TANXING LIXUE

高等学校
土建类专业规划教材

弹性力学

樊友景 主编　　何 伟 副主编

化学工业出版社

高等学校土建类专业规划教材

弹性力学

樊友景　主编
何　伟　副主编
陈　哲　韩宪军　杨守波　参编

化学工业出版社
·北京·

本书是为高等学校土木工程类专业编写的弹性力学教材。主要介绍了弹性力学的基本概念、基本理论和基本方法。全书包括绪论、平面问题的基本理论、平面问题的直角坐标解答、平面问题的极坐标解答、平面问题有限元法、空间问题的基本理论共6章内容。

本书可作为普通高等学校土木工程类专业的弹性力学教材。也可作为其它工科专业少学时弹性力学教材使用，并可供工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

弹性力学/樊友景主编．—北京：化学工业出版社，2010.7

高等学校土建类专业规划教材

ISBN 978-7-122-08485-9

Ⅰ．弹…　Ⅱ．樊…　Ⅲ．弹性力学-高等学校-教材　Ⅳ．O343

中国版本图书馆CIP数据核字（2010）第115210号

责任编辑：陶艳玲　　装帧设计：王晓宇

责任校对：陈　静

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街13号　邮政编码100011）

印　　装：化学工业出版社印刷厂

787mm×1092mm　1/16　印张10　字数243千字　2010年9月北京第1版第1次印刷

购书咨询：010-64518888(传真：010-64519686)　售后服务：010-64518899

网　　址：http://www.cip.com.cn

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定　　价：19.00元

前　言

弹性力学的基本理论和处理问题的方法已广泛应用于建筑结构、水工结构、机械设计、宇航航空等许多领域。因此，弹性力学课程长期以来一直是许多工科专业的必修课或选修课。本书是为高等学校土木工程类专业编写的弹性力学教材。主要介绍了弹性力学的基本概念、基本理论和基本方法。

本书的特点是内容精炼、由浅入深。注意理论联系实际，特别是土木工程的实际应用。全书包括绪论、平面问题的基本理论、平面问题的直角坐标解答、平面问题的极坐标解答、平面问题有限元法、空间问题的基本理论共 6 章内容。一般用 30～36 学时讲完。为使学生加深对弹性力学基本概念、基本理论的理解和掌握弹性力学的基本方法，各章编入了提要和较多的例题、思考题及习题，习题附有答案与提示，以方便学生和教师使用。

本书由樊友景担任主编，何伟担任副主编。第 1 章由华北水利水电学院何伟、郑州大学樊友景编写，第 2 章由信阳师院陈哲老师编写，第 3 章由何伟编写，第 4 章和第 6 章由河南理工大学韩宪军编写，第 5 章由樊友景和濮阳职业技术学院杨守波编写，全书由樊友景修改定稿。

本书是在总结了编者多年来教学经验的基础上，参考了现行有关教材编写而成。在此我们向这些教材的编者表示诚挚的谢意。

由于时间仓促，编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

编者
2010 年 3 月

目　录

第 1 章　绪　　论

【本章提要】

本章主要介绍了弹性力学的研究对象和研究内容；弹性力学中的基本物理量；弹性力学的基本假定；弹性力学的研究方法等。

1.1　弹性力学的研究对象和研究内容

弹性力学（theory of elasticity），又称为弹性理论，或称为弹性体力学，它是固体力学的一个分支。主要研究弹性固体由于受外力作用、边界约束或温度改变及其它外界因素作用下产生的应力、应变和位移。它是振动力学、塑性力学、板壳理论、计算力学及实验应力分析和某些交叉学科的基础，广泛应用于土木、水利、机械、化工、航天等工程领域。

从研究内容上看弹性力学与材料力学、结构力学是相同的。都是研究变形体（各种结构物或其构件）在弹性阶段的应力、应变和位移，校核它们是否具有所需的强度、刚度和稳定性，并寻求和改进它们的计算方法。但是，从研究对象上看弹性力学与材料力学、结构力学有所不同。

在材料力学中，主要研究单根杆件（横截面尺寸远远小于其长度的构件），如图 1-1(a) 所示。研究杆件在基本变形（即拉压、剪切、扭转、弯曲）或组合变形情况下的应力和位移。

结构力学主要是在材料力学的基础上研究由杆件所组成的结构，即杆件结构，例如桁架、刚架、组合结构等。

但是，在工程中还会遇到非杆件的变形固体，例如板、壳、实体结构［如图 1-1(b)、(c)、(d) 所示］等。这些都是材料力学难以解决的问题，将在弹性力学中加以研究。另外，弹性力学还要对杆件作进一步的、精确的分析。

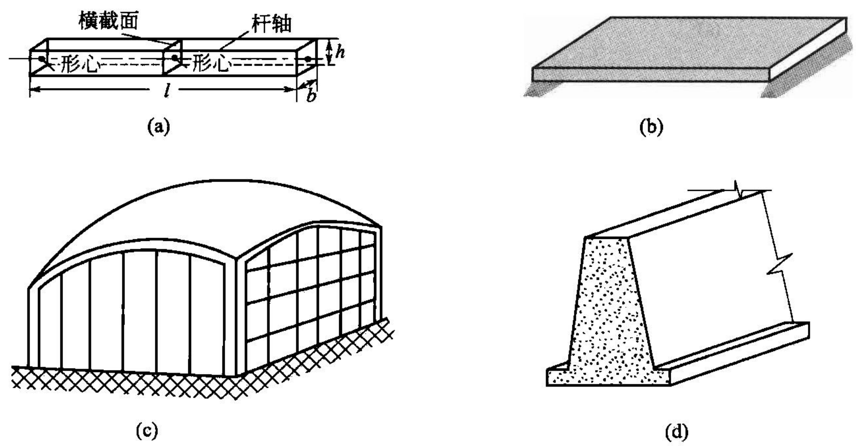

图 1-1　各种类型的构件

为了便于理解和记忆，将理论力学、材料力学、结构力学和弹性力学的研究对象和研究内容比较列于表 1-1。

表 1-1 各力学课程研究对象和研究内容比较

课　　程	研究对象	研究内容
理论力学	质点、刚体	物体机械运动的一般规律
材料力学	单根杆件	变形体在弹性阶段的应力、应变和位移，校核它们是否具有所需的强度、刚度和稳定性
结构力学	杆件结构	
弹性力学	板、壳、实体、单根杆件	

虽然在材料力学和弹性力学中都研究杆件，都是从静力学、几何学、物理学三方面进行分析，并引入了必要的基本假定（见 1.3 节）。但是材料力学还引入了一些关于杆件变形状态和应力分布的补充假定，因此，大大简化了数学推演，而所得的解答也常有一定的近似性。而在弹性力学中研究杆件，一般不需要引用上述补充假定，因而所得结果比较精确。因此，可以根据弹性力学对杆件所得的精确结果来判断材料力学解答的误差，并可指出在一定的计算精度要求下，材料力学解答的使用范围或条件。

下面举几例来说明材料力学与弹性力学的分析方法和计算结果的差别。

（1）深梁问题

在材料力学中研究直梁在横向荷载作用下的弯曲时，如图 1-2(a) 所示，引用了“纵向纤维互不挤压”假定和“平截面”假定。得出的结果是：挤压应力 σ_y 沿截面高度处处为零，横截面上的正应力 σ_x 按直线分布，如图 1-2(b) 所示。

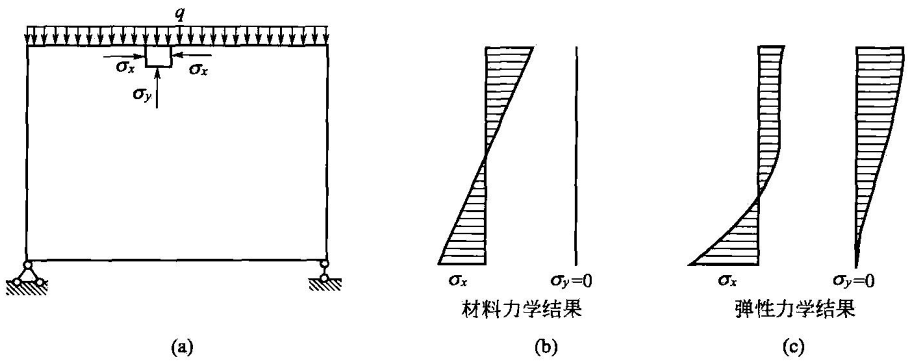

图 1-2　深梁的应力分布

而用弹性力学研究这个问题，不需要引用上述假定，得到的结果是：挤压应力 σ_y 沿截面高度按三次曲线分布，横截面上的正应力 σ_x 沿界面高度按曲线分布，如图 1-2(c) 所示。只有当梁的截面高度 h 远小于梁的跨度 l($h<l/4$) 时，横截面上的正应力 σ_x 才接近于直线分布。所以材料力学的解答只适用于细长的梁，不适用于深梁（即梁的截面高度与梁的跨度是同等大小的梁）。

（2）局部应力集中问题

在材料力学中就指出有孔的拉伸构件，在孔附近出现应力集中，但却无法确定应力的分布规律和最大应力，而是假定拉应力在净截面上均匀分布，如图 1-3(a) 所示。弹性力学将对这个问题作精确的分析，计算结果表明净截面上的拉应力远不是均匀分布，孔边的最大拉应力会比平均拉应力大出很多倍，而且除了拉应力还有横向应力，如图 1-3(b) 所示。

（3）平衡问题

在材料力学中常常是取整个杆件或一段杆件进行分析，由此求得的应力虽能保证杆件整段的平衡，但有时不能保证杆件内每一微小部分（微元体）的平衡。如图 1-4(a) 所示变截

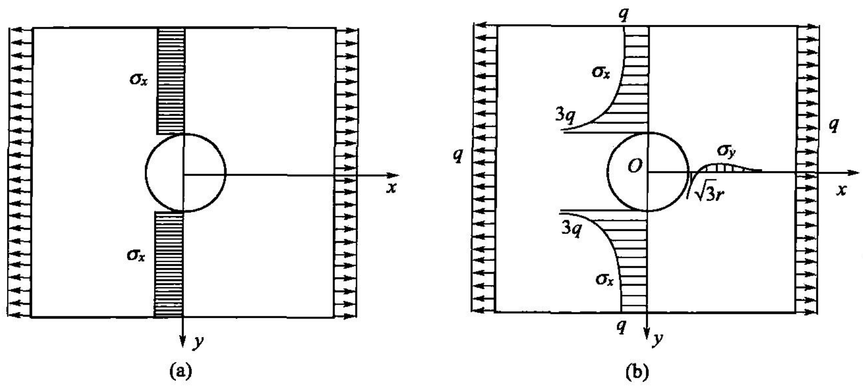

图 1-3　孔边应力集中

面轴向受拉杆件，若按材料力学方法计算其应力，则认为杆件的纵向纤维互不积压，任一横截面 m—n 上无切应力，且正应力在横截面上均匀分布，如图 1-4(b) 所示，由图 1-4(b) 所示部分的平衡条件得到 $\sigma_x=F/A$（A 为横截面 mn 的面积）。这样，若在杆件的边界处截取一微元体［如图 1-4(b) 中的阴影部分］，按上述材料力学的解答，可知微元体各个侧面上的应力分布如图 1-4(c) 所示。可见，这个微元体无法平衡，显然，上述材料力学的结果是错误的。因为杆件整段是平衡的，其中任一微小部分也应该是平衡的。

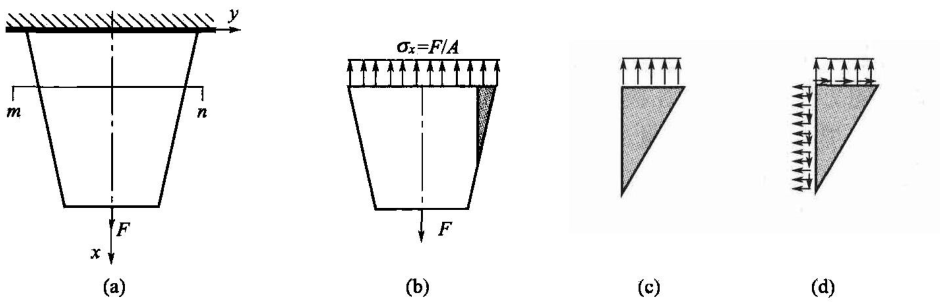

图 1-4　变截面构件的平衡问题

在弹性力学中，认为弹性体是有无限多个微元体组成的。当研究某点的应力状态时，就在该点附近取出一微元体，考虑微元体的平衡，所得结果能保证弹性体的所有微元体的平衡，自然也能保证弹性体整体平衡或某一局部平衡。按弹性力学的研究方法得到图 1-4(c) 所示微元体，在它的两个互相垂直的侧面上均有正应力和切应力存在，如图 1-4(d) 所示。

综上所述，材料力学和弹性力学研究杆件所采用方法的异同如表 1-2 所示。

表 1-2　材料力学和弹性力学研究方法的异同

课程	求解依据	研究时所采用的假定	研究时所取隔离体
材料力学	平衡条件 几何条件 物理关系	均匀、连续、各向同性、理想弹性、小变形 平截面假定、纵向纤维互不挤压	构件的整体或构件的某一局部
弹性力学		均匀、连续、各向同性、理想弹性、小变形	构件的无限小的微元体

弹性力学可以解决材料力学无法解决的很多问题（如板、壳、实体和孔边应力集中问题），并对杆件进行精确分析，以检验材料力学结果的适用范围和精度。与材料力学相比，弹性力学的研究对象更为普遍，研究方法更为严密，计算结果更为精确，应用范围更为

广泛。

1.2 弹性力学中的基本物理量

弹性力学中基本物理量主要有外力、应力、应变（形变）和位移。这些基本物理量在材料力学中有的已做过介绍，但是在弹性力学中这些基本物理量的定义、记号或正负规定与材料力学中的规定不尽相同，下面给以详细说明。

1.2.1 外力（external force）

作用于物体的外力可以分为体积力（简称为体力）和表面力（简称为面力）两种。

① 体力（body force），是指分布在物体体积内的外力，它作用于物体内部的各个质点上，例如重力、磁力和运动物体的惯性力等。物体内各点受体力的情况，一般是不相同的。下面采用极限的方法来研究在物体内部任一点 A 处所受体力的大小和方向。

可以先在物体内点 A 附近选取物体的一小部分，该部分包含点 A 且它的体积为 ΔV，如图 1-5(a) 所示。建立如图所示坐标系，设作用于 ΔV 的总的体力为 $\Delta \boldsymbol{F}$，则体力的平均集度为$\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta V}$。假定体力在体积内连续分布，令 ΔV 不断减小，则 $\Delta \boldsymbol{F}$ 和$\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta V}$都将不断地改变大小、方向和作用点，当 ΔV 接近于 0 而趋于点 A 时，$\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta V}$将趋于一定的极限 $\boldsymbol{f}$，即

$$\lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta V} = \boldsymbol{f} \tag{1-1}$$

这个极限矢量 $\boldsymbol{f}$，就是物体在点 A 所受体力的集度。由于体积 ΔV 是标量，体力 $\Delta \boldsymbol{F}$ 是矢量，故 $\boldsymbol{f}$ 的方向就是 $\Delta \boldsymbol{F}$ 在极限位置的方向。记矢量 $\boldsymbol{f}$ 在 x、y、z 坐标轴上的投影分别为 f_x、f_y、f_z，常称为体力分量。显然由于物体内各点受体力的情况一般不同，因此 f_x、f_y、f_z 都是点位置坐标 x、y、z 的函数。体力分量以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。其量纲是 $\mathrm{L}^{-2}\mathrm{MT}^{-2}$（[力][长度]$^{-3}$）。

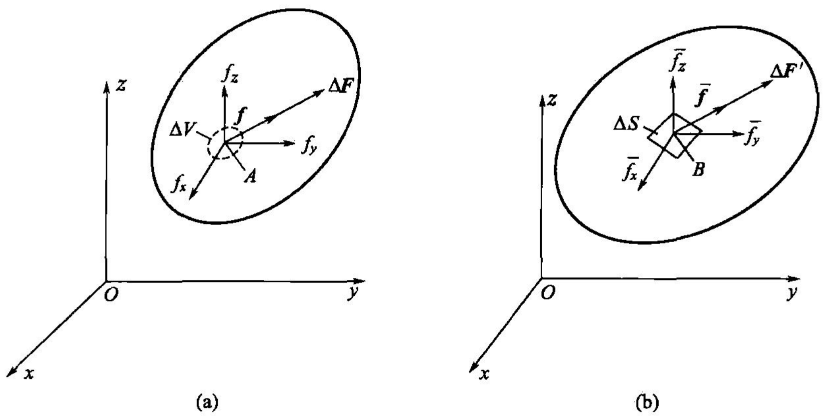

图 1-5 体力和面力

② 面力（surface force），是作用在物体表面上的力，通过与物体表面相接触来传递力的作用。例如液体压力和物体间的接触力。物体在其表面上各点所受面力的情况，一般也不相同。如图 1-5(b) 所示，为了研究物体在其表面上某一点 B 处所受面力的大小和方向。可在点 B 处取该物体表面的一小部分，它包含着点 B 且面积为 ΔS。设作用于 ΔS 的面力为 $\Delta \boldsymbol{F}'$，则面力的平均集度为$\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}'}{\Delta S}$。假定面力连续分布，令 ΔS 无限减小而趋于点 B，则$\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}'}{\Delta S}$将

趋于一定的极限$\overline{f}$，即

$$\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{F}'}{\Delta S}=\overline{\boldsymbol{f}} \tag{1-2}$$

这个极限矢量$\overline{\boldsymbol{f}}$就是该物体在$B$点所受面力的集度。因为$\Delta S$是标量，面力$\Delta \boldsymbol{F}$是矢量，故$\overline{\boldsymbol{f}}$方向就是$\Delta \boldsymbol{F}'$在极限位置的方向。记矢量$\overline{\boldsymbol{f}}$在$x$、$y$、$z$坐标轴上的投影分别为$\overline{f}_x$、$\overline{f}_y$、$\overline{f}_z$，称为面力分量。面力分量的正负规定与体力分量相同，以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。它们的量纲是$\mathrm{L}^{-1}\mathrm{MT}^{-2}$([力][长度]$^{-2}$)。由于物体表面各点受面力的情况一般不同，$\overline{f}_x$、$\overline{f}_y$、$\overline{f}_z$是随着点的位置而变的，因而都是位置坐标$x$、$y$、$z$的函数。

1.2.2 应力（stress）

弹性力学中应力的概念与材料力学中基本一致。当物体在外力作用下而发生变形时，在物体内部相邻部分将产生抵抗变形的附加内力（以后简称为内力）。研究物体内某点P处内力的基本方法是截面法。假想用截面ij经过点P将该物体分为A和B两部分。撇开B部分，取A部分为研究对象。撇开的B部分对留下的A部分的作用以内力来代替，如图 1-6 (a) 所示。在该截面ij上取一包含着点P的微小部分，面积为ΔA。设作用于ΔA上的内力为$\Delta \boldsymbol{F}$，则在ΔA范围内内力的平均集度或平均应力为$\Delta \boldsymbol{F}/\Delta A$。假定内力为连续分布，令$\Delta A$无限减小而趋于点$P$，则$\Delta \boldsymbol{F}/\Delta A$将趋于一定的极限$\boldsymbol{p}$

$$\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta A}=\boldsymbol{p} \tag{1-3}$$

定义极限矢量$\boldsymbol{p}$为物体在截面ij上点P处的应力，它实际上是点P处的总应力。由于ΔA是标量，故应力$\boldsymbol{p}$的方向就是$\Delta \boldsymbol{F}$在极限位置的方向。值得注意的是$\boldsymbol{p}$的方向一般并不垂直或平行于截面ij。

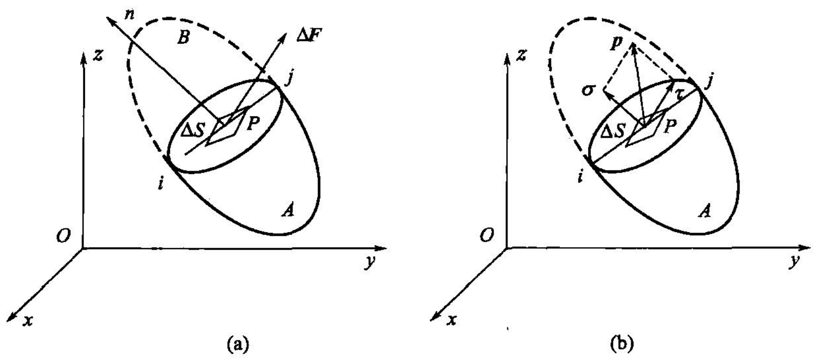

图 1-6 应力的定义

对于应力，通常都不用它沿坐标轴方向的分量，因为这些分量和物体的应变或材料强度都没有直接的关系。一般情况下是将总应力$\boldsymbol{p}$沿截面ij的法向和切向进行分解，得到正应力（normal stress）σ和切应力（shear stress）τ，如图 1-6(b) 所示。正应力和切应力与物体的应变及材料强度直接相关。应力及其分量的量纲是$\mathrm{L}^{-1}\mathrm{MT}^{-2}$([力][长度]$^{-2}$)。

（1）一点的应力状态

显然，过P点可以作无数个截面，不同截面上的应力是不相同的。所以，为了描述任一点的应力状态（即这无数个截面上应力的大小和方向），在P点从物体内取出一个微小的正平行六面体，它的棱边分别平行于三个坐标轴，长度分别为$PA=\mathrm{d}x$、$PB=\mathrm{d}y$、$PC=\mathrm{d}z$，如图 1-7 所示。

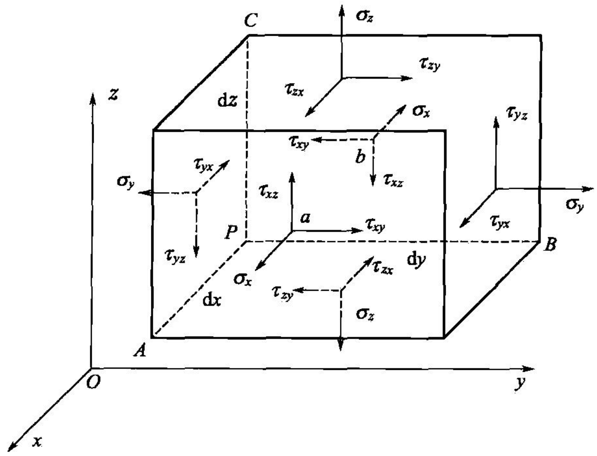

图 1-7　应力单元体

由于正平行六面体的各个面很小，故可认为应力在各面上均匀分布。因此，各面上的应力便可用作用在各面中心点的一个应力向量来表示。每个面上的应力向量又可分解为一个正应力分量（用 σ 表示）和两个切应力分量（用 τ 表示），分别与三个坐标轴平行。

（2）应力的记法

为了表明正应力 σ 的作用面和作用方向，在应力符号 σ 后添加一个右下标。例如，σ_x 表示应力作用在垂直于 x 轴的面上，同时沿着 x 轴方向的正应力。而切应力 τ 必须要加上两个右下标，才能加以区别。前一个下标表示应力作用面的法线方向（即应力作用面垂直于哪一个坐标轴），后一个下标表明该应力作用方向（即应力沿着哪一个坐标轴方向）。例如 τ_{xy} 表示作用在垂直于 x 轴的面上而沿着 y 轴方向的切应力。

（3）应力的正负规定

如果某个截面上的外法线方向与坐标轴正向一致，这个截面就称为一个正面，在这个面上的应力分量以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。相反，如果某个截面上的外法线方向与坐标轴的正向相反，这个截面就称为一个负面，而这个面上的应力分量就以沿坐标轴负方向为正，沿坐标轴正方向为负。可简记为“正面正向为正，负面负向为正”。图 1-7 中所示的各应力分量都是正的。可以看出，上述正负号规定，对于正应力来说和材料力学中的规定相同（拉应力为正，压应力为负）；而对于切应力来说和材料力学中的规定不尽相同。

在材料力学中，曾经证明过了切应力互等定理。在弹性力学中，六个切应力之间同样具有一定的互等关系。下面给以证明。

以连接六面体前后两面中心的直线 ab 为轴，根据力矩平衡方程，可得

$$2\tau_{yz}\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x\,\frac{\mathrm{d}y}{2}-2\tau_{zy}\,\mathrm{d}y\mathrm{d}x\,\frac{\mathrm{d}z}{2}=0 \tag{1-4}$$

同样可以列出其余两个相似的方程。简化以后，得出

$$\tau_{yz}=\tau_{zy}\,,\tau_{zx}=\tau_{xz}\,,\ \tau_{xy}=\tau_{yx} \tag{1-5}$$

这就证明了切应力互等定理：作用在两个互相垂直的面上并且垂直于该两面交线的切应力是互等的（大小相等，正负号也相同）。

注意在上述证明中，把六面体中的应力当作均匀分布，没有考虑应力由于作用面位置不同而产生的改变，此外也没有考虑体力的作用。实际上，即使考虑到应力随作用面位置不同而产生的改变和体力的作用，也可以推导出切应力互等定理，读者可以自行证明。

在物体内任意一点，如果已知六个应力分量 σ_x、σ_y、σ_z、τ_{yz}、τ_{zx}、τ_{xy}，就可以求得经过该点的任意截面上的正应力和切应力（见 6.3 节）。因此，上述六个应力分量可以完全确定该点的应力状态。

1.2.3 应变（strain）

所谓应变，就是物体形状的改变。物体的形状总可以用它的各部分的长度和角度来表示。因此，物体的应变总可以归结为它的各部分的长度的改变和角度的改变。

（1）一点的应变状态

为了分析物体在其内部某一点的应变状态，在该点沿着坐标轴 x、y、z 的正方向取三个微小的线段 dx、dy、dz，如图 1-8(a)。物体变形以后，这三个微分线段的长度以及它们之间的夹角（直角）都可能发生改变。图 1-8(a) 给出了 x 方向微分线段长度的改变，图 1-8(b) 给出了 y、z 两方向微分线段夹角的改变。各微分线段单位长度的伸长量（或缩短量）称为线应变（或正应变，normal strain）；各微分线段之间的夹角（直角）的改变（用弧度表示）称为切应变（shear strain）。

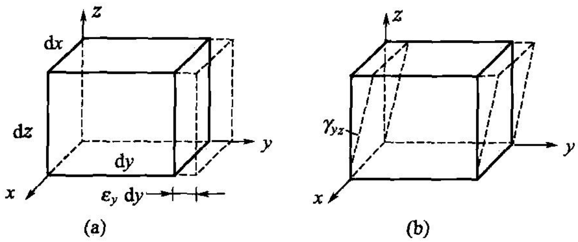

图 1-8 线应变和切应变定义

（2）应变的记法和正负规定

线应变用 ε 表示：ε_x 表示 x 方向的微线段的线应变，同理 ε_y、ε_z 分别表示 y 方向和 z 方向的微线段的线应变。线应变正负号规定与材料力学中一致，即线应变以伸长时为正，缩短时为负。切应变用 γ 表示：γ_{yz} 表示 y 与 z 两方向的微线段之间的直角的改变，其余类推。切应变以直角变小时为正，变大时为负。注意，线应变和切应变都是量纲为一的量。

可以证明，在物体内任意一点，如果已知六个应变 ε_x、ε_y、ε_z、γ_{xy}、γ_{yz}、γ_{zx}，就可以求得经过该点的任一微线段的线应变，也可以求得经过该点的任意两个线段之间的角度改变。因此，这六个应变称为该点的应变分量，可以完全确定该点的应变状态。

1.2.4 位移

所谓位移就是物体变形时各点位置的改变量。物体在外力或其它因素作用下产生变形的过程中，其内部各点（除给定位移为零的边界外）都可能向任意方向产生位移。物体内任意一点的位移在 x、y、z 三轴上的投影用 u、v、w 来表示，这三个投影称为该点的位移分量。位移分量沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。位移及其分量的量纲是 L[长度]。

表 1-3 弹性力学中的基本物理量一览表

名称		定义	表示符号	量纲	正方向规定
外力	体力	分布在物体体积内的力 $\lim\limits_{\Delta V\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta V}=\boldsymbol{f}$	f_x, f_y, f_z	$L^{-2}MT^{-2}$	沿坐标轴正向为正
	面力	分布在物体表面上的力 $\lim\limits_{\Delta S\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}'}{\Delta S}=\overline{\boldsymbol{f}}$	$\overline{f}_x, \overline{f}_y, \overline{f}_z$	$L^{-1}MT^{-2}$	沿坐标轴正向为正
应力	正应力	单位截面面积上的内力 $\lim\limits_{\Delta A\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{F}}{\Delta A}=\boldsymbol{p}$	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	$L^{-1}MT^{-2}$	正面正向为正 负面负向为正
	切应力		$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$		
应变	线应变	线段单位长度的伸缩	$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	—	线段伸长为正
	切应变	线段间直角的改变	$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	—	直角减小为正
位移		点位置的移动	u, v, w	L	沿坐标轴正向为正

在弹性体内任意一点的体力分量、面力分量、应力分量、应变分量和位移分量，都是随着该点的位置而变的，因而都是位置坐标的函数。

为便于大家学习，把弹性力学中的基本物理量的定义、符号及正负号规定，列入表1-3。

1.3 弹性力学的研究方法

在弹性力学问题中，一般是已知物体的几何形状和大小（即已知物体的边界）、物体的弹性常数（E、μ）、物体所受的体力、物体边界上的约束情况或面力，求解应力分量、应变分量和位移分量等。

在弹性力学中为了由这些已知量求出未知量，需要根据弹性体内部微元体的平衡条件，建立应力与体力之间的关系，即平衡微分方程；根据微分线段的变形与位移之间的几何关系，建立几何方程；根据应力与应变之间的物理关系，建立物理方程。由于这三组方程中的平衡微分方程和几何方程是偏微分方程，所以在弹性体的边界上还要建立边界条件。在给定面力的边界上，根据弹性体边界处的微元体的平衡条件，建立应力与面力之间的关系，即应力边界条件；在给定约束的边界上，根据边界的约束条件，建立位移边界条件。综上所述，求解弹性力学问题，就是在给定的边界条件下根据平衡微分方程、几何方程、物理方程求解应力分量函数、应变分量函数和位移分量函数。这就是所谓的偏微分方程的边值问题。

同材料力学（结构力学）一样，在求解弹性力学问题时，根据基本方程中所保留的未知函数不同，求解方法可以分为按应力求解的方法（应力法）和按位移求解的方法（位移法）。按应力求解的方法是以应力分量作为基本未知函数，先行求出，然后，由物理方程求出应变分量，再由几何方程求出位移分量；按位移求解的方法是以位移分量作为基本未知函数，先行求出，然后，由几何方程求出应变分量，再由物理方程求出应力分量。

由于弹性力学的基本方程是偏微分方程，直接求解偏微分方程，得到应力分量和位移分量，常常会在数学上遇到很大的困难。故常采用逆解法和半逆解法。所谓逆解法是：先假设一个解答，若这个解答能满足所有的微分方程，同时也满足某种给定的边界条件，则这个解答就是具有这种边界条件的问题的正确并且也是唯一的解答。所谓半逆解法是：先根据物体的几何特征和受力特点假定一部分解答的表达形式，再推求另一部分解答。这些处理方法都属于解析法。

用解析法可以求解一些简单问题，如用来求解一些复杂的工程实际问题，在数学上会有很大的困难。因此，对于一些复杂的问题常采用近似解法。一种是数学上的近似处理方法，如有限差分法和加权残数法；另一种是物理上的近似处理方法，如有限单元法和边界元法；还有基于能量原理的变分方法。

本书主要介绍解析法和有限单元法。

1.4 弹性力学的基本假定

从数学上看，在推导平衡微分方程、几何方程和物理方程时，如果精确考虑所有各方面的因素，则导出的方程将非常复杂，导致求解困难甚至无法求解。因此，通常按照所研究的物体的性质以及求解问题的范围，抓住主要方面，忽略一些次要因素，对物体的材料性质给出某些基本假定，使得方程便于求解。弹性力学中对物体的材料性质采用的基本假定如下。

（1）连续性假设（continuity hypothesis）