



文都教育

文都考研命题研究中心策划
全国200座城市考研辅导班指定用书

考研数学 2011

复习大全

主编 © 蔡子华

理工类

“高数王牌” 蔡子华教授导学精品视频教程
名师指点 考研数学全程高效复习方略
全面把握重点 彻底攻克难关



基于对考纲与真题的深入研究精心编写
知识要点系统梳理 疑难重点轻松突破
典型例题分类精讲 方法技巧权威点拨
促进知识巩固与解题能力同步快速提高

原子能出版社



文都教育
文都考研命题研究中心策划
全国200座城市考研辅导班指定用书

考研数学 2011

复习大全

江苏工业学院图书馆

藏书章

主 编◎ 蔡子华
副主编◎ 曾祥金 傅爱民

0/3-42

C072

原子能出版社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学复习大全. 理工类/蔡子华主编. —北京:原子能出版社,2007.2(2009.11 重印)
ISBN 978-7-5022-3854-4

I. 考... II. 蔡... III. 高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 自学参考资料
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 008473 号

考研数学复习大全(理工类)

总 编 辑 杨树录

策 划 文都考研命题研究中心

责任编辑 张 梅 黄厚坤

特约编辑 宫 静

印 刷 北京九天志诚印刷有限公司

出版发行 原子能出版社(北京市海淀区阜成路 43 号 100048)

经 销 全国新华书店

开 本 787mm × 1092mm 1/16

印 张 33.625 字 数 550 千字

版 次 2007 年 2 月第 1 版 2009 年 11 月第 4 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5022-3854-4 定 价 56.00 元

网址:<http://www.aep.com.cn>

E-mail:atomep123@126.com

发行电话:010-68452845

版权所有 侵权必究



档案

博客

日志

相册

视频

分享

首页 友情链接 <http://wendutushu.blog.sohu.com>

个人档案



姓名: 蔡子华
职称: 教授
点击量: 108011

个人档案 加为好友
给他留言 向他打招呼
分享

日志分类

复习参考书
复习指导与建议
复习资料

好友

文都教育 VIP
— 中国知名教育品牌
文都图书编辑部 VIP
— 致力于打造精品大学图书
徐之明 VIP
徐 健 VIP

留言

奋斗 (未验证)
蔡老师, 利用对称性和奇偶性计算二重积分有什么规律?
博主回复:

当积分区域关于 $x(y)$ 轴对称, 被积函数是 $y(x)$ 的奇函数时, $\iint_D f(x,y) d\sigma = 0$; 当被积函数是 $y(x)$ 的偶函数时, 其积分值等于在 D 的 $y>0$ ($x>0$) 部分区域上积分的2倍。若积分区域既关于 x 轴对称又关于 y 轴对称, 被积函数对于两个变量都是偶函数, 其积分值等于 D 在第一象限部分区域上积分的4倍。

《点击查看更多精彩内容》

最新动态

— 上周
蔡子华 撰写了日志
考研数学的解题方法
考研数学是以... [全文]

► 新书展台 ▼ 日志 ► 资源共享 ► 学友讨论 ► 博主收藏

考研数学的解题方法

考研数学是以做题来测试考生掌握知识的程度的, 快速正确地完成任务是考生复习时应尽力追求的目标。为达到这个目标, 在做题时可以从以下几个方面入手提高自己的解题能力。

从哪里开始?

做题要从题目的叙述开始。拿到一个题目, 做题的第一步是要仔细阅读题目, 把握题目的主要含义。阅读题目直到即使不看题目, 也能记住题目的意思。

能想到什么, 能做到什么?

在阅读题目的基础上, 尽可能使题目形象化, 并从题目的叙述中抽出主要成分, 即条件与结论, 已知与未知等。仔细考虑题目的各主要部分, 将它以不同的方式进行组合, 把每个细节与另一些细节联系起来。从不同角度, 通过不同的途径反复考察题目中的细节点, 尝试从中找到新的意义和新的解释。再次调动已有知识, 寻求其与题目之间的联系, 试着认清题目中所隐含的你熟悉的东西。

这样做能得到什么?

准备好并弄清那些以后可能会起作用的细节。把各种思路都考虑一下。如果一种思路看上去很有利, 你就多考虑一下, 如果一种思路感觉很可靠, 那就弄清楚它能引领你起多远。也许一种思路就会让你直达目标, 也许你需要一个思路一个思路地试探其可行性, 最终找到解答。对题目的每一种念头都是有用的, 这些念头对最终通往结果的思路都起到促进作用。解答的方法可能不只一种, 在找到一种解答方法之后, 解题的过程并未结束。思考你的解答与已有知识之间的关系, 看看你的解答是否可以简化。如果可以, 改进你的解答过程, 使之更加直观、简洁。检查引导你获得解答的方法, 找出其要点, 并在其他题目中尝试应用它。

如果你有意识地使用这种方法解题, 那么一段时间过后, 你会发现你的解题能力、解题技巧、解题速度与正确性都会大大提高。

《点击查看更多精彩内容》

前 言

考研数学试题的命题原则之一是:试题以考查考生对数学的基本概念、基本原理和基本方法的理解和掌握程度为主,并在此基础上加强对考生的运算能力、抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力考查。因此,既重视“三基”(如上所述),又不是重复数学教材对数学理论的系统详尽论述,而是侧重于加深对教材中给出的数学理论的理解,并对照考试大纲规定对教材中欠缺的内容作出补充,正确引导考生根据考研试题的难度对有关解题方法进行归纳总结和拓展的复习指导书,对考生备考至关重要。本书即为满足该需求,帮助考生掌握正确复习方法、提高复习效率、增强应试信心而编写。

本书结构及特点:

一、全书分为高等数学、线性代数、概率与数理统计、综合题解四部分,内容完全按《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》的要求编写,无超纲内容。

二、前三部分基本上以数学教材划分的章为单位,依内容提要、重点内容、典型例题解析、练习题、练习题参考答案及提示的顺序编写。

内容提要中简述考纲考试内容的概念、定理、方法等,以及理解概念和掌握方法应注意的问题。旨在扫清考生掌握数学知识中的盲点,以便融会贯通。

重点内容根据近年来考研真题的特点及规律归纳而成。考生应在全面复习的基础上对该部分指出的内容重点复习。

典型例题解析中历年考研真题占有一定比例。例题由易到难排列,对各类基本解题方法都有系统总结;部分较难题例前有分析后有总结;重要类型题都作了系统归纳,有些还给出了独特解法。考生可在这些例题的引导下深刻理解概念、掌握正确的解题方法,以达举一反三、突破难点。

三、各章都配有适量练习题,解答题给出了答案或提示,便于考生检验自己解题是否正确。由于客观题知识点覆盖率高且解法独特,笔者编有《考研数学必做客观题 1500 题精析》帮助考生集中解决这方面的问题。作为对典型例题中很少列出客观题例解的补充,练习题中的所有选择题及填空题均给出了详解。

四、全书遴选例题内容全面,具有广泛的代表性,摒弃偏题怪题,难度与历年

考题相当。书中选有大量应用题帮助考生掌握建立数学模型的基本方法,提高解决实际问题的能力。为沟通各学科之间的联系,本书在第四部分安排了综合题解,以提高考生求解综合题的能力。

五、本书选材精当,语言精练,力求以不太大的篇幅让使用该书的读者收效最大化。

六、对数学二不要求的考试内容,书中都标有“*”号,方便选考数学二卷种的考生复习。

本书属提高型指导书,最适合强化阶段使用。冲刺阶段笔者另编著有《考研数学全真模拟试卷及精析》等供选用。

在基础复习阶段,建议使用下列教材:

《高等数学》(上、下册)

(第六版或第五版 同济大学应用数学系 高等教育出版社)

《线性代数》(第四版 同济大学应用数学系 高等教育出版社)

*《概率论与数理统计》(第三版 浙江大学盛骤等 高等教育出版社)

自2003年考试科目调整后,数学学科成绩对总分提高及影响再次凸现。这不仅因为数学学科的特点,更因为数学教育本质上是一种素质教育,它最符合目前硕士研究生入学考试的选拔要求。希望广大考研学子首先明白这点,及早准备,在复习过程中踏踏实实、循序渐进、心态平和、力戒浮躁,取得成功。

书中的不足和错误之处,恳请广大读者、数学同仁批评指正。

编者

2009年11月

文都图书邮购目录

序号	书 名	开 本	定价 (元)	作 者	出版 时间	出版社
考研英语系列						
1	《考研英语词汇速记宝典》	16 开	32.00	徐 绽	已出版	原子能
2	《考研英语题源阅读时文精选》	16 开	32.00	吴 斐	2010/01	外文
3	《考研英语历年真题精析:命题剖析及复习指导》	16 开	28.00	王 舰	2010/01	原子能
4	《考研英语三层递进攻克阅读理解》	16 开	28.00	徐 绽	2010/01	原子能
5	《考研英语历年真题来源报刊阅读 100 篇》	16 开	32.00	钟 平	2010/01	原子能
6	《考研英语高分策略:阅读专项特训 88 篇》	16 开	32.00	徐 绽	2010/01	原子能
7	《考研英语高分策略:翻译与句型结构专项特训》	16 开	16.00	李 超	2010/01	北京出版社
8	《考研英语写作秘笈》	32 开	12.00	王 舰	2010/01	原子能
9	《考研英语高分策略:写作专项特训 30 分》	16 开	22.00	徐 绽	2010/01	原子能
10	《考研英语高分策略:长难句与语法突破专项特训》	32 开	18.00	王 舰 程 呈	2010/01	原子能
11	《考研英语高分策略:完形填空与新题型专项特训》	16 开	18.00	赵文通	2010/01	原子能
12	《考研英语词汇说文解字——字根+联想+文化》	16 开	30.00	陈 文	2010/03	外文
13	《全国硕士研究生入学统一考试英语考试大纲导读》	32 开	18.00	文都考研 命题研究 中心	2010/08	原子能
14	《考研英语考前必做三套题》	16 开	10.00	文都考研 命题研究 中心	2010/10	内部
15	《考研英语绝对考场最后五套题》	8 开	12.00	徐 绽	2010/10	原子能
考研数学系列						
16	《考研数学必备手册》	64 开	5.00	蔡子华	已出版	新华
17	《考研数学必做客观题 1500 题精析》	16 开	35.00	蔡子华	已出版	原子能
18	《考研数学高等数学过关与提高》(上)	32 开	16.00	黄先开 曹显兵	已出版	原子能
19	《考研数学高等数学过关与提高》(下)	32 开	13.00	黄先开 曹显兵	已出版	原子能
20	《考研数学微积分过关与提高》	32 开	19.00	黄先开 曹显兵	已出版	原子能
21	《考研数学线性代数过关与提高》	32 开	18.00	黄先开 曹显兵	已出版	原子能
22	《考研数学概率论与数理统计过关与提高》	32 开	18.00	曹显兵 黄先开	已出版	原子能
23 ~ 24	《考研数学复习大全》(经济类/理工类)	16 开	45.00 56.00	蔡子华	已出版	原子能
25	《考研数学接力题典 1800:通关·高分·夺冠必备》	16 开	40.00	汤家风	已出版	原子能
26	《考研数学必做主观题 500 题精析》	16 开	30.00	蔡子华	2010/01	原子能
27	《全国硕士研究生入学统一考试高等数学辅导讲义》	16 开	20.00	蔡子华	2010/01	原子能
28	《全国硕士研究生入学统一考试线性代数辅导讲义》	16 开	14.00	汤家风	2010/01	北京教育

序号	书 名	开本	定价 (元)	作者	出版 时间	出版社
29 ~ 31	《考研数学历年真题精析》(数学一至数学三)	16 开	22.00 20.00 20.00	蔡子华	2010/01	原子能
32	《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲导读》	32 开	12.00	文都考研 命题研究 中心	2010/08	原子能
33 ~ 35	《考研数学全真模拟试卷及精析》(数学一至数学三)	16 开	16.00/册	蔡子华	2010/09	原子能
36 ~ 38	《考研数学考前必做三套题》(数学一至数学三)	16 开	8.00/册	汤家凤	2010/10	内部
考研政治系列						
39	《考研政治早知道——核心知识精粹及典型真题》	32 开	10.00	李海洋 齐 文	2009/12	原子能
40	《报考知识全集及政治理论基干知识全集》	32 开	12.00	徐之明	2010/01	原子能
41	《考研政治历年真题精析》	16 开	18.80	李海洋 齐 文	2010/01	原子能
42	《政治理论近年真题心解》	16 开	15.00	徐之明	2010/01	原子能
43	《考研政治精选实用教程——马克思主义基本原理概论》	32 开	10.00	李海洋	2010/07	原子能
44	《考研政治精选实用教程——毛泽东思想和中国特色社会主义理论体系概论》	32 开	10.00	王向明	2010/07	原子能
45	《考研政治精选实用教程——中国近现代史纲要》	32 开	10.00	汪云生	2010/07	原子能
46	《考研政治精选实用教程——思想道德修养与法律基础》	32 开	10.00	蒋中挺	2010/07	原子能
47	《政治理论梯度实战训练题全集》	16 开	48.00	徐之明	2010/07	原子能
48	《政治理论名师典藏教案》	16 开	48.00	徐之明	2010/08	原子能
49	《考研政治精选实用教程》	16 开	40.00	李海洋 王向明	2010/08	原子能
50	《全国硕士研究生入学统一考试政治理论考试大纲导读》	32 开	12.00	文都考研 命题研究 中心	2010/08	原子能
51	《考研政治大纲解析配套习题同步训练 1600 题》	16 开	32.00	李海洋 齐 文	2010/08	原子能
52	《考研政治多选题解题技巧与高分实战演练》	16 开	28.00	李海洋 齐 文	2010/09	原子能
53	《考研政治单元突破与习题精讲精练》	16 开	30.00	李海洋 齐 文	2010/09	原子能
54	《形势与政策全集暨相关分析题预测》	32 开	13.80	徐之明	2010/09	原子能
55	《考研政治形势与政策理论热点剖析及命题预测》	32 开	12.00	齐 文	2010/09	原子能
56	《考研政治大纲要点 5 天速记》	64 开	10.00	李海洋 齐 文	2010/10	原子能
57	《考研政治大串讲讲义》	32 开	20.00	李海洋 王向明等	2010/11	原子能
58	《考研政治考前必背重点 20 题》	32 开	10.00	文都考研 命题研究 中心	2010/11	内部

序号	书 名	开本	定价(元)	作者	出版时间	出版社
59	《考研政治考前必做三套题》	16 开	8.00	文都考研命题研究中心	2010/11	内部
60	《徐之明考研政治考前 20 天核心预测》	32 开	10.00	徐之明	2010/11	原子能
61	《政治理论终极预测 4 套卷》	16 开	10.00	徐之明	2010/11	原子能
62	《考研政治绝对考场最后五套题》	16 开	12.00	李海洋	2010/11	原子能
考研西医系列						
63	《考研西医综合辅导讲义》	16 开	78.00	贺银成	2010/03	原子能
64	《考研西医综合辅导讲义同步练习》	16 开	40.00	贺银成	2010/04	原子能
65	《考研西医综合历年真题精析》	16 开	38.00	贺银成	2010/04	原子能
66	《考研西医综合全真模拟试卷及精析》	16 开	18.00	贺银成	2010/07	原子能
考研计算机系列						
67	《计算机专业基础综合要点速记手册》	64 开	10.00	崔巍 冯利	2010/02	原子能
68	《计算机学科专业基础综合辅导讲义》	16 开	50.00	崔巍 卫真 白龙飞等	2010/03	原子能
69	《计算机学科专业基础综合辅导讲义同步练习》	16 开	35.00	崔巍 卫真 白龙飞等	2010/03	原子能
70	《计算机学科专业基础综合考试全真模拟试题集》	16 开	15.00	崔巍 冯利	2010/08	原子能
大学英语四、六级系列						
71	《大学英语四级背单词练听力》(赠 MP3)	32 开	20.00 (拟)	张雅军 宫雍	2010/1	外文
72	《大学英语四级词汇分层突破》(赠 MP3)	32 开	20.00 (拟)	黄磊 何威威 徐可风	2010/1	外文
73	《大学英语四六级考试词汇高分突破》(赠 MP3)	32(异)	25.00	黄磊 王丽 何威威	2010/1	原子能
74	《大学英语四级写作综合三层突破》	16 开	18.00 (拟)	黄磊 何凯文 赵文通	2010/1	外文
75	《大学英语四级听力理解强化集训》(赠 MP3)	32 开	16.00 (拟)	赵文通 宫雍	2010/1	外文
76	《大学英语四级阅读理解强化集训》	32 开	16.00 (拟)	赵文通 何威威 徐可风	2010/1	外文
77	《大学英语四级综合测试强化集训》	32 开	9.00 (拟)	赵文通 徐可风 何凯文	2010/1	外文

序号	书 名	开本	定价 (元)	作者	出版 时间	出版社
78	《大学英语四级考试历年真题精析(精华版)》 (赠 MP3)	16 开	19.80	赵文通 何威威 宫 雍	2010/1	外文
79	《大学英语六级考试历年真题精析(精华版)》 (赠 MP3)	16 开	25.00	张 静 刘玉楼	2010/1	原子能
80	《大学英语四级考试历年真题精读笔记》(拟) (赠 MP3)	16 开	29.80 (拟)	张雅军 何威威 宫 雍	2010/1	外文
81	《大学英语四级考试全真试题与预测 5 + 5》(赠 MP3)	16 开	19.80 (拟)	文都大学英语 四六级命题 研究中心	2010/1	外文
82	《大学英语四级考试全真预测卷》(赠 MP3)	16 开	19.80	何威威 徐可凤 宫 雍	2010/1	外文
83	《大学英语攻克四级一本通——命题剖析与应试 指导》	16 开	19.00 (拟)	李 超 何威威 宫 雍 徐可凤	2010/1	外文
84	《大学英语四六级写作一本通》	32 开	12.00 (拟)	黄 磊 赵文通 徐可凤	2010/1	外文

成人英语三级系列

85	《成人英语三级词汇一本通》	16 开	28.00	李洪亮 龙 啸	已出版	现代
86	《成人英语三级辅导讲义》	16 开	22.00	李洪亮 龙 啸	已出版	现代
87	《成人英语三级历年真题精析》	16 开	17.00	李洪亮 龙 啸	已出版	现代
88	《成人英语三级全真模拟试卷》	16 开	15.00	李洪亮 龙 啸	已出版	现代

国家临床执业医师资格考试系列

89	《国家临床执业医师资格考试辅导讲义(上、下)》	16 开	138.00 (全册)	顾艳南	2010/01	原子能
90	《国家临床执业医师资格考试辅导讲义目标练习》	16 开	35.00	顾艳南	2010/01	原子能
91	《国家临床执业医师资格考试历年真题精析》	16 开	35.00	顾艳南	2010/01	原子能
92	《国家临床执业医师资格考试全真模拟题集》	16 开	20.00	顾艳南	2010/06	原子能

网址: www.51testbook.com <http://book.wendu.com>

文都学友之家: <http://xueyou.wendu.com>

电话: 010 - 88820463 88820465 88820418

传真: 010 - 88820136 转 830

地址: 北京市海淀区西三环北路 72 号世纪经贸大厦 B 座 20 层

邮编: 100048

读者意见调查表

亲爱的读者：

您好！非常感谢您对文都图书的信赖与支持。从一九九六年至今，文都的研究生考试和大学英语四、六级考试命题研究愈加深入到位，精品图书一版再版、层出不穷。文都图书已拥有一大批优异的一线名师作者资源，汇集当前国内各个学科领域顶尖专家学者，紧密围绕教学考试要求，每年出版百余种各类教学考试辅导丛书，内容实用权威，体例完美，发展至今每一本都堪称文都精品。

为了充分了解广大学子对数学图书的需求，向读者提供更高贴切度、更高质量的图书，文都图书事业编辑部特别推出了此次有奖调查活动，希望您抽出宝贵的几分钟时间填写以下调查表。每一位热心参与的朋友，我们都将有精美礼品随之奉上！

来信请寄：

北京市海淀区西三环北路 72 号世纪经贸大厦 B 座 20 层

文都图书事业编辑部数学组收

邮编：100048

《考研数学复习大全》

读者信息：

姓名_____年龄_____职业_____教育背景_____

通讯地址_____邮编_____

联系电话_____E-mail _____

1. 请问您本科所学专业是_____，拟报考的研究生专业是_____，
需考数学_____。
2. 请问您认为自己的数学基础：
☐ 不好 ☐ 一般 ☐ 好
3. 您是如何得到本书的？
☐ 辅导班赠送 ☐ 在书店看到并购买 ☐ 通过网站了解并购买 ☐ 朋友推荐购买
☐ 老师推荐购买 ☐ 其他方式_____
4. 请问您认为本书在哪些方面对您有帮助(可多选)：
☐ 内容提要 ☐ 重要公式及结论 ☐ 典型例题 ☐ 例题分类方式 ☐ 例题分析与讲解
☐ 练习题及参考答案 ☐ 其他_____
5. 您认为本书的优点为(可多选)：
☐ 版式设计合理 ☐ 印刷精美 ☐ 封面设计漂亮 ☐ 内容全面，与大纲相合
☐ 难度适中 ☐ 问题分析详细深入 ☐ 练习题精当 ☐ 其他_____
6. 您认为本书在哪些方面还有待改进(可多选)：
☐ 版式设计 ☐ 印刷质量 ☐ 封面设计 ☐ 内容讲解及例题设置
☐ 题型分类方式 ☐ 题目解析 ☐ 练习题答案详细程度 ☐ 其他_____

7. 您在学习数学过程中最需要哪些方面的帮助(可多选):

- ☐概念的理解 ☐定理的掌握 ☐方法的应用 ☐题型的归纳
☐做题技巧的总结 ☐读书方法的指导 ☐其他_____

8. 请问您还需要哪些方面的考研数学辅导资料(可多选):

- ☐考研综合题集 ☐考研分层题集 ☐考研题型专题讲解 ☐历年真题 ☐模拟试题
☐其他_____

9. 请问您在购买考研数学辅导图书、资料时,主要考虑的因素有(可多选):

- ☐出版社影响力 ☐作者名气 ☐印刷质量 ☐定价 ☐内容质量
☐网络评论 ☐同学、朋友推荐 ☐辅导班老师推荐 ☐封面的文字介绍
☐前言、目录的吸引力 ☐其他_____

10. 请问您一般通过哪些渠道购买考研数学辅导图书、资料(可多选):

- ☐新华书店 ☐大学书店 ☐网上书店 ☐考研辅导班 ☐其他渠道_____

11. 您读完本书后,会为本书写一篇评论吗? <http://www.51testbook.com>

- ☐会,因为_____ ☐不会,因为_____

12. 请问您会将本书推荐给:

- ☐5人以上 ☐4—5人 ☐2—3人 ☐1人 ☐0人

13. 您所知道的类似的图书有:

14. 您对文都图书的其他意见和建议(可另附页)_____

如果您对本书有更多建议,请发邮件到 wendubook@163.com

文都网址:www.wendu.com

文都网上书城:www.51testbook.com

文都图书编辑部博客:<http://wendutushu.blog.sohu.com>

发行部 QQ:791615263

非常感谢您的热心参与!

目 录

第一部分 高等数学

第一章 函数 极限 连续性	1	重点内容	120
内容提要	1	典型例题解析	120
重点内容	6	练习题	125
典型例题解析	7	练习题参考答案及提示	126
练习题	19	第七章 空间解析几何与向量代数	130
练习题参考答案及提示	21	内容提要	130
第二章 导数与微分	25	重点内容	133
内容提要	25	典型例题解析	133
重点内容	27	练习题	140
典型例题解析	28	第八章 多元函数微分法及其应用	147
练习题	34	内容提要	147
练习题参考答案及提示	37	重点内容	151
第三章 中值定理与导数的应用	42	典型例题解析	151
内容提要	42	练习题	163
重点内容	45	练习题参考答案及提示	166
典型例题解析	45	第九章 重积分	172
练习题	63	内容提要	172
练习题参考答案及提示	67	重点内容	175
第四章 不定积分	72	典型例题解析	175
内容提要	72	练习题	190
重点内容	74	练习题参考答案及提示	193
典型例题解析	74	第十章 曲线积分与曲面积分	199
练习题	82	内容提要	199
练习题参考答案及提示	84	重点内容	201
第五章 定积分	88	典型例题解析	201
内容提要	88	练习题	226
重点内容	90	练习题参考答案及提示	229
典型例题解析	90	第十一章 无穷级数	235
练习题	108	内容提要	235
练习题参考答案及提示	111	重点内容	241
第六章 定积分的应用	117	典型例题解析	242
内容提要	117	练习题	267
		练习题参考答案及提示	270
		第十二章 微分方程	276
		内容提要	276

重点内容	278
典型例题解析	278
练习题	291
练习题参考答案及提示	294

第二部分 线性代数

第一章 行列式与矩阵	298
内容提要	298
重点内容	305
典型例题解析	305
练习题	325
练习题参考答案及提示	326
第二章 向量组的线性相关性与矩阵的秩	329
内容提要	329
重点内容	333
典型例题解析	333
练习题	347
练习题参考答案及提示	349
第三章 线性方程组	352
内容提要	352
重点内容	354
典型例题解析	354
练习题	374
练习题参考答案及提示	376
第四章 相似矩阵与二次型	379
内容提要	379
重点内容	384
典型例题解析	384
练习题	416
练习题参考答案及提示	417

第三部分 概率与数理统计

第一章 随机事件与概率	421
内容提要	421
重点内容	424

练习题	432
练习题参考答案及提示	434
第二章 随机变量及其分布	436
内容提要	436
重点内容	438
典型例题解析	438
练习题	446
练习题参考答案及提示	448
第三章 多维随机变量及其分布	451
内容提要	451
重点内容	453
典型例题解析	453
练习题	465
练习题参考答案及提示	467
第四章 随机变量的数字特征	472
内容提要	472
重点内容	474
典型例题解析	474
练习题	488
练习题参考答案及提示	489
第五章 大数定理、中心极限定理	493
内容提要	493
重点内容	494
典型例题解析	494
练习题	496
练习题参考答案及提示	497
第六章 数理统计	499
内容提要	499
重点内容	505
典型例题解析	505
练习题	513
练习题参考答案及提示	514

第四部分 综合题解

附录	545
-----------------	-----

第一部分 高等数学

第一章 函数 极限 连续性

⇒ 内容提要

(一) 主要内容

1. 函数

(1) 函数的定义及定义域

① 函数的定义: 设 x 和 y 是两个变量, D 是一个给定的数集, 如果对于每个数 $x \in D$, 变量 y 按照一定的法则总有确定的数值与它对应, 则称 y 是 x 的函数.

② 函数的定义域: 使函数 y 有意义的自变量 x 取值的集合.

③ 函数相同的条件: a . 定义域相同; b . 对应法则相同.

(2) 复合函数的定义: 由 $y = f(u)$, $u = \varphi(x)$ 而成的函数 $y = f[\varphi(x)]$ 称为由此二函数复合而成的复合函数.

掌握复合函数必须掌握以下四点:

① 要使 $y = f(u)$, $u = \varphi(x)$ 能复合成 $y = f[\varphi(x)]$, 必须 $u = \varphi(x)$ 的值域与 $y = f(u)$ 的定义域的交集不是空集;

② 给出函数 $y = f(u)$ 和 $u = \varphi(x)$ 会将其复合, 特别是当 $y = f(u)$, $u = \varphi(x)$ 都是分段函数时求复合函数是难点, 要尽力突破;

③ 会将复合函数分解成多个简单函数的复合;

④ 会求复合函数的定义域.

(3) 反函数: 若由函数 $y = f(x)$ 得到 $x = \varphi(y)$ 则称 $x = \varphi(y)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数, 也可将 $x = \varphi(y)$ 记为 $y = f^{-1}(x)$.

应注意的是: 单值、单调的函数 $y = f(x)$ 一定有反函数, 且其反函数也一定是单值、单调的.

(4) 基本初等函数, 称:

① 幂函数 $y = x^\mu$ (μ 是常数)

② 指数函数 $y = a^x$ (a 是常数 $a > 0, a \neq 1$)

③ 对数函数 $y = \log_a x$ (a 是常数 $a > 0, a \neq 1$)

④ 三角函数 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ 等

⑤ 反三角函数 $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x$ (反三角函数的主值) 为基本初等函数.

(5) 初等函数: 由常数和五类基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的复合步骤所构成并可用一个式子表示的函数.

应注意的是:由于分段函数一般不能用一个式子表示,故分段函数一般不是初等函数.

(6) 双曲函数和反双曲函数

① 双曲函数

$$\text{双曲正弦: } \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{双曲余弦: } \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\text{双曲正切: } \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

② 反双曲函数

$$\text{反双曲正弦: } \operatorname{arsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad \text{反双曲余弦: } \operatorname{arch} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\text{反双曲正切: } \operatorname{arth} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$$

(7) 函数的特性

① 有界性

a. 定义:对一切 $x \in D$, 若存在正数 M , 使 $|f(x)| \leq M$, 则称 $f(x)$ 在 D 上有界, 否则称 $f(x)$ 在 D 上无界.

b. 应注意的问题:函数 $y = f(x)$ 在 D 上有界, 其导函数与原函数在 D 上都不一定有界
如 $y = \sqrt[3]{x}$ 在 $[-1, 1]$ 上有界, 但其导函数 $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ 在 $[-1, 1]$ 上无界.

又如 $y = 1 + \sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界, 但其原函数 $F(x) = x - \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界.

② 单调性

a. 定义:设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D . 区间 $I \subset D$. 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2 且 $x_1 < x_2$ 时恒有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的; 若 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在区间 I 上单调减少.

b. 应注意的问题:单调函数的原函数和导函数都不一定单调. 如 $y = x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调增加. 但其导函数 $y' = 3x^2$ 和原函数 $F(x) = \frac{x^4}{4}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内都不单调.

③ 奇偶性

a. 定义: $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称, 若对一切 $x \in D$, $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数. 若对一切 $x \in D$, $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数.

b. 奇、偶函数的性质

奇函数 + 奇函数 = 奇函数

偶函数 + 偶函数 = 偶函数

奇函数 $\times$ 偶函数 = 奇函数

偶函数 $\times$ 偶函数 = 偶函数

奇函数 $\times$ 奇函数 = 偶函数

任一个以关于原点对称的区间为定义域的函数 = 奇函数 + 偶函数.

即

$$f(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

(偶函数)

(奇函数)

c. 导函数与原函数的奇偶性

可导偶函数的导函数是奇函数
连续奇函数的原函数是偶函数

可导奇函数的导函数是偶函数
连续偶函数的原函数中有一个是奇函数

④ 周期性

a. 定义: 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D . 如果存在一个不为零的数 T , 使对一切 $x \in D (x \pm T \in D)$, $f(x+T) = f(x)$ 恒成立. 则称 $f(x)$ 为周期函数, 最小的正数 T 称作其周期.

b. 导函数的周期性: 可导周期函数的导函数一定是周期函数.

c. 应注意的问题: 周期函数的原函数不一定是周期函数. 如 $f(x) = 1 + \cos x$ 是以 2π 为周期的函数, 但其原函数 $F(x) = x + \sin x$ 不是周期函数. 而 $f(x) = \cos x$, 则 $F(x) = \sin x$ 又是周期函数.

2. 极限的概念及运算性质

(1) 极限的定义:

① 数列的极限的定义: $\forall \epsilon > 0, \exists$ 正整数 N , 使当 $n > N$ 时 $|x_n - a| < \epsilon$, 则称 a 是 $n \rightarrow \infty$ 时数列 x_n 的极限. 记为 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$.

② $x \rightarrow \infty$ 时函数极限的定义: $\forall \epsilon > 0, \exists$ 正数 X , 使当 $|x| > X$ 时 $|f(x) - A| < \epsilon$, 则称 A 为函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow \infty$ 时的极限. 记作 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$.

③ $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限的定义: $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$, 使当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, $|f(x) - A| < \epsilon$, 则称 A 是当 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限. 记为 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$.

④ $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)$ 的左、右极限

a. 定义: $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$, 使当 $0 < x - x_0 < \delta$ 时, $|f(x) - A| < \epsilon$, 则称 A 为函数 $f(x)$ 在 $x \rightarrow x_0$ 时的右极限. 记为 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$.

$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$, 使当 $-\delta < x - x_0 < 0$ 时, $|f(x) - A| < \epsilon$, 则称 A 为函数 $f(x)$ 在 $x \rightarrow x_0$ 时的左极限. 记为 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$.

b. $x \rightarrow x_0$ 时极限存在的充要条件

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A.$$

(2) 极限的四则运算法则

① 法则: 若 $\lim f(x) = A$ $\lim g(x) = B$.

则 $\lim [f(x) \pm g(x)] = A \pm B$ $\lim [f(x) \cdot g(x)] = AB$ $\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$ ($B \neq 0$)

② 应注意的问题:

a. 只有当各极限存在时才能运用极限的四则运算法则.

b. 函数的和、差、积、商的极限存在不能保证各自的极限存在.

$$\text{如 } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \frac{1}{2}$$

函数的乘积的极限存在, 但 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x$ 不存在.

(3) 复合函数的极限运算法则

设函数 $u = \varphi(x)$ 当 $x \rightarrow x_0$ 时极限存在且等于 a , 但在 x_0 点的某去心邻域内 $\varphi(x) \neq a$,