能力, 已为 Kosko 等学者所证明^[18,19], 因而都可以用来解决常规方法难以解决的非线性问题。如果将神经网络和模糊逻辑相结合, 则可以充分发挥两者的优点, 避免其不足。神经网络和模糊逻辑的结合类似计算机硬件和软件的结合, 使机器能更加真实地模仿人脑的功能^[20]。1990 年, Takagi 在模糊逻辑与神经网络国际会议上论述了神经网络和模糊逻辑的结合^[21]。

模糊系统和神经网络的结合方式可以分为三类: 引入模糊运算的神经网络、

用模糊逻辑增强网络功能的神经网络和基于神经网络的模糊系统。引入模糊运算的神经网络在传统神经网络中加入模糊神经元或模糊化网络参数等模糊成分。Carpenter 等(1991 年)提出了模糊自适应共振理论模型(fuzzy adaptive resonance theory),用模糊集进行极大、极小操作,较好地解决了模糊信息存储、记忆的问题^[22]。Pal 等(1992 年)提出了具有模糊分类功能的模糊多层感知器,通过引入模糊神经元进行模糊化^[23]。Jou 等(1992 年)仿照 CMAC(cerebella model articulation controller)的五层结构,通过引入模糊神经元和权值模糊化构造了模糊小脑模型神经网络(fuzzy cerebella model articulation controller,FCMAC),提高了 CMAC 的泛化能力^[24]。Pedrcy 等(1993 年)在研究模糊逻辑与神经网络融合时的逻辑操作的过程中引入聚合神经元(aggregation neurons)和指示神经元(referential neurons)^[25]。Simpson(1992 年)提出了模糊极小-极大神经网络,将超盒模糊集累积形成模式类^[26]。王岭等(1998 年)提出了一种模糊子波神经网络(fuzzy wavelet neural network,FWNN),用于数据的区间估计^[27]。张志华等(2000 年)通过把对向传播(counter propagation,CP)神经网络竞争层神经元的输出函数定义为模糊隶属度函数,提出了模糊对向传播(FCP)神经网络^[28]。

基于神经网络的模糊系统,即神经模糊系统(neural-fuzzy systems,NFS)^[29]。它利用神经网络算法对神经模糊系统的参数进行调整,可以从训练样本中提取模糊规则,实现所谓数据驱动,给出了一种在先验知识不足的情况下模糊规则库的构建方法,同时提高了系统的自适应能力。最具代表性的神经模糊系统为 Jang(1992 年)提出的自适应模糊神经推理系统(ANFIS)^[30],由于便于实现且效果好,被收入了 MATLAB 的模糊逻辑工具箱,并在非线性系统建模与预报等多个领域得到成功应用。此外,Takagi 等(1991 年)提出神经网络驱动的模糊推理系统^[31],Kosko(1992 年)在其专著中提出的模糊联想记忆(fuzzy associative memory)^[32]都属于神经模糊系统,Berenji、Nauck、Sulzberger 和邢松寅等也提出了不同种类的神神经模糊系统^[33~36]。

用模糊逻辑增强的神经网络用模糊系统增强神经网络的学习能力,解决传统神经网络容易陷入局部极小值的问题^[37]。它利用专家知识和规则来调整参数,从而加快神经网络的收敛速度。模糊理论和神经网络的结合技术还在不断地深入发展,将在各个领域获得日益广泛的应用。

1.3 DSP 的发展和应用

DSP 是目前各种电子设备中完成数字信号处理的核心单元。早期数字信号处理的工作由微处理器(micro process unit, MPU)来完成,但 MPU 主要作为控制器使用,并非专门为数字信号处理而设计,难以满足高速实时的要求。20 世纪 70 年代 DSP 的理论和算法出现,那时的 DSP 主要停留在理论上,研制出来的 DSP 系统由分立元件组成,体积庞大且价格高昂,仅应用在军事部门和实验室中^[38]。1978 年,美国微系统公司(American Microsystems Incorporated, AMI)发布了首枚专门为数字信号处理设计的芯片 S2811。1982 年,美国德州仪器(Texas Instrument, TI)公司推出了采用微米工艺 N 型金属氧化物半导体(N mental oxide semiconductor, NMOS)技术制作的 TMS320C10,它采用哈佛(harvard)结构,带有一个硬件乘法器和累加器,是一个 16bit 的定点 DSP,主要应用在军事领域。

1984 年,AT&T 公司推出了高性能的浮点 DSP 芯片 DSP32。1987 年, TI 公司推出的 TMS320C20 有专门的地址寄存器,寻址空间达到 64KB,增加了单指令循环的硬件支持。1986 年, Motorola 公司推出的 MC56001 采用可以循环寻址的地址寄存器,带保护位累加器,数据和指令都为 24bit,单次乘加运算仅耗时 75ns。在 20 世纪 90 年代, DSP 的速度进一步提高,应用范围也不断扩大。这一时期的代表产品有 TI 公司的 TMS320C40 系列和 TMS320C54 系列、AD 的 ADSP2100 系列等产品。

进入 21 世纪后, DSP 的设计技术也有很大飞跃,产品的性能也有了显著的提升, DSP 芯片将 DSP 芯核和外围器件集成在单一芯片上,系统的集成度更高。各公司针对不同的应用研制出定点、浮点、通用和专用等各种 DSP。如 TI 公司针对手机等便携式设备的应用,研制出的 TMS320C55 系列,为对功耗有苛刻要求的产品提供了一种很好的解决方案^[39]。2011 年, TI 公司最新推出的多核 DSP TMS320C6678 将 8 个 1.25GHz 的 DSP 内核集成在单个器件上,可以实现 320GMAC 和 160GFLOP 定点和浮点性能。

随着科技的发展, DSP 器件价格显著下降,而计算和控制能力不断提升,单位运算量的功耗不断降低,从而使其在通信、工业控制、航空航天、精密仪器和家用

电器等各个领域得到了广泛应用,尤其适合在要求信号高速实时处理的嵌入式系统中使用。例如,付莹贞等提出了一种基于 DSP 的 DGPS 导航定位系统,可以实现更高精度的定位^[40]。张燕等利用双 DSP 实现卫星自主导航器,提高卫星自主导航系统的实时计算能力^[41]。代少升等以高性能 DSP TMS320C6201 为核心处理单元,以现场可编程门阵列(field programmable gate array, FPGA)为主要控制单元,成功研制了红外实时成像系统^[42]。郑晓峰等设计了一种基于 DSP 和 FPGA 的多轴运动控制器,是一种较好的数控平台^[43]。DSP 已被成功应用于空间相机的相机控制器,完成像移计算、采集图像定时信息、控制成像单元和调焦单元等复杂任务^[44]。DSP 未来的发展趋势为通过并行提高 DSP 芯片性能、存储器架构变化和片上系统(system on chip, SoC)等^[45]。

第 2 章 模糊系统和 ANFIS 的基本理论

2.1 模糊逻辑基础

2.1.1 模糊集合

在集合论中,内涵是集合的定义,外延是集合中的全体元素。模糊集合和经典集合的主要区别在于,19 世纪末德国数学家 Contor 创立的经典集合论中,集合的外延是明确的,而 1965 年 Zadeh 教授提出模糊集合的外延并不明确。模糊集合的提出主要是为了解决经典集合无法描述的人类思维中的模糊概念,诸如“高”、“矮”、“胖”、“瘦”等。模糊集合的定义如下^[46]:

给定论域 U , U 到 $[0,1]$ 闭区间的任一映射 $\mu_{\tilde{A}}$

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{A}}: U &\rightarrow [0,1] \\ u &\rightarrow \mu_{\tilde{A}}(u)\end{aligned}\tag{2.1}$$

确定了 U 的一个模糊子集 $\tilde{A}$, $\mu_{\tilde{A}}$ 称为模糊子集的隶属函数, $\mu_{\tilde{A}}(u)$ 称为 u 对于 $\tilde{A}$ 的隶属度,反映了 u 对模糊子集 $\tilde{A}$ 的从属程度。经典集合可以看作模糊集合的特例,当 $\mu_{\tilde{A}}(u)$ 的值域为 $\{0,1\}$ 时, $\tilde{A}$ 即为经典集合。

当 U 为有限集时,模糊集合的表达方式通常有如下三种:

1) Zadeh 表示法

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(u_i)}{u_i}\tag{2.2}$$

其中, $\frac{\mu_{\tilde{A}}(u_i)}{u_i}$ 表示论域中元素 u_i 与其隶属度 $\mu_{\tilde{A}}(u_i)$ 之间的对应关系而非分数。

2) 序偶表示法

将论域中的元素 u_i 与其隶属度 $\mu_{\underline{A}}(u_i)$ 构成序偶来表示 $\underline{A}$

$$\underline{A} = \{(u_1, \mu_{\underline{A}}(u_1)), (u_2, \mu_{\underline{A}}(u_2)), \dots, (u_n, \mu_{\underline{A}}(u_n))\} \quad (2.3)$$

3) 向量表示法

$$\underline{A} = (\mu_{\underline{A}}(u_1), \mu_{\underline{A}}(u_2), \dots, \mu_{\underline{A}}(u_n)) \quad (2.4)$$

当 U 为连续域时, 表达方式如下:

1) Zadeh 表示法

$$\underline{A} = \int_U \frac{\mu_{\underline{A}}(u)}{u} \quad (2.5)$$

2) 给出具体的隶属函数解析式

2.1.2 模糊集合运算的基本性质

1) 最大最小模糊集的存在性

$$\emptyset \subseteq \underline{A} \subseteq U$$

2) 自反性

$$\underline{A} \subseteq \underline{A}$$

3) 对称性

$$\underline{A} \subseteq \underline{B}, \quad \underline{B} \subseteq \underline{A}, \quad \text{则 } \underline{A} = \underline{B}$$

4) 传递性

$$\underline{A} \subseteq \underline{B}, \quad \underline{B} \subseteq \underline{C}, \quad \text{则 } \underline{A} \subseteq \underline{C}$$

5) 幂等律

$$\underline{A} \cup \underline{A} = \underline{A}, \quad \underline{A} \cap \underline{A} = \underline{A}$$

6) 吸收律

$$\underline{A} \cup (\underline{A} \cap \underline{B}) = \underline{A}, \quad \underline{A} \cap (\underline{A} \cup \underline{B}) = \underline{A}$$

7) 交换律

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \underline{B} \cup \underline{A}, \quad \underline{A} \cap \underline{B} = \underline{B} \cap \underline{A}$$

8) 分配律

$$\underline{A} \cup (\underline{B} \cap \underline{C}) = (\underline{A} \cup \underline{B}) \cap (\underline{A} \cup \underline{C})$$

$$\underline{A} \cap (\underline{B} \cup \underline{C}) = (\underline{A} \cap \underline{B}) \cup (\underline{A} \cap \underline{C})$$

9) 结合律

$$(\underline{A} \cup \underline{B}) \cup \underline{C} = \underline{A} \cup (\underline{B} \cup \underline{C})$$

$$(\underline{A} \cap \underline{B}) \cap \underline{C} = \underline{A} \cap (\underline{B} \cap \underline{C})$$

10) 同一律

$$\underline{A} \cup \emptyset = \underline{A}, \quad \underline{A} \cup U = U, \quad \underline{A} \cap \emptyset = \emptyset, \quad \underline{A} \cap U = \underline{A}$$

11) 复原律

$$(\underline{A}^c)^c = \underline{A}$$

12) 对偶律

$$(\underline{A} \cup \underline{B})^c = \underline{A}^c \cap \underline{B}^c, \quad (\underline{A} \cap \underline{B})^c = \underline{A}^c \cup \underline{B}^c$$

与经典集合不同,模糊集合不满足互补律,而并集、交集和补集的隶属度的计算方法为

$$\mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(u) = \max(\mu_{\underline{A}}(u), \mu_{\underline{B}}(u)) = \mu_{\underline{A}}(u) \vee \mu_{\underline{B}}(u) \quad (2.6)$$

$$\mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(u) = \min(\mu_{\underline{A}}(u), \mu_{\underline{B}}(u)) = \mu_{\underline{A}}(u) \wedge \mu_{\underline{B}}(u) \quad (2.7)$$

$$\mu_{\underline{A}^c}(u) = 1 - \mu_{\underline{A}}(u) \quad (2.8)$$

2.1.3 隶属度函数

常用的隶属度函数有以下几种类型^[47]:

1) 三角型函数

$$\mu_A(u) = \begin{cases} 0, & u \leq a \\ \frac{u-a}{b-a}, & a < u \leq b \\ \frac{c-u}{c-b}, & b < u \leq c \\ 0, & c < u \end{cases} \quad (2.9)$$

三角型隶属度函数如图 2.1 所示, a 、 b 、 c 分别对应起点、峰值和终点位置。

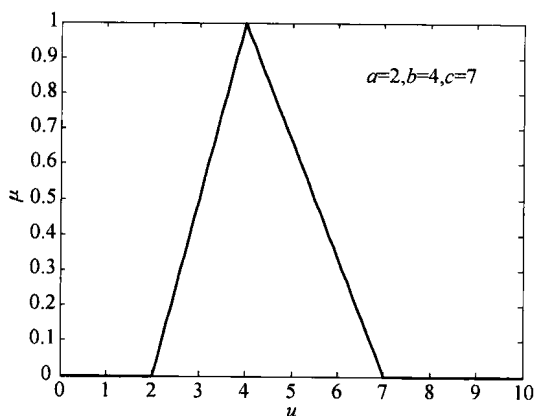


图 2.1 三角型隶属度函数

2) 梯型函数

梯型隶属度函数如图 2.2 所示, a 、 b 、 c 、 d 分别带表梯形两边的起点和终点位置。三角型函数和梯型函数本质上都是分段线性函数, 因此使用和计算比较简单。

$$\mu_A(u) = \begin{cases} 0, & u \leq a \\ \frac{u-a}{b-a}, & a < u \leq b \\ 1, & b < u \leq c \\ \frac{d-u}{d-c}, & c < u \leq d \\ 0, & d < u \end{cases} \quad (2.10)$$