

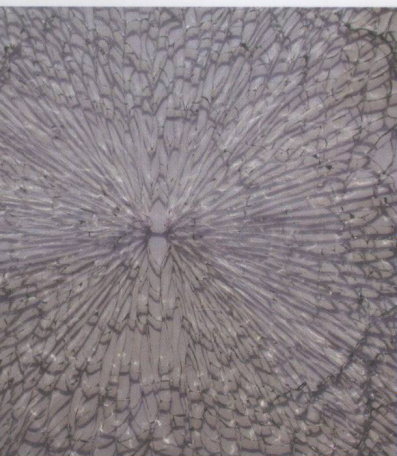
材料科学经典著作选译

CAMBRIDGE

第二版


# 脆性固体断裂力学

Fracture of Brittle Solids



Brian Lawn 著

龚江宏 译

 高等教育出版社

材料科学经典著作选译

第二版

Cuixing Gutu Duanlie Lixue

# 脆性固体断裂力学

Fracture of Brittle Solids

Brian Lawn 著

龚江宏 译



高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图字：01 - 2007 - 5688 号

*Fracture of Brittle Solids*, ISBN: 9780521409728, by Brian Lawn, first published by Cambridge University Press 1993.

All rights reserved.

This simplified Chinese edition for the People's Republic of China is published by arrangement with the Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom.

© Cambridge University Press & Higher Education Press, 2009

This book is in copyright. No reproduction of any part may take place without the written permission of Cambridge University Press or Higher Education Press.

This edition is for sale in the mainland of China only, excluding Hong Kong SAR, Macao SAR and Taiwan, and may not be bought for export therefrom.

此版本仅限于在中华人民共和国境内(但不允许在香港、澳门和台湾)销售。不得出口。

### 图书在版编目(CIP)数据

脆性固体断裂力学：第2版/(美)劳恩(Lawn, B.)  
著；龚江宏译。—北京：高等教育出版社，2010.3  
(材料科学经典著作选译)

书名原文：Fracture of Brittle Solids, 2nd edition  
ISBN 978 - 7 - 04 - 025379 - 5

I. ①脆… II. ①劳…②龚… III. ①脆性断裂 - 固体力学：断裂力学 IV. ①0346.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第002675号

---

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	咨询电话	400 - 810 - 0598
邮政编码	100120	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
总 机	010 - 58581000		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	<a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
印 刷	北京铭成印刷有限公司		<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
		畅想教育	<a href="http://www.widedu.com">http://www.widedu.com</a>
开 本	787 × 1092 1/16	版 次	2010年3月第1版
印 张	20.5	印 次	2010年3月第1次印刷
字 数	380 000	定 价	38.00元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 25379 - 00

# 中文版序

在本书的第一版于1975年出版的时候，材料科学的许多分支还都处在一个初始的发展阶段。那时，一类新的固体材料——陶瓷作为材料家族中一个重要的成员出现了。大多数陶瓷都具有共价-离子型结构，具有相当高的熔点、硬度和优良的电学、光学、热学性能。陶瓷覆盖了很宽范围内的一系列材料，包括玻璃、多晶聚集体、半导体和矿物。限制这些材料应用的最关键的因素是脆性——本征因素决定的低的断裂阻力。相应地，在20世纪70年代末，材料工程师们为制备具有高强度、高脆性的陶瓷付出了共同的努力。随着这一研究的深入进行，对脆性结构中裂纹如何起源、如何扩展问题的理解也取得了显著的进展。到了1993年本书第二版出版的时候，陶瓷科学这一领域以及相应的用于表征相关断裂行为的断裂力学已经发展到了一个成熟期。从那个时候开始，材料科学已经发展成为一个覆盖面更宽的交叉学科，一些分支涉及纳米技术和生物技术这些新的“热点”领域。材料工程与其他一些学科如物理、化学、生物学及药学等之间的界限变得越来越模糊了。但是，无论是什么样的应用领域，可靠性和寿命仍然是所有材料结构的使用性能的中心问题。这也许就可以解释《脆性固体断裂力学》这本书35年来一直畅销这一事实。

将本书翻译成中文，最早是由龚江宏博士向我建议的。而后，他又自己承担了翻译工作。我非常感谢龚博士在完成这一繁琐工作的过程中所付出的耐心和努力。

Brian Lawn

2009年12月

# 序

本书是在 1975 年出版的第一版的基础上进行重新组织而形成的一个新版本。和第一版一样，本书是作为材料科学专业的研究生教材以及从事脆性固体的强度与韧性研究的科研人员的参考书来编写的。更确切地说，本书的目的在于介绍与材料发展尤其是目前我们越来越熟悉的陶瓷材料的发展相关的断裂力学知识。因此，这个新版本中除了若干章节是几乎原封不动地出自第一版之外，大多数章节都进行了相当大的修改，有一些章节甚至是全新的。

本书所关注的是“脆性陶瓷”。所谓脆性，我们指的是原子尺度上的尖锐裂纹的扩展基本上是以原子键断裂的方式而发生的。所谓陶瓷，我们指的是不同类型的共价-离子型材料，包括玻璃、多晶聚合体、矿物，甚至包括复合材料。自 1975 年以来，我们对结构陶瓷的认识已经逐渐接近于（在某些方面甚至超过了）对金属以及高分子的认识程度。然而，脆性却一直是陶瓷部件设计中所面临的一个独特的限制因素。要克服这个限制因素，我们首先必须了解关于裂纹起源及扩展的基础力学和微观力学。在这方面所取得的所有成果中相对突出的是在均匀连续断裂力学理论以及基础裂纹尖端定律新概念方面的持续性进展；但是最为显著的进展则是“显微结构屏蔽”过程的发现，这一过程导致了所谓的裂纹阻力曲线或者韧性曲线，对强度和韧性具有十分重要的意义。这一正在发展中的理论有可能彻底改变与陶瓷的性能设计和工艺调控有关的传统思路。

贯穿本书的一个主题是 Griffith 在他 1920 年发表的那篇经典论文中所提出的热力学能量平衡概念。Griffith 概念自然而然地导致了对裂纹系统的分类：平衡的或者动态的、稳定的或者不稳定的以及可逆的或者不可逆的。Griffith 能量平衡概念长久的生命力源自其固有的普适性：在利用裂纹系统总能量表达式处理更复杂的系统时，我们只需对已有的各项进行修正，或者增加一些新项。在所有令人信服的断裂理论中，一部分是直接由 Griffith 概念导出的，另外一部分则建立在与之完全等效的其他概念（如 Irwin 的应力强度因子）基础上。

当试图构筑出一个关于断裂的完整描述时，我们意识到需要从许多不同的角度去研究脆性裂纹。最传统的研究方法是工程师们所采用的“远场”视角，他们将裂纹视作连续介质中的一条狭缝，而将裂纹尖端及其所处的环境处理为

一个奇异(黑箱)区。另一个截然不同的研究方法则是物理学家和化学家们所采用的裂纹尖端“包围区”视角,他们借助于界面力函数研究离散的键断裂过程。这两种观点都是很有价值的:前者借助于诸如外加荷载、试样几何形状、环境浓度等这样的外部变量建立了一些常规参数(如机械能释放率  $G$  和应力强度因子  $K$ )用于定量描述断裂的“动力”;而后者则为我们描述原子尺度上尖锐裂纹的基本结构并进而导出裂纹扩展定律奠定了基础。现在,我们需要引进一个相对更新一些的视角,即材料科学家们所采用的研究方法。他们试图通过将一些离散的耗散组元引入陶瓷的显微结构以期克服本征的脆性。正是在这一尺度水平上出现了屏蔽的概念,表现为一个处于裂纹尖端包围区与外部作用荷载作用区之间并使二者隔离开来的耗散区。显微结构屏蔽过程的创新性探索是研发下一代高强高韧脆性材料的关键。

当试图将这些截然不同的观点结合在一起形成一个统一的描述时,就不可避免地会遇到在标注方面出现的一些矛盾。为了寻找出一种折中的方案,我试图使标注更接近于材料学术语。其中,较有代表性的是在裂纹尺寸的表述方面采用 Griffith 符号  $c$  取代了固体力学中的  $a$ 。此外,值得注意的还有用描述韧性的符号  $R$  和  $T$  代替了工程参数  $G_R$  和  $K_R$ 。采用前者的目的在于强调裂纹扩展的本征阻力是一种平衡的材料性质,最终可以表述为对本构应力-位移关系的积分,而完全无需考虑断裂过程。

本书的结构粗略地看是开始于科学的理论基础而结束于工程设计。第1章在对 Griffith 能量平衡概念和裂纹理论假设进行回顾的基础上介绍了历史背景和一些基本概念。第2章和第3章借助于连续介质断裂力学对裂纹扩展进行了理论描述,着重强调的是裂纹扩展的平衡状态。第4章和第5章则将这些理论描述扩展到了运动着的裂纹,考虑了动态(“快速”)扩展和动力学(“缓慢”)扩展,在后者中尤其关注了环境化学作用。在第6章中,我们从原子尺度上分析了裂纹尖端过程,并再次在基本的裂纹定律中考虑了化学作用的影响。第7章讨论的是断裂力学中的显微结构影响,并着重介绍了在韧性描述中所涉及的一些有效的屏蔽机制。评价陶瓷材料的一种最有效且被广泛应用的方法——压痕断裂在第8章中得到了讨论。第9章涉及的是缺陷和裂纹的起源问题。最后,强度和可靠性在第10章中提及。

理解断裂力学的最好途径是深入分析基本原理而不是关注事实所得到的信息。因此,我们对诸如均质玻璃和多晶氧化铝这样的“模型”材料的关注应当看成是将理论最终扩展到更复杂的工程材料的一个必要的基础。这一思想也沿用到了文献引用方面。我们没有试图列出一份丰富的参考文献清单,而只是提供了一份精心挑选的参考书目。在当今出版物相对于其他各种学术交流方式而言不再发挥着主要作用的年代,我们希望读者能更多地接触各种公开的

文献。

许多同事和学生为本书的编写做出了很大的贡献。这里要特别提到的是 Rodney Wilshaw，他是以前的共同作者，也是我的老朋友。本书的第一版就是与他一同构思并撰写出来的。在第一版刚刚出版不久，Rod 就退出学术界回归了一种田园生活。他谦逊地将自己的名字从这一版的封面上撤了下来。但是，他的学术思想仍然在本书中有所体现。长期以来对本书做出了重要贡献的还包括：S. H. Bennison, L. M. Braun, S. J. Burns, H. M. Chen, P. Chantikul, R. F. Cook, T. P. Dabbs, F. C. Frank, E. R. Fuller, B. J. Hockey, R. G. Horn, S. Lathabai, Y-W. Mai, D. B. Marshall, N. P. Padture, D. H. Roach, J. Rödel, J. E. Sinclair, M. V. Swain, R. M. Thomson, K-T. Wan 和 S. M. wiedernhorn。我还要感谢 R. W. Cahn，是他鼓励我着手本书的第二版，并且一直耐心地支持我完成了第二版的创作。最后，感谢我的夫人 Valerie，衷心地感谢她对我的一贯支持。

Brian Lawn

# 目 录

<b>1 Griffith 原理</b> .....	1
1.1 应力集中 .....	2
1.2 Griffith 能量平衡概念：平衡状态下的断裂 .....	4
1.3 承受均匀拉伸作用的裂纹 .....	5
1.4 Obreimoff 实验 .....	7
1.5 强度的分子理论 .....	9
1.6 Griffith 裂纹 .....	9
1.7 进一步的问题 .....	11
<b>2 裂纹扩展的连续介质理论( I )：裂纹尖端处的线性场</b> .....	13
2.1 描述裂纹平衡状态的连续介质方法：用热力学循环研究裂纹系统 .....	14
2.2 机械能释放率 $G$ .....	16
2.3 裂纹端部场和应力强度因子 $K$ .....	18
2.3.1 裂纹扩展模式 .....	18
2.3.2 裂纹尖端的线性弹性场 .....	19
2.4 $G$ 参数和 $K$ 参数的等效性 .....	23
2.5 特殊裂纹系统的 $G$ 和 $K$ .....	24
2.5.1 均匀承载裂纹 .....	25
2.5.2 承受分布式荷载作用的裂纹 .....	27
2.5.3 一些用于实际测试的裂纹构型 .....	28
2.6 平衡断裂条件：与 Griffith 概念的结合 .....	32
2.7 裂纹的稳定性与 $K$ 场的可加和性 .....	33
2.8 裂纹扩展路径 .....	35
<b>3 裂纹扩展的连续介质理论( II )：裂纹尖端处的非线性场</b> .....	41
3.1 裂纹端部过程的非线性和不可逆性 .....	42
3.1.1 裂纹尖端奇异性的起因：线性弹性连续力学的失效 .....	42
3.1.2 裂纹尖端区域的额外能量耗散 .....	44



3.2	Irwin-Orowan 对 Griffith 概念的推广 .....	46
3.3	Barenblatt 内聚区模型 .....	47
3.3.1	Barenblatt 裂纹的力学分析 .....	48
3.3.2	连续细缝概念的根本局限: Elliot 裂纹 .....	53
3.4	裂纹尖端处与路径无关的积分 .....	54
3.5	能量平衡方法与内聚区方法的等效性 .....	57
3.6	裂纹尖端屏蔽: $R$ 曲线或 $T$ 曲线 .....	58
3.6.1	平衡关系 .....	60
3.6.2	稳定性条件 .....	63
3.7	特殊的屏蔽构型: 桥接界面和前端区 .....	64
3.7.1	桥接界面 .....	65
3.7.2	前端区 .....	67
<b>4</b>	<b>裂纹的失稳扩展: 动态断裂 .....</b>	<b>71</b>
4.1	Mott 对 Griffith 概念的推广 .....	72
4.2	拉伸试样中的扩展裂纹 .....	73
4.2.1	常力加载 .....	73
4.2.2	常位移加载 .....	74
4.2.3	极限速率 .....	75
4.3	接近极限速率时的动态效应 .....	76
4.3.1	极限速率的估算 .....	77
4.3.2	裂纹分叉 .....	78
4.4	动态加载 .....	82
4.5	断裂粒子发射 .....	84
<b>5</b>	<b>裂纹扩展的化学过程: 断裂动力学 .....</b>	<b>87</b>
5.1	Orowan 对 Griffith 概念的推广: 附着功 .....	89
5.2	Rice 对 Griffith 概念的推广 .....	92
5.3	裂纹尖端化学及屏蔽效应 .....	95
5.4	裂纹扩展速率数据 .....	97
5.5	动力学裂纹扩展模型 .....	105
5.5.1	裂纹前缘处的反应动力学 .....	105
5.5.2	由传输决定的动力学: 激活的界面扩散 .....	107
5.5.3	本征屏蔽区中的内摩擦 .....	108
5.5.4	由传输决定的动力学: “稀薄” 气体的自由分子流动 .....	109

5.5.5	钝裂纹假设	111
5.6	裂纹扩展速率参数的评价	112
5.7	裂纹愈合-再扩展的门槛值与滞后性	113
<b>6</b>	<b>断裂的原子理论</b>	<b>117</b>
6.1	内聚强度模型	118
6.2	晶格模型与裂纹陷阱: 本征键断裂	121
6.2.1	准一维链模型	121
6.2.2	点阵模型与 Griffith 条件	125
6.2.3	热激活裂纹扩展: 动力学和弯结	128
6.3	计算机模拟模型	131
6.4	化学: 集中在裂纹尖端处的反应	134
6.4.1	化学修饰的晶格模型: 协同反应概念的引入	134
6.4.2	化学修饰的晶格模型与断裂力学	136
6.4.3	玻璃中的裂纹尖端反应	138
6.5	化学: 表面力及亚稳裂纹界面状态	141
6.5.1	表面力的本质	142
6.5.2	脆性裂纹的次生相互作用区	146
6.5.3	断裂力学分析	148
6.6	裂纹尖端塑性	149
6.6.1	理论强度模型	149
6.6.2	位错成核模型	150
6.7	脆性裂纹基本的原子尖锐性: 透射电镜的直接观察	151
<b>7</b>	<b>显微结构与韧性</b>	<b>157</b>
7.1	裂纹前缘的几何扰动	158
7.1.1	穿晶断裂与沿晶断裂	159
7.1.2	两相材料中的断裂	163
7.1.3	断裂表面台阶	166
7.2	裂纹尖端屏蔽增韧: 一般性理论	168
7.3	前端区屏蔽: 位错云和微裂纹云	170
7.3.1	位错云	170
7.3.2	微裂纹云	173
7.4	前端区屏蔽: 氧化锆中的相变	177
7.4.1	实验观察	178

7.4.2	断裂力学理论	181
7.5	裂纹面桥接导致的屏蔽：单相陶瓷	184
7.5.1	实验观察	185
7.5.2	断裂力学理论	188
7.6	陶瓷复合材料	193
7.6.1	纤维增强复合材料	194
7.6.2	延性弥散增韧	198
<b>8</b>	<b>压痕断裂</b>	<b>201</b>
8.1	接触场中的裂纹扩展：钝压头和尖锐压头	202
8.1.1	接触应力场	203
8.1.2	钝压头	204
8.1.3	尖锐压头	208
8.2	作为可控缺陷的压痕裂纹：惰性强度、韧性以及 $T$ 曲线	213
8.2.1	惰性强度	214
8.2.2	韧性	219
8.2.3	韧性曲线	221
8.3	作为可控缺陷的压痕裂纹：与时间有关的强度及疲劳	224
8.3.1	与时间有关的强度	224
8.3.2	疲劳	227
8.4	亚门槛值压痕：裂纹起始	228
8.4.1	Hertz 锥形裂纹	229
8.4.2	径向裂纹	232
8.4.3	压痕门槛值作为评价脆性的一个指标	236
8.5	亚门槛值压痕：强度	238
8.6	压痕方法的一些特殊应用	240
8.6.1	尖锐裂纹与钝裂纹	240
8.6.2	表面应力评价	242
8.6.3	基体 - 纤维滑动界面上的摩擦	243
8.7	接触损伤：强度衰减、冲蚀和磨损	244
8.7.1	强度衰减	244
8.7.2	冲蚀和磨损	246
8.8	表面力与接触附着	247
<b>9</b>	<b>裂纹起始：缺陷</b>	<b>251</b>

9.1	显微接触中的裂纹成核 .....	253
9.1.1	显微接触缺陷 .....	253
9.1.2	缺陷分布 .....	254
9.2	位错塞积处的裂纹成核 .....	257
9.3	化学场、热场及辐射场导致的缺陷 .....	260
9.3.1	化学诱发缺陷 .....	260
9.3.2	热诱发缺陷 .....	261
9.3.3	辐射诱发缺陷 .....	262
9.4	陶瓷中的工艺缺陷 .....	264
9.5	缺陷的稳定性：裂纹起始的尺寸效应 .....	266
9.6	缺陷的稳定性：晶粒尺寸对强度的影响 .....	270
<b>10</b>	<b>强度及可靠性 .....</b>	<b>273</b>
10.1	强度与缺陷统计学 .....	275
10.1.1	Weibull 分布 .....	276
10.1.2	保证试验 .....	276
10.1.3	无损检测(NDE) .....	278
10.2	缺陷统计学与寿命 .....	280
10.3	缺陷消除 .....	283
10.3.1	光学玻璃纤维 .....	283
10.3.2	无杂相的陶瓷 .....	284
10.4	缺陷容限 .....	286
10.4.1	具有韧性曲线材料的强度 .....	286
10.4.2	设计方面的意义以及一些错误的观点 .....	290
10.5	其他设计因素 .....	292
	<b>参考文献与推荐读物 .....</b>	<b>297</b>
	译者后记 .....	307
	索引 .....	308

***1***

---

**Griffith 原理**

在剪切应力作用下发生断裂之前往往会表现出显著的塑性变形。已有的理论完全没有考虑断裂行为方面存在的这些差异。

这就是 20 世纪<sup>①</sup>的前几年中关于断裂问题研究的基本状态。今天我们对这一状态进行回顾时可以很容易地看出，临界应力准则的不足来源于它所表现出来的经验性：尽管关于一个固体材料应该在一个特征应力水平下发生破坏这一说法很直观，但这一说法并没有建立在一个坚实的物理基础上。因此，有必要再进一步仔细地考察固体材料响应临界荷载作用的细节。例如，外加应力是如何传递到材料内部实际发生断裂的局部区域的？断裂机制的本质究竟是什么？对这些问题的回答应该是理解所有断裂现象的关键。

在这方面的实质性进展始于 1920 年由 A. A. Griffith 发表的一篇经典论文。Griffith 在这篇论文中考虑了承受外加应力作用的固体中一条孤立的裂纹，以经典的力学和热力学中最根本的能量理论为基础，推导出了裂纹发生扩展的判据。这一经典论文中所建立的一些准则以及由这些准则中所发展出来的一些推论奠定了当代断裂力学的基础。作为全书的一个引子，本章中我们将对 Griffith 以及他同时代的其他一些学者的贡献做一些评论性的分析。这样的分析的目的在于让读者了解断裂理论中许多基本的概念，从而为阅读本书的后续章节打下基础。

## 1.1 应力集中

Inglis 于 1913 年对均匀受力平板中一个椭圆孔洞进行的应力分析 (Inglis, 1913) 是 Griffith 工作的重要基础。Inglis 的分析表明，在一个尖锐切口或弯角处的局部应力水平可能会比外加的作用应力高出许多倍。因此，很显然，即使是一条亚微观的裂纹也可能成为固体中的一个薄弱点。更重要的是，Inglis 的工作第一次为断裂力学提供了一条实际的思路：一个无限狭长的椭圆孔可以视作一条裂纹。

现在我们来简要地回顾一下 Inglis 工作中的一些基本结论。考虑如图 1.1 所示的一个平板，其中含有一个半轴分别为  $b$  和  $c$  的椭圆孔，平板在  $y$  轴方向上承受一个均匀的拉伸应力  $\sigma_A$ 。现在考察一下椭圆孔的存在对固体平板中应力分布状态的影响。假定胡克定律在平板中各点处都成立，椭圆孔边界处没有应力作用，而且与平板的尺寸相比椭圆孔的半轴长  $b$  和  $c$  非常小，这一问题就变成了线性弹性力学中的一个相对比较简单习题。尽管数学处理有些繁琐，甚至包括了椭圆坐标的应用，但是从这一计算过程中却可以得到一些简洁的基

---

<sup>①</sup> 原文为“本世纪”，考虑到中译本出版的时间而改为“20 世纪”。——译者注。

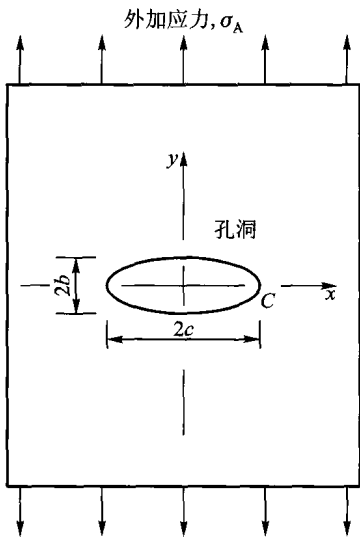


图 1.1 承受均匀外加应力  $\sigma_A$  作用的平板。其中含有一个半轴分别为  $b$  和  $c$  的椭圆孔。C 点为“切口端部”

本结论。

我们从椭圆方程开始

$$x^2/c^2 + y^2/b^2 = 1 \quad (1.1)$$

可以很容易地得知椭圆孔在 C 点处具有最小的曲率半径

$$\rho = b^2/c, \quad (b < c) \quad (1.2)$$

在 C 点处出现了最大的应力集中

$$\sigma_c = \sigma_A(1 + 2c/b) = \sigma_A[(1 + 2(c/\rho)^{1/2})] \quad (1.3)$$

在  $b \ll c$  这一我们所感兴趣的特定情况下，式 (1.3) 可以简化为

$$\sigma_c/\sigma_A \approx 2c/b = 2(c/\rho)^{1/2} \quad (1.4)$$

式 (1.4) 中的比率称为弹性应力集中因子。很显然，对于一个狭长的孔洞来说，这个因子的值会远远大于 1。另外还应该注意到的是，应力集中程度取决于孔的形状而不是孔的尺寸。

分析一下局部应力沿  $x$  轴的变化规律也是很有意思的。图 1.2 给出了  $c = 3b$  这一特定情况下的计算结果。应力  $\sigma_{yy}$  从 C 点处的最大值  $\sigma_c = 7\sigma_A$  开始迅速降低，在较大的  $x$  值处逐渐趋近于  $\sigma_A$ ；而  $\sigma_{xx}$  则是先在椭圆孔的应力自由表面外一个很小的局部区域内迅速达到最大值后，再以和  $\sigma_{yy}$  相同的趋势逐渐趋近于零。图 1.2 所示的例子反映出应力集中的一般规律，即：应力集中导致的应力场变化仅仅局限在孔的边界外大小约为椭圆孔长半轴  $c$  的一个很小的区域内，而最大的应力梯度则局限在一个更小的区域内，这个区域的大小约等于椭圆孔最大曲率半径  $\rho$ ，最大的应力集中效应便发生在这个区域。

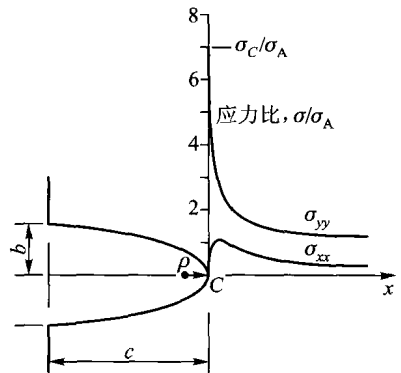


图 1.2 椭圆孔 ( $c = 3b$ ) 处的应力集中效应。注意：应力集中效应基本上局限在椭圆孔端点处一个尺度约为  $c$  的局部区域内，而最大的应力梯度则局限在椭圆孔端点处一个尺度约为  $\rho$  的局部区域内

Inglis 进一步分析了其他一些承载构型中的应力集中问题，得出一个基本结论：具有明显应力放大效应的仅仅是那些承受应力作用的具有高度弯曲几何形状的区域。因此，式 (1.4) 也可以用于估算如图 1.3 所

示的表面切口和表面台阶处的应力集中因子，这时， $\rho$  是一个特征曲率半径，而  $c$  则为切口的特征尺寸。这样一来，我们就有了一种评价包括实际裂纹在内的一系列结构不规则因素对固体产生的潜在弱化效应的方法。

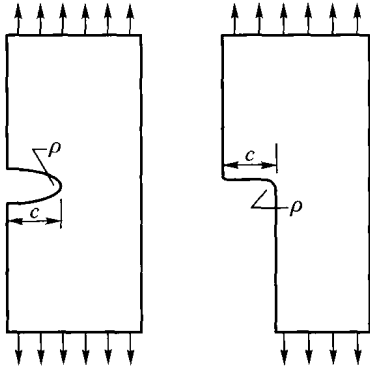


图 1.3 一些具有应力集中效应的系统。具有特征长度  $c$  和特征切口半径  $\rho$  的表面孔洞和表面台阶

尽管取得了这样的进展，此时断裂力学的基本框架仍然还是处在一个萌芽状态。如果 Inglis 的分析确实可以应用于裂纹系统，那么为什么在实际情况下一条大裂纹往往会比一条小裂纹更容易发生扩展呢？这一现象违背了应力集中因子与尺寸无关这一特性吗？真实裂纹尖端处的曲率半径的物理意义是什么？这些问题都影响着 Inglis 方法向断裂基本准则的过渡。

## 1.2 Griffith 能量平衡概念：平衡状态下的断裂

Griffith 的基本思路是将一条静态的裂纹模拟为一个可逆的热力学系统。这个系统如图 1.4 所示：一个弹性体 B 在外边界上承受荷载作用，其内部含有一条长度为  $c$  的平直的表面裂纹 S。Griffith 简便地找出了这个系统在具有最低总自由能状态时的构型：在这个构型中，裂纹将处于平衡状态，也就是处于发生扩展的临界状态。

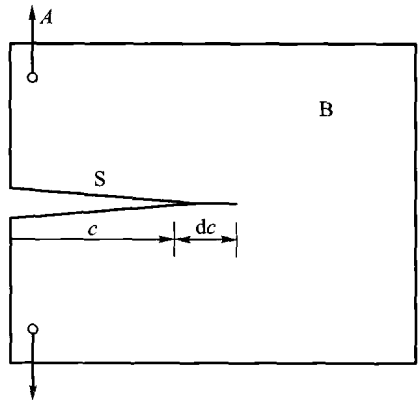


图 1.4 静态的平面裂纹系统。裂纹长度  $c$  发生了尺寸为  $dc$  的虚拟扩展。B 为弹性体，S 为裂纹表面，A 为外加荷载

处理这一问题的第一步是写出系统总能量  $U$  的表达式。为此，我们要考虑在裂纹发生虚拟扩展的过程中相应发生变化的各个能量项。一般来说，与裂纹形成有关的系统能量可以分为机械能和表面能两个部分。机械能包含了两个组元，即  $U_M = U_E + U_A$ ，其中  $U_E$  为储存在弹性介质中的应变能； $U_A$  则为外部加载系统所提供的势能，可以用导致承载点处发生任何位移所需的功的负值来表示。用  $U_s$  表示形成新的裂纹表面所消耗的自由能，则可以得到



$$U = U_M + U_s \quad (1.5)$$

于是，热力学平衡条件可以通过考虑裂纹扩展了一段微小距离  $dc$  (图 1.4) 的条件下对机械能和表面能进行平衡而得到。不难看出，随着裂纹的扩展，机械能总是呈减小趋势的 ( $dU_M/dc < 0$ )。假想将作用在想象的扩展裂纹  $dc$  界面上的约束力突然除去，裂纹在一般情况下将会加速向前扩展最终形成一个具有更低能量的新的构型。而另一方面，表面能项则通常随着裂纹的扩展呈增大趋势 ( $dU_s/dc > 0$ )，这是因为新的断裂表面的形成必需首先克服作用在  $dc$  两个表面间由分子间吸引力导致的结合力。因此，式(1.5)中的第一项有利于裂纹扩展，而第二项则阻碍了裂纹扩展。这就是 Griffith 能量平衡概念，这一概念可以借助于平衡条件加以描述

$$dU/dc = 0 \quad (1.6)$$

这样就在能量转换原理的基础上得到了一个预测固体断裂行为的准则：如果式(1.6)左边的值为负或者为正，裂纹将在平衡尺寸附近发生一个小位移的扩展或者愈合。这一准则成为所有脆性断裂理论的奠基石。

### 1.3 承受均匀拉伸作用的裂纹

对于外力作用近乎恒定的前提下发生的所有断裂问题，Griffith 概念提供了一个分析问题的基本思路。Griffith 需要将他的理论应用到一个实际的裂纹构型中进行验证。首先，他需要一个含裂纹的弹性体模型以计算出式(1.5)中的能量项。为此，他借鉴了 Inglis 的分析，考虑了一个承受远场均匀拉伸应力  $\sigma_A$  作用的无限狭长的椭圆孔 (图 1.1,  $b \rightarrow 0$ )。然后，为了进行实验验证，他必须找到一种近乎理想的材料，各向同性且在受力发生断裂之前严格遵循胡克定律。玻璃作为一种很容易获得又能很好满足这一要求的材料而被选用。

在分析他选定的裂纹系统模型的机械能时，Griffith 使用了线性弹性理论中的一个结果 (参见 2.2 节)，即对于任意一个承受恒定外加应力作用的物体，在裂纹形成过程中有

$$U_A = -2U_E \quad (\text{恒定荷载}) \quad (1.7)$$

于是有  $U_M = -U_E$ 。这里的负号说明裂纹的形成伴随有机械能的降低。根据 Inglis 给出的应力场和应变场的解，很容易计算出裂纹附近每个单元体的应变能密度。在比裂纹长度大得多的尺度范围内进行积分便可以得到裂纹前缘单位宽度的应变能表达式

$$U_E = \pi c^2 \sigma_A^2 / E' \quad (1.8)$$

式中， $E'$  在平面应力条件 (“薄” 平板) 下等于杨氏模量  $E$ ，在平面应变条件