

明知白 蒋佩锦 主编

数学

3+2

高考应试技巧

上海科学普及出版社

高 考 应 试 技 巧

数

学

明知白 蒋佩锦 主编

上 海 科 学 普 及 出 版 社

(沪)新登字第 305 号

丛书主编 刘振贵
数学主编 明知白 蒋佩锦
编者 蒋佩锦 郝 澎 李兴中 王人伟
明知白 储瑞年 田鸣凤 李 颖
叶克琪 魏榕彬
责任编辑 顾蕙兰

3+2 高考应试技巧

数 学

明知白 蒋佩锦 主编

上海科学普及出版社出版

(上海曹杨路 500 号 邮政编码 200063)

新华书店上海发行所发行 上海新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 10.5 字数 254000

1994 年 10 月第 1 版 1995 年 12 月第 3 次印刷

印数 30001—48000

ISBN 7-5427-0922-4/G · 256 定价: 8.00 元

前 言

按照国家教委 1995 年颁布的对现行中学教学大纲的最新调整意见,国家教委考试中心关于各学科《考试说明》修改的说明,我社特邀请全国著名的北师大实验中学、北京四中、清华附中、北大附中、人大附中、北京一〇一中以及海淀教师进修学校、东城教研中心、西城教育分院等校的特级教师和专家,精心编写了本套丛书。本书的特点是:

1. 依据权威资料具体介绍以往高考办法与“3+2”各科考试的不同之处,从应试的角度指导解题技巧,补充通常高考复习中的不足。

2. 设置“解选择题的诀窍”、“创新题型的特点和解题思路”、“巧解妙答的方法”、“对待试卷压底题的分析和对策”等专栏。详尽提供“3+2”高考应试技巧,以帮助读者拓宽思路、培养思维能力,提高解题应试水平。

3. 所列单元练习,既可供复习巩固使用,也可供测试检查使用。其编写紧扣国家教委考试中心的各科考试说明的考点,创编的试题立意新颖,设问巧妙。各难题的参考解答中均有解题技巧的点拨提示。

4. 所列多套高考模拟试题,特请北京海淀、东城、西城的命题专家依据最新信息编写,构思各具特色。本书附有 1995 年高考试题特点分析,揭示了 1996 年高考命题新动向。

本书融科学性、权威性、针对性、实用性为一体,是参加 1996 年全国新高考最佳复习用书,使用本书指导复习必能收到事半功倍的效果。

《“3+2”高考应试技巧》编委会

主编	刘振贵	北师大实验中学特级教师
编委	顾德希	北京四中特级教师
	明知白	北京东城教研中心特级教师
	顾中行	北京海淀一〇一中高级教师
	唐树德	北京二十七中特级教师
	陆 禾	北京十四中特级教师
	陈隆涛	北京西城教育分院特级教师

目 录

第一部分 “3+2”新高考数学试题的特点	1
一、高考试题的特点与规律	1
二、高考复习的方法与建议	7
第二部分 “3+2”新高考数学应试技巧	11
一、选择题的特点及其求解技巧	11
二、巧解妙算	27
三、怎样解好应用问题与开放问题	39
四、试卷压底题的分析与对策	50
第三部分 单元测试	67
单元测试一(集合与函数)及解答与提示	67
单元测试二(二次函数、幂函数、指数函数与对数函数)及解答与提示	71
单元测试三(三角函数)及解答与提示	75
单元测试四(两角和与差的三角函数)及解答与提示	79
单元测试五(反三角函数和简单三角方程)及解答与提示	83
单元测试六(不等式)及解答与提示	87
单元测试七(数列与极限)及解答与提示	92
单元测试八(复数)及解答与提示	95
单元测试九(排列、组合、二项式定理)及解答与提示	100
单元测试十(直线和平面)及解答与提示	103
单元测试十一(多面体和旋转体)及解答与提示	106
单元测试十二(直线)及解答与提示	110
单元测试十三(圆锥曲线)及解答与提示	113
单元测试十四(参数方程和极坐标)及解答与提示	117
第四部分 高考模拟试题	122
高考模拟试题一	122
参考答案一	124
高考模拟试题二	127
参考答案二	129
高考模拟试题三	131
参考答案三	134
高考模拟试题四	136
参考答案四	139
附录	143
1995 年数学高考试题分析	143
1995 年数学(理工农医类)高考试题	149
参考答案及评分标准(理工农医类)	151

1995 年数学(文史类)高考试题	156
参考答案及评分标准(文史类).....	159

第一部分 “3+2”新高考数学 试题的特点

一、高考试题的特点与规律

近几年,尤其是1991年使用《考试说明》后的高考试题,体现出了明显的特点与规律,使高考命题逐渐走上了科学化和正规化的轨道。我们认为当前高考试题的基本特点可以用八个字概括,这就是“连续稳定”与“改革创新”。

(一)连续与稳定是主流和大方向

1. 全面考查基础

(1)起步于课本

高考试题在处理试题与教材的关系时,坚持源于教材,高于教材的指导思想。试卷中没有社会上流行的成题,但多数题目可以从教材中找到原型,是教材中题目的引伸、变形或组合。

高考试题重视对课本知识的考查,这对高中教学的反作用是十分有利的,将引导着高中教学向着学好课本,抓好基础的正确方向发展。在高考试卷中用以考查课本知识的试题有几类:

①课本中试题

完全选自课本的试题。高考中的某个试题与课本中的某个例题、练习题或习题几乎一模一样。

如:

1993年第(8)题:

$\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin 10^\circ \sin 50^\circ$ 的值是()

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

与《代数》必修本上册, P190, 8(3): 证明恒等式: $\sin 20^\circ \cos 70^\circ + \sin 10^\circ \sin 50^\circ = \frac{1}{4}$ 一样。

1993年第(26)题:

已知: 平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta =$ 直线 a , α, β 同垂直于平面 γ , 又同时平行于直线 b , 求证: (I) $a \perp \gamma$;

(II) $b \perp \gamma$ 。

与《立体几何》必修本 P44, 9: 如果 $\beta \perp \alpha, \gamma \perp \alpha, \beta \cap \gamma = a$, 那么 $a \perp \alpha$ 一样。

1994年第(1)题:

设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\overline{A \cup B} =$ ()

- (A) $\{0\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{0, 1, 4\}$ (D) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

与《代数》必修本上册, P14, 例5: $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{3, 4, 5\}, B = \{4, 7, 8\}$ 求: $\overline{A}, \overline{B}, \overline{A \cap B}, \overline{A \cup B}$ 一样。

1994年第(5)题:

某种细菌在培养过程中, 每20分钟分裂一次(一个分裂为两个), 经过3个小时, 这种细菌由1个可繁殖成()

- (A) 511个 (B) 512个 (C) 1023个 (D) 1024个

与《代数》必修本下册, P58, 8: 某种细菌在培养过程中, 每30分钟分裂一次(一个分裂为两个), 经过4小时, 这种细菌由1个可繁殖成多少个? 一样。

②课本类型题

高考试题与课本中的例题、习题或练习题基本一样,但略有改动。

1994年文科第(3)题:

点(0,5)到直线 $y=2x$ 的距离是

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

与《解析几何》必修本,P42,2(3):求点到直线的距离 $C(1,2),4x+3y=0$ 相类似。

1994年第(16)题:

在 $(3-x)^7$ 的展开式中, x^5 的系数是_____。

与《代数》必修本下册,P257,4(1)求 $(1-2x)^{15}$ 的展开式中前四项,相类似。

1995年第(6)题:

在 $(1-x^3)(1+x)^{10}$ 的展开式中, x^5 的系数是()

- (A) -297 (B) -252 (C) 297 (D) 207

与《代数》必修本下册,P262,14(5):求 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 展开式中 x^4 的系数,相类似。

1995年第(8)题:

双曲线 $3x^2-y^2=3$ 的渐近线方程是()

- (A) $y=\pm 3x$ (B) $y=\pm \frac{1}{3}x$
(C) $y=\pm \sqrt{3}x$ (D) $y=\pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

与《解析几何》必修本,P84,例1:求双曲线 $9y^2-16x^2=144$ 的实半轴长和虚半轴长、焦点坐标、离心率、渐近线方程,相类似。

1995年第(22)题:

求 $\sin^2 20^\circ + \cos^2 50^\circ + \sin 20^\circ \cos 50^\circ$ 的值。

与《代数》必修本上册,P193,例4:求 $\sin^2 10^\circ + \cos^2 40^\circ + \sin 10^\circ \cos 40^\circ$ 的值,相类似。

③课本变式题

有些高考试题在课本中虽找不到同类型的题目,但它所考查的内容和方法与课本中的例题、习题或练习题的水平相当,可以认为是由课本中某题变化后而产生的试题。

1994年第(13)题:

已知过球面上A、B、C三点的截面和球心的距离等于球半径的一半,且 $AB=BC=CA=2$,则球面面积是()

- (A) $\frac{16}{9}\pi$ (B) $\frac{8}{3}\pi$ (C) 4π (D) $\frac{64}{9}\pi$

可以看成是由《立体几何》必修本P91,2:在半径是13cm的球面上有A、B、C三点, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, $CA=10\text{cm}$,求经过这三点的截面和球心O的距离,修改变化后形成的。

1994年第(21)题:

求函数

$$y = \frac{\sin 3x \sin^3 x + \cos 3x \cos^3 x}{\cos^2 2x} + \sin 2x \text{ 的最小值。}$$

可以看成是由《代数》必修本上册,P189,

例5:求证 $\sin 3\alpha \sin^3 \alpha + \cos 3\alpha \cos^3 \alpha = \cos^3 2\alpha$,为素材扩充改编后而形成的。

1995年第(21)题:

在复平面上,一个正方形的四个顶点按照逆时针方向依次为 Z_1, Z_2, Z_3, O (其中O是原点),已

知 Z_2 对应复数 $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$, 求 Z_1 和 Z_3 对应的复数。

可以看成是由《代数》必修本下册, P206 例 3: 如图, 向量 $\vec{OZ}$ 与复数 $-1+i$ 对应, 把 $\vec{OZ}$ 按逆时针方向旋转 120° , 得到 $\vec{OZ'}$, 求向量 $\vec{OZ'}$ 对应的复数, 为基础扩充发展而形成的。

虽然各年中这三类考查课本的试题比例有所不同, 但整份高考试卷起步于课本而又高于课本的命题原则多年保持了不变。

(2) 提高对知识点的覆盖率

近年来的高考试题十分重视对基础知识的全面考查, 其具体体现是尽可能多地考查知识点的命题原则。在《考试说明》的考试内容部分, 共罗列了 130 个知识点, 其中代数有 57 个, 立体几何有 34 个, 解析几何有 39 个。近几年的高考试题, 整份试卷所考查的知识点为 80 多个, 覆盖率近 70%。1993 年的理科试卷考查了 87 个知识点, 占总数的 69%; 1994 年的理科试卷考查了 82 个知识点, 占总数的 63%。

提高对知识点覆盖率的另一个体现是, 命题时考虑对课本内容考查的覆盖程度。近几年的高考试卷对课本的 13 章, 38 节的全部内容, 每章每节都有试题考查。

(3) 重要知识点重复考查

在近几年的高考命题中, 有一条不成文的原则, 即不回避历年高考试题中已经考查过的知识点的原则。这是高考试题连续性和稳定性的一个突出表现。

现举几例如下:

1993 年第(21)题:

在 50 件产品中, 有 4 件是次品, 从中任意抽出 5 件, 至少有 3 件是次品的抽法共 _____ 种 (用数字作答)。

与 1988 年第(14)题:

假设在 200 件产品中有 3 件是次品, 现在从中任意抽取 5 件, 其中至少有 2 件次品的抽法有 ()

(A) $C_3^2 C_{197}^3$ 种

(B) $C_3^2 C_{197}^3 + C_3^2 C_{197}^2$ 种

(C) $C_{200}^5 - C_{197}^5$ 种

(D) $C_{200}^5 - C_3^1 C_{197}^4$ 种

一样。

1994 年第(1)题:

设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\overline{A} \cup \overline{B} = ()$

(A) $\{0\}$

(B) $\{0, 1\}$

(C) $\{0, 1, 4\}$

(D) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

与 1986 年文科第(3)题:

已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 那么集合 $\{2, 7, 8\}$ 是 ()

(A) $A \cup B$

(B) $A \cap B$

(C) $\overline{A} \cup \overline{B}$

(D) $\overline{A} \cap \overline{B}$

相类似。

1995 年第(6)题:

在 $(1-x^3)(1+x)^{10}$ 的展开式中, x^5 的系数是 ()

(A) -297

(B) -252

(C) 297

(D) 207

与 1993 年第(13)题:

$(\sqrt{x}+1)^4(x-1)^5$ 展开式中 x^4 的系数为 ()

(A) -40

(B) 10

(C) 40

(D) 45

相类似。

1995年,文科第(16)题:

方程 $\log_2(x+1)^2 + \log_4(x+1) = 5$ 的解是_____。

与1993年文科第(25)题:

解方程 $\lg(x^2+4x-26) - \lg(x-3) = 1$

相类似。

1995年理科第(16)题:

不等式 $(\frac{1}{3})^{x^2-8} > 3^{-2x}$ 的解集是_____。

与1991年理科第(17)题:

不等式 $6^{x^2+x-2} < 1$ 的解集是_____。

相类似。

1995年理科第(22)题:

求 $\sin^2 20^\circ + \cos^2 50^\circ + \sin 20^\circ \cos 50^\circ$ 的值。

与1992年文科第(24)题:

求 $\sin^2 20^\circ + \cos^2 80^\circ + \sqrt{3} \sin 20^\circ \cos 80^\circ$ 的值。

相类似。

(4)突出考查重点

在全面考查基础知识的同时,高考试题还强调对重要知识点的考查。

所谓重要知识点或重点内容,应包含两层意思:一层是指高中教学中的重点内容;一层是指升入大学后继续学习所必备的重点内容。重点内容主要包括:函数的有关内容;复数、数列极限与数学归纳法、不等式的有关内容;三角恒等变换与三角函数;直线与平面;圆锥曲线等内容。高考中对这些重点内容考查得更突出一些,有关这些内容考题的分数比例一般都高于它们在教学大纲中所占的课时比例。

(5)小题综合化趋势

数学是有着严密逻辑体系的知识系统,各部分内容组成一个有机的整体结构。因此高考试题在设计时要求考生能够揭示各知识点之间的内在联系,从知识结构的整体出发去解决问题。小题综合化就是指一些小题分值虽不高,但一般不考查单一的知识点,而是几个知识的综合,需要综合运用各种知识于一题才能解决。

例如1995年第(3)小题

函数 $y = 4\sin(3x + \frac{\pi}{4}) + 3\cos(3x + \frac{\pi}{4})$ 的最小正周期是()

(A) 6π (B) 2π (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

从试题排序来看,这个小题是以考查基础知识为主的试题,但它也考查了两个知识点,一个是和差化积,一个是三角函数的图象和性质。

2. 重视考查方法

数学方法的分类,现在已基本趋向于划分为三大类,即数学基本方法;数学思想方法和数学思维方法。

(1)考查数学的基本方法

数学基本方法是指解决数学问题时所使用的具体方法。它不仅有确定的内涵,而且具有可操作性,有实施的方法与步骤。一般数学基本方法常指配方法,换元法,待定系数法,反证法和数学归纳法。这五种方法都出自课本,它们具有代表性,是核心。除此之外,还有一些更具体的方法,如判别式

法,代入法,参数法,裂项法,等积法等等,也可以认为是基本方法。不过还应以课本中出现或使用过的方法为主,不要把基本方法搞得多而繁,高考试题所考查的是常用的一般方法,而不强调特殊的方法和技巧。

(2)考查数学的思想方法

数学思想方法比数学基本方法要高一个层次,它往往不是解决某个具体数学问题时所采用的方法,而是解决某些数学问题时所采用的通法。按当前公认的说法,数学思想方法主要指四类,即数形结合的思想,函数与方程的思想,分类讨论的思想,化归与转化的思想。高考对这四类思想方法的考查十分重视。对四类数学思想方法的考查虽没有写进《考试说明》,但多年来已经成为一条十分重要的命题原则。

(3)考查数学的思维方法

数学的思维方法比数学的思想方法又高一个层次。实际上,这种思维方法完全可以脱离数学的具体内容,它具有思维的一般性。如观察法,分析法,综合法,归纳法,类比法,抽象概括的方法等等。在高考中,现已逐渐加强对思维能力的考查。近几年的高考试题突出考查了观察法,分析法,综合法,归纳法等数学思维方法。

3. 突出考查能力

关于对能力的考查,在《考试说明》中有明确的要求。它是指“运算能力,逻辑思维能力,空间想象能力以及运用所学数学知识和方法分析问题和解决问题的能力”。

(1)关于运算能力

所谓运算是指在运算定理和运算定律指导下,对具体数学式子进行变形的演绎过程。运算一般包括数字的计算,代数式的恒等变形,解方程与解不等式,三角恒等变形,几何图形中的计算等。而运算能力主要是指关于数与式的组合变形与分解变形的能力。

高考对运算能力的考查,不仅要求会根据法则、公式、定理、定律正确地进行运算,而且要求理解算理,能够根据题目的条件寻求合理简捷的运算途径,以达到熟练迅速地进行计算的目的。对运算能力的要求可以概括为十个字,即“准确、迅速、简捷、熟练、合理”,更概括地说,就是“准”和“快”。

在高考中,对运算能力的考查是比较全面的。涉及到实数、复数、整式、分式、根式、对数式、三角式、集合等运算。近年来十分重视对运算能力的考查,并有加强的趋势。但考虑到过繁或过量的计算可能会影响对数学基本概念和方法的考查。在具体的实施过程中,不是增大每题的计算量,而是适当控制计算量。

(2)关于逻辑思维能力

逻辑思维能力是数学能力的核心,是人们进行思维活动的基础,是一个人基本素质的主要标志。因此在高考中对逻辑思维能力的考查放在了十分重要的位置。

高考对逻辑思维能力的考查提出了“三会”的要求,即会用观察、比较、分析、综合、抽象和概括进行判断;会用归纳、演绎和类比进行推理;会用简明准确的数学语言阐述自己的思想和观点。

在考查逻辑思维能力时,把重点放在了对演绎推理能力的考查上。高考中力图选用简单的内容,要求考生应用三段论的推理模式,从基本的定义、定理、性质出发进行推证。这种推证要求考生具有较高的思维灵活性、深刻性和创造性。

(3)关于空间想象能力

空间想象能力是一种把性质与图形,数与形相结合的能力,是对空间图形的处理能力。

高考对空间想象能力的考查主要体现在以下几个方面:一是将想图与画图相结合。会根据题目所给的条件和图形添加必要的辅助线或辅助图形;会对已知图形进行分割、补全、折叠、展平等处理。二是将概念与图形相结合。会灵活地将概念应用于图形,会在变式的或非标准位置的图形中灵

活运用概念和性质。三是将空间想象与计算和推理论证相结合。会根据已知条件或所给的图形通过计算、判断或证明,将空间想象、逻辑思维和运算融为一体进行考查。

(4)关于分析问题和解决问题的能力

分析问题和解决问题的能力是人们认识世界和改造世界的能力。高考中对分析问题和解决问题能力的考查主要是要求考生利用已掌握的一些概念、定义、定理、公式、法则等知识和方法去研究解决一些数学中和现实生活中的问题。这些问题对学生来说是新颖的,是第一次遇到的。要求学生分析题目所设的新情境找出已知与未知的联系,探索和发现规律,尝试利用已有的知识和方法去研究解决,进行创造性的思维,以考查学生的综合能力和基本素质。

(二)改革与创新是发展的总趋势

近几年,数学试题的特点除体现在稳定性和连续性以外,还力求在改革和创新上下功夫,也就是所谓“稳中求活,稳中求变”的命题风格。

在这里我们应该明确,稳定和连续是指总体而言,而改革和创新则是小范围的和局部的。若从整份试卷来考虑,试卷的总体结构和难度受《考试说明》的制约,不会有太大的调整与变化。从试题所考查的内容、方法和能力上来讲,大部分试题都会体现出稳定性和连续性,而有新意的只是很少的几个试题。当前高考命题改革的大方向还是逐渐加强对能力的考查。

1.对运算能力考查的新趋势

对运算能力的考查,在提出了“准确、迅速、简捷、熟练、合理”的要求的同时,又有了新的考虑。由于代数运算,随着计算机、计算器的普及,只要能设计出运算程序,一切运算计算机都能高效快捷地完成。因此对运算能力的考查应放在考查算理及相关的字母和代数式的运算上。另外,对运算能力的考查,除单一使用计算题考查外,还采用综合形式进行考查,即与空间想象能力、逻辑思维能力相结合考查。

2.对逻辑思维能力考查的新趋势

对逻辑思维能力的考查提出了更高的要求,对思维的深刻性、敏捷性、灵活性、严谨性、批判性等思维品质提出了较高的要求。同时,对思维能力的考查由单一学科向多学科发展。使用代数、立体几何、解析几何三个学科的素材进行考查,既考代数证明又考几何证明。考查逻辑思维能力时所使用的方法也有所变化,由突出考查演绎法向同时考查演绎法和归纳法过渡。

3.对空间想象能力考查的新趋势

立体几何教学一直是高中数学教学的难点,教学效果不十分理想,但高考对立体几何的考查,对空间想象能力的考查不但没有减弱,而且还有加强的趋势。它的主要趋势是,加强对数学符号、数学语言识别能力的考查,通过对符号、语言的识别,进而理解题意,想象空间位置关系,以此考查空间想象能力。加强对想图、画图能力的考查。有些考查空间想象能力的选择题或填空题,没有给出图形,而是在读题、理解题意的同时,想图或画图,然后再进行判断或推理,通过想图或画图来考查空间想象能力。加强对非正规图形的考查,对非正规非标准图形的认识也是空间想象能力的标志之一,以解答题形式考查的立体几何试题所给出的图形往往是非正规和非标准的。

4.对分析问题解决问题能力考查的新趋势

(1)加强对数学语言的考查

阅读理解是分析问题解决问题的开始,高考在这方面有逐渐加强的趋势。近年的高考试题虽也强调数学语言,但更多的是强调如何准确地运用数学语言,清晰有条理地表述,而对学生如何准确理解语言,特别是非数学语言,从中捕捉信息考查较少。这实际上是解决问题的基础和开始,比表述更为重要。1994年第(20)题就是一道以物理学科的统计问题为背景的试题。本题的立意就是要求学生自己阅读材料,抽象其中的数量关系,将日常文字语言转化成符号语言,运用数学的思想、方

法、知识、技能去解决问题。1995年第(24)题也有同样的考查目的。

(2) 加强对数学意识和应用意识的考查

数学教育改革的研究正逐步深入,面向新世纪的数学课程方案和数学教育改革的思想不断研究产生,这些改革不但影响着教学,也影响着高考命题,其中重要的课题就是数学的大众化和数学的应用。高考命题在这方面已经作出了尝试,从1993年开始已经连续三年考查,1995年还是使用解答题方式进行的,达到了一个高潮。今后在考查数学的应用方面还会不断深入。

(3) 加强对探究力和创造力的考查

加强对探究力和创造力的考查是高考命题改革的大方向。从1993年开始增加了开放探索性试题,或要求考生探索问题的结论,或要求考生寻求解决问题的最佳方案。开放探索性试题是考查学生观察、分析、猜想、归纳等思维能力的较好题型。1994年又增加了“信息迁移题”,这种题以学生已有的知识为基础,或进一步引伸,或定义新的内容,要求考生读懂题目,并根据题目引入的新内容解题。今后对探究能力和创造能力的考查必将进一步深入,会有较大的新举措。

二、高考复习的方法与建议

(一) 学习《考试说明》,明确复习范围

我们在复习的过程中,首先要学好《考试说明》,以明确我们的复习内容、复习方向和深浅程度。

1. 对《考试说明》有总体认识,了解高考的性质和宗旨。

《考试说明》强调了高考的选拔性,要在高分区20%上下拉开距离,强调考查能力,重点放在知识的内在联系上,分析问题和解决问题的能力上。

数学学科的考查内容、宗旨和要求可以概括为五个“三”和两个“四”。即考查的三个基础:基础知识,基本技能,基本方法;三个学科:代数,立体几何,解析几何;试题的三种题型:选择题、填空题和解答题;三种难度:容易题、中等题和难题;三种比例:代数、立体几何、解析几何所占分数的百分比分别为60%,20%,20%;选择题、填空题、解答题所占分数的百分比分别为45%,15%,40%;容易题,中等题,难题分值比约为3:5:2。四种能力:运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,以及运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题的能力。要求的四个层次:了解、理解、掌握、灵活运用和综合运用。

2. 仔细研究考试要求,严格遵守复习范围。

认真学习《考试说明》就会发现有七处限制性的说明。它们是:关于三角函数的周期;证明不等式性质的几种常用方法及均值定理;数列的递推公式;异面直线的距离;球缺体积公式;截面问题;参数方程与极坐标方程。

3. 学习《考试说明》要与研究历年高考试题相结合。

高考试题是对《考试说明》的最好解释。因此在学习《考试说明》时,要与近年高考试题相结合,作出科学的解释。在学习过程中要注意原则性与灵活性相结合。

(二) 研究高考试题,突出复习重点

由于高考试题的连续性和稳定性,形成了一些可供参考的规律。

1. 用解答题考查的主要内容

通过对近年高考命题的分析,不难看出,使用解答题来考查的有以下七部分内容:

(1) 三角函数及三角恒等变形;

(2) 等差、等比数列与数学归纳法;

(3) 复数;

(4) 函数;

(5) 不等式的解法或证明;

- (6)立体几何的证明或计算;
- (7)解析几何中直线与二次曲线。

2. 用选择题、填空题考查的主要内容

在命题时,考虑到有些知识点不易用解答题来考查,同时为了扩大知识点的考查数目,因此形成了有些知识点只用选择题或填空题来考查的趋向。它们是:集合;排列、组合、二项式定理;极坐标、参数方程;反三角函数、三角方程;指数方程、对数方程;充要条件;坐标系的平移;函数的图象及变换;极限等。

当然,也还有一些既可以用解答题来考查,又可以用选择题、填空题来考查的内容。如三角函数的图象和性质;三角式的求值与化简;幂、指、对函数的图象和性质;等差数列、等比数列;复数的概念及运算;线面位置关系的判定;角与距离的计算;面积与体积的计算;直线的有关内容;二次曲线的基础知识等。

3. 高考试题与课本内容的关系

通过对近几年高考试题的分析,我们还可以看出,有些内容与课本的要求很接近,而另外有些内容则与课本要求较远。我们认为代数中的排列、组合、二项式定理;数学归纳法;三角的全部内容;立体几何的全部内容;解析几何中的极坐标与参数方程等都与课本的要求很贴近,可以不作过多的补充或过高的要求。而在其他内容上可做适当延伸,可延伸的内容有:复合函数和图象变换;含有参数的方程或不等式;数列求和;复数的应用;解析几何中含有参数的问题等等。

(三)加强课本的使用,切实抓好基础

近年的高考试题是起步于课本,全面考查基础的。课本内容在高考中的份量是很重要的。这就要求我们首先要落实课本的基本内容,落实的标准不仅是会,而且要熟练。

1. 以课本内容为素材,重新组织知识结构

高三复习时不可把课本丢在一边,也不可死捆在课本的条条框框上。应以知识结构为主线重新组织内容,例如,三角部分,先复习三角式的恒等变形,再复习三角函数的图象和性质,这样便于综合运用。而三角恒等变形的复习,也不是一组一组公式的复习,而是先熟悉所有的恒等变形公式,然后再按求值与证明两个专题深化理解和掌握。

2. 发掘课本的潜在功能

复习时绝不能死抱课本复习,而应当对课本进行适当的开发,发掘课本的潜在功能。例如,课本中重要的定理、公式、法则的证明十分重要,它的重要性不仅在这些定理、公式、法则证明的本身,而更在于证明过程中所使用的重要数学思想方法。例如,课本中等差、等比数列求和公式推导时所使用的逆序相加与错位相减的方法。二项式定理在研究 $(a+b)^4=(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$ 各项系数所采用的方法,都是发掘课本潜力的体现。

3. 后期使用课本例题

重视基础要贯穿于复习的全过程,复习的后期很容易出现忽视基础的现象,因此我们提出“在基础复习阶段要重视能力的训练,在综合复习阶段要重视巩固基础”的复习要求。由于高考中课本类型题占有一半多的比例,因此适当选择课本中例、习题来使用是应该提倡的。

(四)注意能力的培养,增强数学意识

高考中突出考查的还是能力,因此复习中必须把能力的培养贯穿始终。

1. 提高运算能力的训练

运算能力的训练与培养应贯穿于复习的始终,一定要有意识、有计划、有步骤地实施。这一问题将在第二部分专门介绍。

2. 提高逻辑思维能力的训练

在进行逻辑思维能力的训练时,可以突出进行综合分析法的训练,突出归纳法的训练,还应该加强语言文字表达能力的训练。既要进行“想”与“说”的训练,还应进行“写”的训练,只有多练才能达到会写的目的。

3. 提高空间想象能力的训练

进行空间想象能力的训练,可以从以下几方面进行:

(1) 进行识图、画图和添加辅助线的训练

在定理的复习过程中,可重新组织知识结构,要求学生既要会写出文字表述,又要会画出图形来表达。在求角、求距离的典型问题中,归纳总结添加辅助线的方法。如怎样做点到面的距离,作平面的垂线,作线面角,作二面角等。在多面体、旋转体有关元素的计算中,怎样添加辅助线,出现直角三角形以利计算。在解答选择题、填空题时,进行不给图形而想图、画图的训练。在解答解答题时,进行对非正规、非标准图形认识的训练。

(2) 重视图形转化的训练

可重点分专题进行立体图形与平面图形相互转化的训练;进行复杂图形向简单图形、基本图形转化的训练;进行对图形的分割或补齐的转化训练等等。

折叠问题是将平面图形转化为立体图形。训练中应注意在折叠过程中的变与不变的量及关系。展开问题是将立体图形平面化。多面体或旋转体的侧面展开图就是立体图形平面化。在立体图形的计算问题中,有时可把某立体图中的某一平面图形移出图外,单独画出它的平面图,会使计算方便。有些问题看起来复杂,其实只要认真分析,将多余的线面去掉,剩下的就是简单图形或常规图形了,这样就使问题简单了。利用切割与补缺的方法,也可达到由一般到特殊,由不可求到可求,由不相关到相关的转化。

(五) 注重复习实效,坚定不移抓落实

落实是复习的生命,没有落实的复习是无效的劳动,我们提几点建议:

1. 明确学生的主体位置

学生是复习的主体。“三基”的复习要以学生为主体进行。要让学生自己动手归纳整理基础知识,以形成自己的知识结构,这样才能便于学生记忆和使用。基本技能要通过学生自己的练习才能形成,教师是包办代替不了的。即便是有些数学方法或思想方法要由老师来讲解,但也不能老师一讲到底,也要穿插提问,还要做类似的练习进行巩固。

2. 了解学生的遗忘规律

复习的目的就在于克服遗忘而加强记忆和巩固。由于学生学习的内容多,会出现复习了后头又忘了前头的现象。因此,在复习中凡是能与前面内容相关连的,都应主动挂钩,以增加重复复习的次数,不能联系的,也应该在适当的阶段进行重复性复习或训练,以强化巩固。

3. 平时训练要落实

复习课内容多,时间紧,很容易忽视练习。我们认为复习课光讲不练是不行的,要害的问题一定要在课堂上解决,熟练的问题应在课下解决。也就是说,老师在课上重点解决方法、概念的问题,而要熟练则必须坚持课下练习。老师一定要花时间批改作业,这样才能发现问题,及时纠正,这是落实的关键。

4. 单元练习要坚持

作业与考试还是有区别的。如果我们把一个单元的复习内容,选择重点以考试的形式来进行检查,就会使学生重视,也会使学生熟悉和适应考试,提高考试技巧。如果坚持下去,对提高解题的速度和正确率都会有好处。

5. 信息反馈要及时

无论是练习还是考试,每次发现问题都要求学生用红笔加注。复习的过程就是发现问题、发现漏洞的过程,有了问题和漏洞就要及时解决和弥补,不能一错再错,不能做过的题还跟生题一样。基础复习时不求题型的新颖,完全可以用做过的题来考查,也可以将学生最容易错的地方编成试题,再次重复考查。只有这样,落实才能逐步实现,成绩才会逐步提高。

第二部分 “3+2”新高考数学 应试技巧

一、选择题的特点及其求解技巧

选择题是标准化试题的主要题型。在当今高考数学试卷中,本大题数量多,占分高,将近全卷满分的一半,可见考生能否迅速、准确、简捷地解好选择题,是高考成败的关键。故此,有必要先对选择题的特点、命题思想进行研究。

1. 题型特点、命题规律

一个数学选择题就是一组真假混杂的数学命题,选择题由题干和选择支(几个备选答案)两部分组成,题干加上正确的选择支构成真命题;题干加上错误的选择支构成假命题,错误的选择支称作干扰支。选择题的形式多种多样,当前数学高考采用四选一型单项选择题,本书只研究这种选择题。

高考中的数学选择题具有概念性强,知识覆盖面宽,小巧灵活,有一定的综合性和深度等特点。

(1) 概念性强,知识覆盖面宽

概念是数学内容的基本点,是导出定理、公式、法则的出发点,只有透彻理解概念的含义,理清了不同概念间的区别与联系,才能准确运用数学概念。

选择题在加强概念辨析,考查准确掌握数学概念;考查准确理解数学符号的含义;考查准确使用数学公式等方面有独特功能。

① 准确掌握和运用数学概念

具体作法是准确理解概念及其表述;重视概念形成过程的学习;注意比较相近、相关概念的异同;能够根据概念的内涵判断某对象是否属于外延集合;注意在使用中深化对概念的认识。

例1 直线在平面外,是指()。

- (A) 直线与平面无公共点 (B) 直线与平面不相交
(C) 直线与平面至多有一个公共点 (D) 直线与平面平行

分析 此题关键在于准确掌握定义:“直线和平面相交或平行统称为直线在平面外”。故应选(C)。

例2 1993年全国考题(理),难度0.83。直线 $bx+ay=ab$ ($a<0, b<0$)的倾斜角是()。

- (A) $\arctg(-\frac{b}{a})$ (B) $\arctg(-\frac{a}{b})$ (C) $\pi-\arctg \frac{b}{a}$ (D) $\pi-\arctg \frac{a}{b}$

分析 解法思路有两条:①将直线方程化为斜截式,由 $\tg\alpha=-\frac{b}{a}<0$,判断出倾斜角 α 是钝角,再用反三角函数式表示 $\alpha, \alpha=\pi-\arctg \frac{b}{a}$;②将直线方程化为截距式,由数形结合判断出 α 是钝角,再正确表示 α ,正确答案为(C)。

启示 此题主要考查三个概念:斜率、倾角和反正切函数。抽样统计显示:选(A)的人数占错选人数的77.1%,说明失分原因主要是反正切函数的概念不清。

例3 方程 $(2x+y-7)^2+(x-3y+7)^2=0$ ($x, y \in R$)表示的图形是()。

- (A) 一条直线 (B) 一个点 (C) 圆 (D) 两条直线