高考题型标准解与得分点精析

数学

主编　岑志林

- 名师心血的结晶
- 指导高考的参谋
- 应试信息的凝聚
- 考生自学的导师

NEUPRESS
东北大学出版社

高考题型标准解与得分点精析

数 学

主编 岑志林

编者 王舒娟 蔡京南
詹运达 刘 宇
王丽华 陶华惠
申炳蔚 曾 放
翟景春 岑志林

NEUPRESS
东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考题型标准解与得分点精析:数学/岑志林主编.-沈阳:东北大学出版社,1997.7

ISBN 7-81054-231-1

Ⅰ.高…

Ⅱ.岑…

Ⅲ.①高等学校-入学考试-试题-研究 ②数学

Ⅳ.G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 07591 号

(沈阳·南湖 110006)

北宁市印刷厂印刷 东北大学出版社发行

1997 年 7 月 第 1 版 1998 年 7 月 第 2 次印刷

开本:787×1092 1/32 印张:14.75

字数:331 千字 印数:20001~25000

全书共 5 册 总定价:49.00 元 本册定价:9.80 元

《高考题型标准解与得分点精析》丛书

编委会名单

编者的话

凡是准备参加高考（或其他类型考试）的人都会想到两个问题：其一，理解掌握知识点；其二，会解决知识点的应用问题。但最后以“题”确定考生的“优、劣”，因此，不少人投向“题海”，展开“题海”战，于是“题解”这类课外读物在图书市场举目可见。对这些读物这里不加评说，我们只是觉得有一点应让应试者清楚：怎样解题才能得高分。为此，我们根据高考考试说明，参照历届高考试题及评分标准，加之多年的教学实践，编写了这套丛书。

编写中我们注意了以下几点：

1. 要体现本学科特点选题；

2. 要侧重本学科的能力要求选题；

3. 要“全”：知识覆盖面全、题型全；

4. 要“新”：问题的提法新、问题中能力考查新、问题的导向作用新。

从表面上看，这套丛书是“应试”的书，但是，细读之后，又会觉得它是培养能力的“示范教材”，因为我们在“解”中又注意了两点：

1. 讲分析问题的起点和思路；

2. 解题过程要规范。

近期升学考试制度不会有本质上的改革，自然是一张卷定“命运”——“分分小命根”。所以，身为教师不研究“得分点”是不行的。但是，我们在书中写出“得分点精析”，不单单是上述原因，更重要的是强化“解题规范”，这是对“解

题能力高低”的评价。不能低估“得分点精析”的作用，如能从中悟出点“规律性”的东西，我们也算如愿了。

作者是为读者服务的，不周之处，请批评。

编者

1997年3月

前　言

纵观近年来的高考题型与对高考《考试说明》的分析，可以看出“重基础、考能力”是高考数学题的根本原则；而从题型上看，不论是选择题，填空题，还是解答题都在全面考查学生对知识掌握上重在考查能力，尤其是分析问题与解决问题的能力。

为了帮助广大学生应考，我们根据多年来的教学经验与指导学生高考应考的体会，觉得按知识归类，再编写成不同题型的练习题，分成几个层次来强化学生对知识的理解进而达到熟练掌握，最终转化成分析问题与解决问题的能力，这样无论是对学生复习还是教师指导学生都是有益的。

参加本书编写的都是沈阳二中多年指导高三复习的高级教师。

他们是：王舒娟编写函数部分。蔡京南编写三角函数部分。詹运达（市学科带头人、数学组长）编写数列部分。刘宇（一级教师）编写复数部分。王丽华编写不等式、排列组合部分，陶华惠编写立几直线部分，申炳蔚编写立几多面体、旋转体部分，曾放编写二次曲线部分，翟景春编写直线，极坐标与参数方程部分。全书由岑志林老师（特级教师、二中教学副校长、全国数学奥林匹克高级教练）统稿。

尽管我们做了认真的编校，但难免有疏漏之处，望广大读者指正。

编者

1997.6

目录

§1 函 数

1.1 函数(一)

一、选择题

1. 若 $M=\{x||x-1|<2\}$，$N=\{x|\frac{x-2}{x}>0\}$，则 $M\cap N=(\quad)$.

(A) $\{x|-1<x<3\}$ (B) $\{x|x<0$ 或 $x>2\}$

(C) $\{x|-1<x<0$ 或 $2<x<3\}$ (D) $\{x|-1<x<0\}$

【答案】 (C)

【分析】 由 $|x-1|<2$ 得 $-1<x<3$，由 $\frac{x-2}{x}>0$ 得 $x>2$ 或 $x<0$，不等式组 $\begin{cases}x>2\\-1<x<3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0\\-1<x<3\end{cases}$ 的解集即是所求的交集，于是 $M\cap N=\{x|-1<x<0$ 或 $2<x<3\}$

2. 在以下的五个写法中，(1) $\{0\}\in\{0,1,2\}$，(2) $\phi\subset\{0\}$，(3) $\{0,1,2\}\subseteq\{2,1,0\}$，(4) $0\in\phi$，(5) $0\cap\phi=\phi$，其中正确写法的个数有(　).

(A)2 (B)3 (C)4 (D)5

【答案】 (A)

【分析】 其中(1)与(4)错在"$\in$"，(5)错在元素与集合不能求交集，所以只有(2)与(3)对，选(A).

3. 若 I、ϕ 表示全集和空集，又 $(\overline{M}\cup N)\subset M$，则(　).

(A) $\phi\subset M\subset N$ (B) $N\subset M\subset I$

(C)$N=\phi$　　　　　(D)$M=I$ 且 $N\neq M$.

【答案】 (D)

【分析】 因为$(\overline{M}\cup N)\subset M$,所以只能推出 $\overline{M}=\phi$,则 $M=I$,只有当 $M\neq N$ 时,$(\overline{M}\cup N)$才是 M 的真子集,所以选(D).

4. 若函数 $y=f(x)$存在反函数,则方程 $f(x)=c$(c 为常数)(　).

(A)有且只有一个实根　　(B)至少有一个实根

(C)至多有一个实根　　(D)没有实根.

【答案】 (C)

【分析】 因为只有单调函数才有反函数,所以它的反函数也是单调函数,因此反函数的图象若与 x 轴有交点,最多只能有一个,所以选(C).

5. 下列函数中,值域是$(0,+\infty)$的是(　).

(A)$f(x)=x^2-x+1$　　(B)$f(x)=(\frac{1}{5})^{1-x}$

(C)$f(x)=3x^2-x+1$　　(D)$f(x)=|\log_2 x^2|$

【答案】 (B)

【分析】 (A)中 $f(x)=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\geqslant\frac{3}{4}$,(C)中 $f(x)=3(x-\frac{1}{6})^2+\frac{11}{12}\geqslant\frac{11}{12}$,(D)中 $f(x)\geqslant 0$,所以选(B).

6. 函数 $f(x)=\sqrt{1-x^2}-\sqrt{x^2-1}$的定义域是(　).

(A)$\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$　　(B)$\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 1\}$

(C)$\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　(D)$\{-1,1\}$

【答案】 (D)

【分析】 复合函数的定义域应是各个函数定义域的公共部分,即求不等式组$\begin{cases}1-x^2\geqslant 0\\ x^2-1\geqslant 0\end{cases}$解得 $x=\pm 1$,所以选(D).

7. 设函数 $f(x)$ 是 R 上的奇函数，且当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)=x(1+\sqrt[3]{x})$，那么当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=$(　　).

(A)$x(1-\sqrt[3]{x})$　　　　(B)$-x(1-\sqrt[3]{x})$

(C)$x(1+\sqrt[3]{x})$　　　　(D)$-x(1+\sqrt[3]{x})$

【答案】(A)

【分析】 因为 $f(x)$ 是 R 上的奇函数，所以用 $-x$ 和 $-y$ 代替原式中的 x,y 即可求得.

8. 若 a、b、c 都是正实数，且有 $3^a=4^b=6^c$，那么(　　).

(A)$\frac{1}{c}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$　　　　(B)$\frac{2}{c}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$

(C)$\frac{1}{c}=\frac{2}{a}+\frac{2}{b}$　　　　(D)$\frac{2}{c}=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$

【答案】(B)

【分析】 设 $3^a=4^b=6^c=k(k>0)$，则 $a=\log_3 k$，$b=\log_4 k$，$c=\log_6 k$，于是 $\frac{1}{a}=\log_k 2$，$\frac{1}{b}\log_k 3$，$\frac{1}{c}=\log_k 6$，显然 $k>0$，$k\neq 1$. 又 $2\log_k 3+\log_k 4=2\log_k 6$，所以 $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{c}$.

9. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上单调递增，则 $f(-\pi)$，$f(\frac{\pi}{2})$，$f(\log_2\frac{1}{4})$ 之间的大小关系(　　).

(A)$f(-\pi)>f(\log_2\frac{1}{4})>f(\frac{\pi}{2})$

(B)$f(-\pi)>f(\frac{\pi}{2})>f(\log_2\frac{1}{4})$

(C)$f(\frac{\pi}{2})>f(\log_2\frac{1}{4})>f(-\pi)$

(D)$f(\log_2\frac{1}{4})>f(\frac{\pi}{2})>f(-\pi)$

【答案】(A)

因为 $f(x)$ 是偶函数，所以 $f(-\pi)=f(\pi)$，$f(\log_2 \frac{1}{4})=f(-2)=f(2)$，又 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上是增函数，因为 $\pi>2>\frac{\pi}{2}$，所以 $f(\pi)>f(2)>f(\frac{\pi}{2})$，选(A).

10. 函数 $y=f(x+1)-1$ 的图象，可由 $y=f(x)$ 的图象经过下述哪种变化可以得到(　).

(A)向左平移一个单位，再向上平移一个单位

(B)向左平移一个单位，再向下平移一个单位

(C)向右平移一个单位，再向上平移一个单位

(D)向右平移一个单位，再向下平移一个单位

【答案】 (B)

【分析】 将 $y=f(x)$ 的图象向左平移一个单位，即可得到 $f(x+1)$ 的图象，再将所得图象向下平移一个单位即可得到 $f(x+1)-1$ 的图象，选(B).

11. 方程 $x^2-2kx+1-k^2=0(k\in R)$，两根平方和的最小值是(　).

(A)-2　(B)0　(C)1　(D)2

【答案】 (C)

【分析】 由 $\Delta=4k^2-4(1-k^2)\geqslant 0$ 得 $k^2\geqslant\frac{1}{2}$，又 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4k^2-2(1-k^2)=6k^2-2\geqslant 1$，选(C).

12. 已知函数 $y=f(2-\frac{1}{x})$ 中 x 的取值范围是 $(2,5]$，则 $f(x)$ 的定义域是(　).

(A)$(2,5]$　　(B)$(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(0,+\infty)$

(C)$[-3,0)$　　(D)$(\frac{3}{2},\frac{9}{5}]$

【答案】 (D)

【分析】 由于原函数中 x 的取值范围是 $(2,5]$，所以 $(2-\frac{1}{x})$ 的范围是 $(\frac{3}{2},\frac{9}{5}]$，即 $f(x)$ 中的 x 取代 $f(2-\frac{1}{x})$ 中的 $(2-\frac{1}{x})$，所以选(D).

13. 图 1-1 是幂函数 $y=x^m$ 与 $y=x^n$ 在第一象限内的图象，则(　).

(A) $-1<n<0<m<1$

(B) $n<-1, 0<m<1$

(C) $-1<n<0, m>1$

(D) $n<-1, m>1$

【答案】 (B)

【分析】 由 $y=x^m$ 过原点，且在第一象限变化趋势向右，所以 $0<m<1$；$y=x^n$ 的图象不过原点，所以 $n<0$，又当 $x>1$ 时，$y=x^n$ 的图象在 $y=x^{-1}$ 图象的下方，说明 $n<-1$，所以选(B).

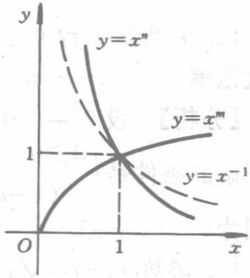

图 1-1

14. 如果 $0<a<1$，那么下列不等式中正确的是(　).

(A) $(1-a)^{\frac{1}{3}}>(1-a)^{\frac{1}{2}}$　　(B) $\log_{(1-a)}(1+a)>0$

(C) $(1-a)^3>(1+a)^2$　　(D) $(1-a)^{(1+a)}>1$

【答案】 (A)

【分析】 考察函数 $f(x)=(1-a)^x$，当 $1-a\in(0,1)$ 时，指数函数 $f(x)$ 是减函数，又因为 $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$，所以有 $(1-a)^{\frac{1}{3}}>(1-a)^{\frac{1}{2}}$，故选(A).

15. 某商品降价 10% 以后，欲提高到原价的 110%，应提

价的百分率是(　).

(A)20%　(B)21%　(C)$21\frac{1}{9}$%　(D)$22\frac{2}{9}$%

【答案】 (D)

【分析】 设商品原价为 a，降价 10%以后为 $0.9a$，又在此基础上提价的百分率为 x，列方程：$0.9a+0.9a\cdot x=1.1a$ 解得 $x=\frac{2}{9}=22\frac{2}{9}\%$.

二、填空题

16. 若指数方程 $9^x+(4+a)3^x+4=0$ 有解，则实数 a 的取值范围______.

【分析】 设 $3^x=t>0$，则原方程变为 $t^2+(4+a)t+4=0$ 有正解的条件是 $\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\-(4+a)>0\end{cases}$ 解得 $a\leqslant -8$，∴实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-8]$.

17. 函数 $f(x)=\sqrt{x^2-1}(x\leqslant -1)$ 的反函数是______.

【分析】 原函数的定义域是 $x\leqslant -1$，值域 $y\geqslant 0$，由 $y=\sqrt{x^2-1}$ 解出 $x=-\sqrt{y^2+1}(y\geqslant 0)$，将 x 与 y 对换即可得到，即 $f^{-1}(x)=-\sqrt{x^2+1}(x\geqslant 0)$.

18. 设函数 $f(x)=x^2+x+\frac{1}{2}$ 的定义域是 $[n,n+1]$ $(n\in N)$，那么在 $f(x)$ 的值域中共有______个整数.

【分析】 $f(x)=x^2+x+\frac{1}{2}=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$，显然函数 $f(x)$ 在区间 $[n,n+1]$ 上是递增的，由此可得 $n^2+n+\frac{1}{2}\leqslant y\leqslant (n+1)^2+(n+1)+\frac{1}{2}=n^2+3n+\frac{5}{2}$，而 $n^2+n+\frac{1}{2}$ 与 $n^2+3n+\frac{5}{2}$ 均非整数，故在区间 $[n^2+n+\frac{1}{2},n^2+3n+\frac{5}{2}]$ 上共有 $(n^2$

$+3n+\frac{5}{2})-(n^2+n+\frac{1}{2})=2n+2$ 个整数. 即值域中有 $(2n+2)$ 个整数.

19. 已知整数 $f(x)=\lg(x^2+ax+1)$ 的值域是 R, 则实数 a 的取值范围是______.

【分析】 $a\in(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$, 要想使函数的值域是 R, 则真数 x^2+ax+1 必须取得所有的正实数, 为了保证 $u=x^2+ax+1$ 能取得所有的正实数, 所以 $\Delta=a^4-4\geqslant 0$ 解得 $a\geqslant 2$ 或 $a\leqslant -2$, 所以实数 a 的取值范围是 $a\in(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$. 学生容易误解 $\Delta<0$, 此时 u 虽然可以大于零, 但取不到所有的正实数, 不能保证函数的值域是 R.

三、解答题

20. 解关于 x 的方程 $\lg(ax-1)-\lg(x-3)=1$

【标准解】 原方程等价于

$$\begin{cases} ax-1=10(x-3) & (1) \\ x-3>0 & (2) \\ ax-1>0 & (3) \end{cases} \Longleftrightarrow \qquad ①$$

$$\begin{cases} ax-1=10(x-3) & (4) \\ x-3>0 & (5) \end{cases} \qquad ②$$

由(4)得, $x=-\frac{29}{a-10}\ (a\neq 10)$ (6) ③

将(6)代入(5)得, $-\frac{29}{a-10}-3>0$, 得

$\frac{1}{3}<a<10$ ④

$\therefore$ 当 $a\in(\frac{1}{3},10)$ 时, 原方程的解为 $x=\frac{29}{10-a}$. ⑤

【得分点精析】 本题考查对数函数的性质, 不等式与方