

走向清华北大

同步·导·读

九年级数学

上

● 丛书主编：希 扬
● 本册主编：屠新民
李丽琴



龍門書局

www.Longmenbooks.com

人教版课标本

走向清华北大

九年级数学(上)

主编：屠新民 李丽琴
编者：屠新民 李丽琴
屠凯临 郝桂芬
亓振海 马 莉
周祥发 周军伟

龍 門 書 局
北 京

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

走向清华北大同步导读. 九年级数学. 上: 人教版课标本/希
扬主编; 屠新民, 李丽琴分册主编. —北京: 龙门书局, 2006

ISBN 7-5088-0942-4

I. 走… II. ①希…②屠…③李… III. 数学课—初中—
教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 024089 号

责任编辑:曾晓晖 刘娜

封面设计：东方上林

龍門書局出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.longmenbooks.com.cn>

北京一二零一工厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2006年4月第 一 版 开本:890×1240 A5

2006 年 4 月第一次印刷 印张:11

印数: 1-20 000

字数:350 000

定 价：14.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

使用说明



21.1 二次根式



聚焦课标要求

提炼本节应掌握的知识,提高学生学习的针对性。



重点问题详解



重点问题

对本节的重点知识点展开讲解并进行延伸,高效巩固基础知识,既突出了重点,又解决了难点,将名师的课堂讲解搬到您的课桌上。



典型例题

对应每个重点问题精选最佳例题,有效促进学生对基础知识的理解。其中,“思路导航”帮你开启解题思路,建立良好的思想方法;“过程指引”详细解答,帮你规范解题过程;“方法小结”总结归纳解题规律,讲解深入浅出,使你触类旁通,轻松掌握。



误区警示

将本节中易错易混的知识点,配合实例进行讲解和辨析,帮你防微杜渐,排除陷阱。



综合题型探索

探索混合多重知识点的综合题型,使你开阔思路,提高综合分析问题的能力。

 走近中考

精选全国各地中考名题,帮你分析中考的出题思路,使你提高实战能力,如身临考场,总览中考真题全貌。

 相关知识拓展

对本节知识进行课外延伸,帮你理解所学知识的背景、渊源,开阔视野,拓宽知识面,变得博学多才。

 双基巩固训练

根据本节内容设计A组(巩固本节基础知识)、B组(选用综合题、创新题、中考题以提升能力)试题,与讲解、例题呼应,实现活学活用。所选题目针对中考,源自教材而又高于教材,使你在考试中游刃有余。



本章知识总结

 知识网络梳理

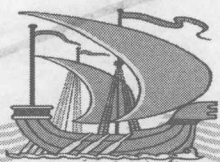
帮你理清本章知识结构,将所学知识点连接成知识面,达到融会贯通。

 中考题型展示

展示近年中考真题精品,开阔视野,培养探究的学习能力。

 实战能力演练

按照中考题量、难度,用前瞻性的眼光设计练习题,从中总结知识规律、思路方法,并可进行自我评价。



走向清华北大

丛书编委会

主编：希 扬

副主编：(以姓氏笔画为序)

王宏朋 王振中 王崇华

卢浩然 许维钊 孙红保

杨冬莲 张 锐 季广生

赵银堂 屠新民 程 里

编委：吴振民 刘金安 岳自立

刘炳炎 樊学兵 金永强

牛尔为 德 生 向 荣

王鸿尤 梁 丰 济 群

执行编委：曾晓晖 刘 娜

目 录

第二十一章 根式	1
21.1 二次根式	1
21.2 二次根式的乘除	12
21.3 二次根式的加减	25
本章知识总结	41
第二十二章 一元二次方程	47
22.1 一元二次方程	47
22.2 降次——解一元二次方程	55
22.3 实际问题与一元二次方程	68
本章知识总结	86
第二十三章 旋转	94
23.1 图形的旋转	94
23.2 中心对称图形	105
23.3 课题学习 图案设计	116
本章知识总结	123
第二十四章 圆	131
24.1 圆	131
24.2 与圆有关的位置关系(1)	147
24.2 与圆有关的位置关系(2)	167
24.3 正多边形和圆	188
24.4 弧长和扇形面积	200
本章知识总结	218

第二十五章 概率初步	239
25.1 概率	239
25.2 用列举法求概率	244
25.3 利用频率估计概率	253
25.4 键盘上字母排列的顺序	265
本章知识总结	274
期中测试题	283
期末测试题	287
参考答案	292
1	1.15
21	2.15
22	2.15
14	1.15
15	1.15
16	1.15
17	1.15
18	1.15
19	1.15
20	1.15
21	1.15
22	1.15
23	1.15
24	1.15
25	1.15
26	1.15
27	1.15
28	1.15
29	1.15
30	1.15
31	1.15
32	1.15
33	1.15
34	1.15
35	1.15
36	1.15
37	1.15
38	1.15
39	1.15
40	1.15
41	1.15
42	1.15
43	1.15
44	1.15
45	1.15
46	1.15
47	1.15
48	1.15
49	1.15
50	1.15
51	1.15
52	1.15
53	1.15
54	1.15
55	1.15
56	1.15
57	1.15
58	1.15
59	1.15
60	1.15
61	1.15
62	1.15
63	1.15
64	1.15
65	1.15
66	1.15
67	1.15
68	1.15
69	1.15
70	1.15
71	1.15
72	1.15
73	1.15
74	1.15
75	1.15
76	1.15
77	1.15
78	1.15
79	1.15
80	1.15
81	1.15
82	1.15
83	1.15
84	1.15
85	1.15
86	1.15
87	1.15
88	1.15
89	1.15
90	1.15
91	1.15
92	1.15
93	1.15
94	1.15
95	1.15
96	1.15
97	1.15
98	1.15
99	1.15
100	1.15

知识点索引

第二十一章 根式	1
21.1 二次根式	1
问题 1: 二次根式的概念	1
问题 2: 最简二次根式的概念	4
21.2 二次根式的乘除	12
问题 1: 二次根式的乘法	12
问题 2: 二次根式的除法	15
问题 3: 二次根式乘除的计算	16
问题 4: 同类二次根式的概念	18
21.3 二次根式的加减	25
问题 1: 二次根式的加减	26
问题 2: 互为有理化因式	28
问题 3: 二次根式的加减乘除四则运算	30
问题 4: 二次根式的解题技巧	32
相关知识拓展	40
已算出的 $\sqrt{2}$ 的最精确的数值	40
第二十二章 一元二次方程	47
22.1 一元二次方程	47
问题 1: 什么样的方程是一元二次方程	47
问题 2: 确定一元二次方程的二次项、一次项及常数项	48
问题 3: 一元二次方程根的概念	49
22.2 降次——解一元二次方程	55
问题 1: 配方法	56
问题 2: 因式分解法	57

问题 3: 公式法	58
问题 4: 判别式法	61
22.3 实际问题与一元二次方程	68
问题 1: 一元二次方程实际应用题的解法	68
问题 2: 综合性应用题	70
问题 3: 利用一元二次方程的根与系数关系解题	72
问题 4: 利用一元二次方程解二元二次方程组	75
相关知识拓展	86
根与系数的关系最早是谁发现的	86
第二十三章 旋转	94
23.1 图形的旋转	94
问题 1: 旋转的概念	94
问题 2: 旋转的应用	96
问题 3: 现实生活中的旋转	98
23.2 中心对称图形	105
问题 1: 中心对称图形	105
问题 2: 中心对称图形的性质	107
问题 3: 利用中心对称的性质作图	109
23.3 课题学习 图案设计	116
问题 1: 简单的图案设计	116
问题 2: 图案设计的应用	118
相关知识拓展	122
对称性的启示	122
第二十四章 圆	131
24.1 圆	131
问题 1: 圆心角、弧、弦、弦心距的概念	131
问题 2: 圆周角、圆心角和弧的度数之间的关系	132
问题 3: 垂径定理及推论的应用	133

问题 4: 综合问题的解法	136
问题 5: 过三点的圆	138
24.2 与圆有关的位置关系(1)	147
问题 1: 点与圆的位置关系	147
问题 2: 点与圆的位置关系综合应用	149
问题 3: 直线与圆的关系	150
问题 4: 切线的判定和性质	152
问题 5: 三角形、四边形和圆的位置关系	155
24.2 与圆有关的位置关系(2)	167
问题 1: 圆与圆的外离、内含、同心、相交	167
问题 2: 圆与圆相切	170
24.3 正多边形和圆	188
问题 1: 正多边形	188
问题 2: 正多边形的外接圆和内切圆	192
问题 3: 正多边形的对称性	192
问题 4: 正多边形的相似比	193
24.4 弧长和扇形面积	200
问题 1: 弧长及扇形面积的计算	200
问题 2: 弓形面积	203
问题 3: 综合问题	206
问题 4: 圆锥的侧面积和圆锥的全面积的计算	207
相关知识拓展	217
割圆术和圆周率	217
第二十五章 概率初步	239
25.1 概率	239
问题 1: 随机事件	239
问题 2: 概率	240
25.2 用列举法求概率	244

问题 1: 古典概型公式的应用	244
问题 2: 用列举法求概率	246
25.3 利用频率估计概率	253
问题 1: 频率	253
问题 2: 利用频率估计概率	255
25.4 键盘上字母排列的顺序	265
问题 1: 古典概型公式在实际问题中的应用	265
问题 2: 深入掌握用列举法	267
相关知识拓展	273
赌博与概率论	273

第二十一章 根 式

21.1 二次根式



聚焦课标要求

1. 了解二次根式、最简二次根式的概念.
2. 会识别最简二次根式. 掌握二次根式的性质, 会化简简单的二次根式, 能根据指定字母的取值范围将二次根式化简.
3. 理解 $|a|$ 、 a^2 、 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是三个非负量, 应加深对它们的理解并正确运用.



重点问题详解

问题 1: 二次根式的概念.

什么样的式子叫做二次根式呢? 有如下定义.

二次根式: 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式. 注意被开方数只能是正数或 0.



典型例题

例 1 $\sqrt{16}$ 的平方根是几?

思路导航 首先要审清题意, 问的到底是什么问题, 也就是求谁的平方根, 是求 16 的平方根还是 $\sqrt{16}$ 的平方根, 显然是后者.

过程指引 $\because \sqrt{16} = 4$, 又 $\because 4$ 的平方根是 ± 2 .

$\therefore \sqrt{16}$ 的平方根是 ± 2 .

小结 复习平方根的概念, 有利于理解二次根式的概念.

例2 若 $ab \neq 0$, 则等式 $-\sqrt{-\frac{a}{b}} = \frac{1}{b}\sqrt{-ab}$ 成立的条件是 ()

A. $a > 0, b > 0$

B. $a > 0, b < 0$

C. $a < 0, b > 0$

D. $a < 0, b < 0$

► **思路导航** 这道题考查了二次根式的概念. 首先要发现题目中的隐含条件, 被开方数 $-\frac{a}{b} \geq 0$, 所以得到 a, b 异号, $-\sqrt{-\frac{a}{b}} = -\frac{1}{|b|} \cdot \sqrt{-ab}$, 比较原式中等号右边 $-\frac{1}{|b|} \cdot \sqrt{-ab} = \frac{1}{b} \sqrt{-ab}$, 说明 $-|b| = b$, 所以 $b < 0$.

► **过程指引** B

例3 当 $a < -6$ 时, 那么 $|3 - \sqrt{(3+a)^2}|$ 等于 ()

A. $6+a$

B. $-a$

C. $-6-a$

D. a

► **思路导航** 这道题主要考查二次根式的化简.

► **过程指引** $|3 - \sqrt{(3+a)^2}| = |3 - |3+a||$, 当 $a < -6$ 时,

$$|3 - |3+a|| = |3 - (-3-a)| = |6+a| = 6+a.$$

所以应选 C.

例4 下列各式中 x 为何值时有意义.

(1) $\sqrt{3x}$; (2) $\sqrt{1-5x}$; (3) $\sqrt{\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}}$;

(4) $\sqrt{x^2+1}$; (5) $\sqrt{\frac{1}{x}}$; (6) $\sqrt{x} + \sqrt{-x}$.

► **思路导航** 根据平方根的意义, 负数没有平方根, 因此被开方数必须为非负数(即大于等于零).

► **过程指引** (1) $\because$ 负数没有平方根, $\sqrt{3x}$ 要有意义得 $3x \geq 0$, 即 $x \geq 0$

(2) 同理: $\sqrt{1-5x}$ 有意义, 必须有 $1-5x \geq 0$, $-5x \geq -1$, 即 $x \leq \frac{1}{5}$.

(3) $\sqrt{\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}}$ 有意义一定要 $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \geq 0$, $4x + 3 \geq 0$.

即 $x \geq -\frac{3}{4}$.

(4) $\because$ 当 x 为任意实数时,

$x^2+1>0 \therefore x$ 取任意实数, $\sqrt{x^2+1}$ 有意义.

(5) $\because \frac{1}{x} \geq 0, \therefore x > 0$,

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时, $\sqrt{\frac{1}{x}}$ 有意义.

(6) $\because \begin{cases} x \geq 0, \\ -x \geq 0, \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq 0. \end{cases} \therefore x = 0.$

当 $x = 0$ 时, $\sqrt{x} + \sqrt{-x}$ 有意义.

例 5 x 为何值时, 下列各式在实数范围内有意义.

$$(1) \sqrt{5x-3}; (2) \sqrt{x} - \sqrt{-x}; (3) \sqrt{x+2} + \frac{2}{x^2-4}; (4) \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{5x+2}}.$$

思路导航 这是一组根据二次根式的基本概念求字母的取值范围的问题, 首先要搞清每个式子的含义, 根据其成立的条件去解.

过程指引 (1) $\because$ 只有被开方数 $5x-3 \geq 0$ 时, 二次根式 $\sqrt{5x-3}$ 才有意义, 由 $5x-3 \geq 0$ 得

$$x \geq \frac{3}{5}.$$

(2) 对于 $\sqrt{x}$ 来说, 只有被开方数 $x \geq 0$, 二次根式 $\sqrt{x}$ 才有意义. 对于 $\sqrt{-x}$ 来说, 只有被开方数 $-x \geq 0$, 即 $x \leq 0$, 二次根式 $\sqrt{-x}$ 才有意义.

$\therefore$ 只有当 $x = 0$ 时, 二次根式 $\sqrt{x} - \sqrt{-x}$ 才有意义.

(3) 由二次根式的定义得 $x+2 \geq 0, x \geq -2$,

$\therefore$ 当 $x \geq -2$ 时, $\sqrt{x+2}$ 有意义.

又根据分式有意义的条件可知, $x^2-4 \neq 0, \therefore x \neq \pm 2$. 故当 $x \neq \pm 2$ 时, 分式 $\frac{2}{x^2-4}$ 有意义.

$\therefore$ 当 $x > -2$ 且 $x \neq 2$ 时, 式子 $\sqrt{x+2} + \frac{2}{x^2-4}$ 有意义.

(4) 由二次根式和分式的定义可知, x 应满足 $\begin{cases} 1-x \geq 0, \\ 5x+2 > 0. \end{cases} \therefore -\frac{2}{5} < x \leq 1.$

$\therefore$ 当 $-\frac{2}{5} < x \leq 1$ 时, 式子 $\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{5x+2}}$ 才有意义.

小结 当式中有多个二次根式时, 必须使每个二次根式都有意义, 如果含分式, 应使分母不为零. 也就是取它们的公共部分.

例6 求 $\sqrt{y} + \sqrt{-y}$ 的值.

► **思路导航** 含有字母的代数式中,字母的取值应使原式有意义,因为负数不能开平方,于是可以确定 x 的值,进而求出此代数式的值.

► **过程指引** $\because$ 负数没有平方根,

由 $\sqrt{y}$ 有意义,得 $y \geq 0$;由 $\sqrt{-y}$ 有意义,得 $y \leq 0$.

$\therefore y = 0$.

代入原式得, $\sqrt{y} + \sqrt{-y} = 0$.

问题2:最简二次根式的概念.

什么样的式子叫做最简二次根式呢?有如下定义.

最简二次根式:被开方数所含因数是整数,因式是整式,不含能开得尽方的因数或因式的二次根式,叫做最简二次根式.

★ 典型例题

例7 下列各式哪些是最简二次根式.

$$\sqrt{17a^2}, \sqrt{4x^2 - y^2}, \sqrt{13} \sqrt{\frac{3y}{x}}, \sqrt{\frac{1}{2}a}, \sqrt{50m}, \sqrt{1.2x}.$$

► **思路导航** 紧扣定义,考查被开方数所含因数是整数,因式是整式,不含能开得尽方的因数或因式的情况.

► **过程指引** 在 $\sqrt{17a^2}$ 中,因式 a^2 能开得尽方;在 $\sqrt{50m}$ 中,因子 5^2 能开得尽方;在 $\sqrt{\frac{3y}{x}}, \sqrt{\frac{1}{2}a}, \sqrt{1.2x}$ 中,均含有分母或小数;所以上述各式都不是最简二次根式.

$\sqrt{4x^2 - y^2}, \sqrt{13}$ 符合最简二次根式的条件,是最简二次根式.

► **小结** 判断一个二次根式是否为最简二次根式,看被开方数是否为整数,因式是否为整式,被开方数中是否不含开得尽方的因子或因式.

例 8 把下列各式化成最简二次根式.

$$(1) \sqrt{1250}; (2) \sqrt{25m^2 + 125m^3} (m \geq 0);$$

$$(3) ab^3 \sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} (a < b \text{ 且 } ab > 0);$$

$$(4) \frac{a-b}{c} \sqrt{\frac{ac^2 + bc^2}{a-b}} (a > b \text{ 且 } a+b \geq 0, c > 0).$$

过程指引 (1) $\sqrt{1250} = \sqrt{25^2 \times 2} = 25\sqrt{2};$

$$(2) \sqrt{25m^2 + 125m^3} = \sqrt{25m^2(1+5m)} = 5m\sqrt{1+5m};$$

$$(3) ab^3 \sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = ab^3 \sqrt{\frac{b-a}{ab}} = ab^3 \cdot \frac{1}{ab} \sqrt{ab^2 - a^2b} = b^2 \sqrt{ab^2 - a^2b};$$

$$(4) \frac{a-b}{c} \sqrt{\frac{ac^2 + bc^2}{a-b}} = \frac{a-b}{c} \cdot \frac{\sqrt{c^2(a+b)}}{\sqrt{a-b}} = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

小结 (1) 根据最简二次根式的两个条件, 把二次根式化为最简二次根式时, 一般要按照下列步骤进行化简: ①“一分”: 利用分解质因子或分解因式的方法把被开方数(或式)的分子、分母都化成质因子(或因式)的幂的积的形式; ②“二移”: 把被开方数中指数不小于 2 的因式, 用它的算术平方根代替, 移至根号外; ③“三化”: 化去被开方数中的分母.

(2) 化简二次根式应注意: ①被开方数的分子(或分母)的因式移出根号后仍作分子(或分母)因式; ②被移出根号的因式是多项式的需加括号; ③二次根式进行计算或化简的结果, 应是最简二次根式.

例 9 如果 a 为正整数, $\sqrt{14-a}$ 为整数, 求 $\sqrt{14-a}$ 的最大值及此时 a 的值.

思路导航 注意 $\sqrt{x}$ 成立时, $x \geq 0$.

过程指引 $\because 14-a \geq 0, \therefore a$ 是不大于 14 的正整数.

$\because \sqrt{14-a}$ 为整数, $\therefore 14-a$ 是 0 到 14 之间的完全平方数.

它们是 0、1、4、9.

当 $14-a$ 取最大值 9 时, 相应的 $\sqrt{14-a}$ 的值也最大, 即

当 $a=14-9=5$ 时, 相应的 $\sqrt{14-a}=\sqrt{9}=3$ 最大.

小结 本例我们所用的是分析讨论法.