

数学的奇境

〔英〕

L·霍格本著

陕西科学技术出版社

数 学 的 奇 境

〔英〕L·霍格本 著

贺 明 明 吴 聿 衡 译

陕 西 科 学 技 术 出 版 社

数学的奇境

〔英〕L·霍格本 著

贺明明 吴聿衡 译

陕西科学技术出版社出版

(西安北大街131号)

原陕西人民出版社出版

陕西省新华书店发行 西安新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 2.5 字数 25,000

1980年2月新1版 1980年2月第1次印刷

印数 1—150,000

统一书号: 13202·12 定价: 0.20元

译 者 的 话

读了英文《数学的奇境》一书，觉得内容很吸引人，而且通俗易懂。这本书扼要地叙述了数学的起源、发展，是一本数学常识故事读物。在向四个现代化进军的今天，把它翻译过来，介绍给青少年，也许是有益的。

译文承蒙西北电讯工程学院金有巽副教授、西安外国语学院高万钧老师在百忙中抽空审校，在此表示衷心感谢。

由于译者水平不高，希望读者对译文中的缺点、错误提出批评指正。

一九七八年七月

目 录

- 一 人之初：时间与筹签····· (1)
- 二 古埃及：税收与三角····· (8)
- 三 巴比伦和亚述：方与圆····· (17)
- 四 腓尼基人航海：星宿与导航····· (25)
- 五 希腊与罗马：证明与进展····· (30)
- 六 穆斯林帝国：数字与零····· (47)
- 七 西欧：图象与重力····· (55)
- 八 工业世界：动力与精度····· (66)

一 人之初：时间与筹签

样子和我们相同的最早的人类，生活在大约二万五千年以前。“你要得到我的一头鹿，就得拿三个矛头来换”。他们可以借助自己的双手这样说——一个手指指着那只鹿，三个手指指着那些矛头。这种最原始的一个手指代表一件东西，三个手指代表三件东西的计数方法，就是他们所懂得的唯一算术了。长达几千年里，这些人们把任何比三大的量只能看成“一堆”或“一群”。

那时，他们没有城镇，没有村庄。他们艰苦跋涉，从一个地方游荡到另一个地方，猎取鸟兽，采集野果、根茎和谷物。他们的全部财产，只不过是一些抵御寒夜的兽皮，几件打猎的武器和盛水的粗糙器皿，也许还有几件用熊牙或贝壳做的项链之类据说是能带来好运的小玩意。

说实在的，他们没有懂得更多算术的必要。即使是那简单的手指计数法，也只是他们要和其他部落的人偶然交换东西时才用得着。对于这些猎人和食物采

集者来说，对季节和方向的知识倒是重要得多。关于季节的知识能够使他们预见到远处森林里的野果何时可以成熟了，而对方向的知识则又能帮助他们找到去那里的路。

在既无日历又无地图指点的情况下，他们不得不在多次正确和错误的实践中获得经验，学到这些知识。

在荒野中流浪时，他们懂得了，可以用记忆某些熟悉的山岗、湖泊和溪流位置的方法找到自己的路，但是当饥渴迫使他们寻求新的猎场时，他们就只有太阳、月亮和星星做向导了。

生活在海边的部落或许会注意到，太阳仿佛每天早晨从大海中升起，到了晚上又向远方的山后落下。他们可以向着初升的旭日，找到去海边的路，或者向夕阳那边找到去山岗的路。但这一点点知识所给予他们的只是一个简便而很不精确的指南，因为太阳升起和下落的位置是随季节的更迭而不断变化的。

夜空的星宿为辨认方向提供了一个更为可靠的线索。但这需要许多许多年才能被这些早期部落里聪明的男女所发现。我们可以想象，在一天的狩猎之后，他们坐在掩蔽风雨的山洞口前，凝视着夜晚的星空，慢慢地，他们会注意到每天晚上都能找出某几个组成简单图形的星群，这些星群象慢慢移动着的巨钟的时针

一样，沿着一条半圆轨道越过天空。

还有些星群，象在环绕着北方天空中的一个固定点旋转，我们现在叫做北极星的就在那里，它一百年也几乎不会改变在天空中的位置。由于它好象固定在那里，就成了一个方向标。只要能在夜空中千百颗闪烁着的星星中找到它的话。它就给我们显示出哪里是北方了。

和我们一样，那些二万五千年前的猎人们，也可以借助七颗象是一把大勺或是一把古犁似的星星，找到这个方向标。这个星群围绕着北极星旋转，夜空中无论它们在哪儿，其中的两颗星几乎直指着北极星。如果我们朝着它们指出的方向走，就是走向北方。

太阳、月亮和星星不仅是人的第一个方向标，也是人的第一个时钟。白天，生活在回归线以北的古猎人会看到早晨长长的影子指向西方。他会观察到，随着太阳逐渐升到天空的最高点，影子也慢慢地变短了；而当太阳下落时，他又可以看到指向东方的影子逐渐拉长。靠着观察影子的长度，他可以粗略地说出这是一天中的什么时辰。

坐在篝火旁的古猎人们，会注意到当满月到达天空中的顶点时，恰是半夜；后来，观察更敏锐的一些人还能够根据某些围绕北极星旋转的星群的位置，判

断出夜间的时刻。

要度量更长的时间，我们的远祖肯定是依赖月亮的。夜复一夜，他们看到它是怎样逐渐由一个银色的圆盘变成了一钩残月，以后又全然消失；几个黑暗的夜晚之后，一弯新月重新出现，并且渐渐地又成为满月。

正当那一轮满月升起的时候，或许正有一个饥饿的部落在树林旁安顿下来，树枝上结满了尚未成熟的酸果子。经验丰富的人们也许会说：我们现在先不要动这些果子，等月亮又圆了，我们再到这儿来，那时果子就会熟透而适宜采摘了。于是，这个部落又到远方去寻找其它的食物。但是他们必须在合适的时候回到这里，要做到这一点，他们就得计算日期。

光阴在流逝，但是，计算日期和月份可不能象数那些死鹿或熊牙。我们没法让日子站成一排，用手指一个个去数它们。我们的祖先在第一次解决这个问题时，很可能是在树上、棍子上、或石头上刻下记号，一道——一天，两道——两天，等等。到时候他们就会发现从一次满月到另一次满月之间总是三十天。这样，他们可能会刻一个比较长的道道来记录一次满月，十二个大道就是三百六十天——大约一个年头。于是，人类就有了第一个包括四季的粗糙的月历。

又过了成千上万年，有些早期的猎人逐渐开始了一种新生活。在回到一个老宿营地时，他们常发现，他们上一次到这里来时散落的谷粒正在发芽生长。从这个经验中，他们学到了把一些谷物留下来做种子。靠着他们忠实的伙伴——狗的帮助，他们也开始在山谷里放养山羊、绵羊和牛。山谷里容易把牲畜圈起来，只是到了需要肉的时候，他们才去宰杀。他们不再寻找野果、野菜，而是耕种收获自己的庄稼，就这样，他们变成了牧人和农夫。

当他们在村庄里定居下来以后，可以称为他们“自己”的东西就越来越多了，什么锄头、掘地的棍啦，土地和篱笆啦，还有庄稼、畜群等等。人们需要把这些财产记录下来。最早的记录方法就是那些历书编制人的“筹签”法——刻一个记号代表一件东西，两个记号代表两件东西，等等。这种方法使用了很长时间。在新世界（南北美洲——译者注），秘鲁的印加人以前就惯于在绳上打一个结记载收获的每一束庄稼；欧亚非诸洲也有些地方的牧人在木棍上割出口子来计算他们的羊群。

由于他们成了农民，就必须能够准确地预见产羔生犊和播种收获的时期。因此，以前狩猎者用的粗陋的月历和计数法再也不够用了。如果一个农民用三百

六十天的月历去预测季节，那么第一年里他就会错五天，第二年错十天，以后依次类推。于是，那些能编制一个精确的太阳历的聪明人们就成了重要人物，农民们情愿供养他们，让他们能专心预报时节。

这些编历人往往也是祭司，他们给干旱和风暴之神供献牺牲，祈求免降灾难，又给丰饶收获之神供奉谢物。

尽管他们在编制历法中夹杂了迷信，但他们的工作却有着惊人的技巧。一年四季之中，日复一日，他们观察太阳升起位置的变化；夜复一夜，他们记录下日落后，西方天空中闪烁的星群。最后，他们测量到的一年的时间精确到了只差一、两个小时。如果没有字画的记载，他们是无论如何也无法记住自己精心工作的全部成果的。

我们所知道的最早的数字，是大约五千年前埃及和美索不达米亚地区使用的。虽然这两个地方相距遥远，但两种数字系统看来都来源于同样的方式——在木石上刻痕记日。埃及的祭司们记在用芦苇制的草纸上，而美索不达米亚人则用柔软的粘土。他们的数字形状当然不一样，但是他们都用简单的笔划代表一。用不同的记号代表十和更大的数，都在必要时重复这些简单笔划和记号来建立起数字系统。

直到三千年以后，罗马人仍旧用这些道道表示一到四的数，他们采用新的符号——字母——代表五、十、五十等等。差不多与此同时，中国人使用一种从一到十符号各不相同的数字，然而头三个数字仍然是简单的道道。

所有早期数字系统中最引人注意的，是中美洲玛雅人使用的方法。他们与欧亚非文明是完全隔绝的，但他们仅靠三个符号就可以写出任何数目来——一个点，一个道和一个椭圆形。只用点和道，他们能写出一到十九，（) 在任何数下加一个椭圆就意味着大二十倍。例如： $\cdot = 1$ ； = 20。再加一个椭圆又等于乘以二十。不过在计时中，他们调整了这个系统。第二个椭圆不是代表乘二十，而是乘十八，所以不是 $400(1 \times 20 \times 20)$ 而是 $360(1 \times 20 \times 18)$ 。如果我们回想起那三百六十天的月历，也就很明白玛雅人为何使用这样的数字符号了。

后来，玛雅人采用了一种三百六十五天的太阳历。他们记载日期的方法是在石碑上刻下一种特别的符号，这些符号看上去活象一张张人脸。

二 古埃及：税收与三角

古埃及的祭司们成了最有权力的人，他们规定了好多个圣日——举行庆祝满月或夏至的欢宴的日子，把专用于供祀某些群星的动物拿来献祭的日子；还有给河神纳贡的日子。也正是他们，命令建造起巨大的庙宇。他们利用这些庙宇观察天象；祭司们还指挥修建了宏大的金字塔——他们的统治者法老的坟墓。

要建起这样庞大无比的建筑物，埃及的建筑师们必须懂得如何绘制某种平面图；如何把石块的边缘取平，如何把它们从地上吊起，又如何把它们准确地放在适当的位置上。在学会所有这些的过程中，金字塔的建筑家们对于测量的技巧，即我们今天所说的几何学有了许多实际的发现。

现代蓝图的祖先——第一张平面图也许是画在粘土上的。简单的线条显示出建成后房子的形状。制图的人们已经懂得，两件东西——一张图样和一个建筑物——大小可以十分不同，而形状却完全一样。因此，凡是适合于这个形式的也适合于另一个形式。

平面图画好后，人们用镢头把土地整平，让石匠们开始工作。那时还没有带轮子的车和良好的道路，那些沉重的建筑材料，其中主要是重达几吨的石块，用船沿尼罗河运到离工地尽可能近的地方。每块石头都得按一定的形状凿刻；首先要用燧石把粗糙的边缘敲掉，然后用金属的凿子和钟形的木槌把表面修平，最后整块石头都要用一种粗石器磨光。每一个角都要用石匠的曲尺或三角规来检验，以保证它们确是直角。接着，铺下巨大的一层石头作为金字塔的基础。在这之上再铺稍小而恰在其中的第二层石头。就这样，一层一层地加上去，使建成的金字塔的四边都同样地收拢，最后巧妙地在塔尖汇合。为保证垂直，每块石头的边缘都要用吊锤检验。他们把泥土堆积在金字塔阶梯似的边缘，做成一条倾斜的路，这样，石头就可以放在垫着滚木的橇板上拖运了。

大概最大的难题就是保证金字塔地基的正方了。因为不管四边上的哪一个角有微小的误差，也会使整个建筑物走形。虽然这些建筑者们没有留下记载，我们仍然可以猜测一下，他们是怎样做的。他们可能先把一根绳子紧绷在两个插在地上的小木楔之间，画出一条长长的直线来，然后在每个木楔上各拴一根相同长度的比这条直线的一半长一些的绳子，他们绷紧绳

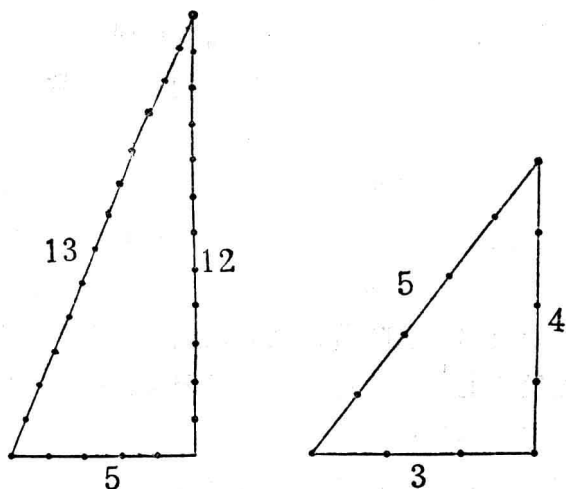
子并使另一头转动，就可以画出两个不完全的圆来（我们现在称之为弧），它们相交在两个点上。当建筑师通过这两点画出一条直线时，他将发现这条线垂直平分原来的那条直线。

建筑者不但要在地面上划出直角以保证基础的四方，而且还要在空间划出直角，以保证墙壁的绝对竖直。为达到这个目的，埃及人用了一种我们至今仍在使用的工具——铅垂线。把它系在墙顶，让底下的重物自由摆动，它的轨迹就是一段弧，最后停下来时，线与地面是垂直的。如果墙壁与铅垂线平行，那么它就是竖直的。

作一个直角，最简单的方法是用三角板。埃及人就是这样做的。但他们必须先做出一个三角板，也就必须先做出一个直角。

我们也许永远也不会知道是谁首先得到了这一发现，可能就是那些专门打绳结的人，他们的工作使他们能够娴熟地在一根长绳上打出均匀的结来进行测量。逐渐，他们发现如果将某几种长度的绳子围成三角形，最长边所对的角就是直角。把绳子上两个结之间的长度做一个单位，那么边长是三、四、五个单位的三角形就是一个直角三角形，还有五、十二、十三也能得到同样的结果。再用木头按这些比例首尾接结

起来，就成了一个三角规。



长度的粗略“测量”，对于他们的祖先们是足够了，但对这些宏大的庙宇和金字塔的修建者来说却远远不够用。当一个农夫准备自己动手盖一座石头或木头小屋子时，他可能会说：“我的小屋要盖六步长、四步宽，房顶要比我头顶再高出一拃。”寺庙的建筑师不能用“步”、“拃”来发号施令，因为他手下的每个工匠的步子和拃长可能都不一样。

对于大规模的建筑来说，必须使用不论谁量都保持不变的长度单位。起初他们是以某个人（多半是国王）身体各部位的长短做单位的，再把这些标准长度

记录在木头或金属制的尺上。

在埃及，最主要的长度标准是《圣经》中常提到的“腕尺”，它相当于一个人前臂自肘到伸直的中指尖的距离。此外，还有一些较小的单位：掌，一腕尺的七分之一；指，掌的四分之一。

这些小单位对于埃及人颇为重要。因为他们遇到分数时感到很棘手。当然罗，我们现在认为象五分之三，十分之九之类的分数是很简单的，但对古埃及人来说，分数却总意味着什么东西的一部分。要他们理解一腕尺的七分之三那真是极其困难，然而说起三掌，他们很容易就明白了。

乍看起来这些单位是很奇怪的，但是同样令人惊讶的单位至今仍在使用。英国人或美国人现在还是用“呎”计算自己的身高，他还是习惯于说“七吋”，而不用“十二分之七呎”那个分数。

在每年的收获季节里，埃及的祭司为他们的各项宗教仪式向农民征收租税。如何征足租税的份额呢？这就得有量出谷物、酒和油的标准容器，还要有计量其他产品的标准重量。看来，租税的多寡是根据农田大小而定的：农田越大，租税就收得越多。于是，为了征收租税，祭司们又需要有计算土地面积的办法。

也许是在用方砖铺设庙宇地面时，他们第一次得