University Physics

大学物理编写组　编著

大学物理

（上册）

天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

大 学 物 理

上册

大学物理编写组　编著

天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

大学物理．上册/《大学物理》编写组编著．—天津：天津大学出版社，2010.2
ISBN 978-7-5618-3409-1

Ⅰ．①大… Ⅱ．①大… Ⅲ．①物理学—高等学校—教材 Ⅳ．①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 022188 号

出版发行	天津大学出版社
出 版 人	杨欢
地　　址	天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电　　话	发行部:022－27403647　邮购部:022－27402742
网　　址	www.tjup.com
印　　刷	天津泰宇印务有限公司
经　　销	全国各地新华书店
开　　本	169mm×239mm
印　　张	16
字　　数	330 千
版　　次	2010 年 2 月第 1 版
印　　次	2010 年 2 月第 1 次
印　　数	1－4 500
定　　价	25.00 元

前　言

作为现代科学技术发展源泉的物理学，始终影响着人类的发展和进步。物理学也是学习其他学科知识与技术的基础。“大学物理”是高等院校许多专业学生必修的重要基础课程之一，同时也与其他课程的学习密切相关。除为今后的专业发展打好物理基础外，在培养高素质人才的过程中，它也是不可替代的，尤其在建立唯物主义世界观、培养创新精神与科学思维能力方面，更有其独特的作用。

长期以来，为适应不同时期教学要求，天津大学先后编写出版了四套教材，分别是：杨仲耆等编的《大学物理学》（高等教育出版社，1980，1981，1982）；李金锷主编的《大学物理》（天津大学出版社，1981；科学出版社，2001）；陈宜生、李增智主编的《大学物理》（天津大学出版社，1999）；霍炳海主编的《大学物理》（天津大学出版社，2001）。在当今科学技术迅速发展，交叉学科不断涌现的背景下，物理学思想与方法在各个领域中得到广泛的应用。原有教材的内容与篇幅有必要进行充实与调整。在我校教务处、理学院及物理系领导的关怀与支持下，我们根据非物理类教学指导委员会近期提出的“教学基本要求”，并结合多年的教改成果与教学经验，吸取我校原有教材的精华，编写了这部教材。

编写此套书的指导思想：(1)基本教材内容简练，以基本概念、规律及研究方法为主，力求做到重点突出，教师好用，学生好读；(2)适当调整经典与近代内容的比例，讲解经典内容时注意其在新科技中的应用，赋予时代气息；(3)辅助教材中所选内容与讲授深度适合学生的接受能力，以激发学生继续学习与探索的激情。

在本教材的组织编写过程中，笔者承担了策划、审稿和定稿工作。参加基本教材的编写人员有：力学部分，王莱；分子动理论，王克起；热力学，霍炳海；电磁学，吴亚非；振动与波、光学，李增智；狭义相对论，顾洪恩；量子物理、原子核与基本粒子，周佩瑶。

由于水平有限，衷心希望使用此书的老师和同学对我们提出批评与指正。

林家逊

目　录

第1章 质点运动学

世界万物均处在永恒的运动当中,运动的形态或者说变化的形态多种多样。在各种变化中,物体位置的改变或物体内部各个部分相对位置的改变最为直观,是最简单、最普遍的一种,这种运动形态称为**机械运动**。研究物体机械运动规律的学科称为**力学**。

力学的起源很早。在古代,人们就从生产实践中总结出了大量的基本知识和基本原理。生产技术的发展极大地促进了对力学规律的研究,许多科学家为此做出了很大的贡献,如开普勒、伽利略、笛卡儿、惠更斯等人。牛顿总结了前人的工作并加以概括,为经典力学奠定了坚实的基础。

经典力学可以分为运动学和动力学。**运动学**讨论如何描述物体的运动;**动力学**则讨论物体运动和运动变化的原因。

1.1 时间与空间

物理学是一门实验性很强的科学,它是以观测为基础的。力学作为其中一个分支,其所有规律的发现都是通过对大量现象的不断观察和测量后总结归纳或推论得出的。

运动与时间和空间紧密相关,因此有必要首先了解时间和空间的计量方法。

时间被用来描述运动的持续性,它的计量有赖于周期性的现象。历史上,人们曾经用天作为时间的计量单位,再利用沙漏将天分成小时;伽利略曾经利用人的心跳快慢来测定单摆的周期。在对地球以外的星系有所认识后,人们发现太阳系中的地球、木星等行星围绕太阳的运转具有周期性,月球围绕地球的运转也有周期性,其周期都可以被用来作为计量时间的基准。长期以来,人们规定了太阳相继两次中天所经历的时间为1个太阳日,由于太阳在黄道上运行速度不均匀,1年中最长和最短的太阳日相差约51秒,所以取其平均值并称为**平太阳日**,1平太阳日分为24平太阳小时,1平太阳小时分为60平太阳分,1平太阳分又分为60平太阳秒。近年来,人们发现地球自转速率在变慢,每经过1个世纪,1个平太阳日增加0.001秒。后来,随着对微观世界认识的深入,人们认识到原子内部能级跃迁所发射或吸收的电磁波频率极为稳定,以此为基准建立的时间计量系统比以地球自转周期为基准的系统准确得多。1967年,第十三届国际计量大会决定采用铯原子钟作为新的时间计量基准——**原子时**,规定1原子秒等于铯-133原子基态两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射周期的9 192 631 770倍。科学的进步是无止境的,目前又有许多科学家建议用射电脉冲星辐射频率来校正时间基准。

空间被用来描述运动的广延性。空间的描述是以长度的计量为基础的,国际上以“米”作为计量长度的基准。1889年,第一届国际计量大会将保存在巴黎国际计量局中的铂铱合金棒在摄氏零度时两条刻度线间的距离定义为1米。然而,这种方式的基准

存在有较大的缺限。首先,很难精确地保持所控制的温度;另外,在不同地点使用这种基准时,必须有这个米原器的复制品,但是没有一个复制品能够达到理想的准确程度。1960 年,第十一届国际计量大会更改了用实物作为长度基准的做法,规定氪-86 原子 $2p_{10}-5d_5$ 跃迁的红橙色光波波长的 1 650 763. 73 倍为 1 米。1983 年,第十七届国际计量大会又一次做出新的决定,将光在真空中于 1/299 792 458 秒的时间间隔内通过路程的长度定义为 1 米。

国际单位制(SI)中时间的单位为秒,记作 s;长度的单位为米,记作 m。在表 1-1 和表 1-2 中分别列出了一些典型的时间值及典型的长度值。

表 1-1　典型的时间值或数量级　　单位:s

宇宙年龄	10^{18}	最高声频周期	5×10^{-4}
地球年龄	1.3×10^{17}	中频无线电波周期	1×10^{-6}
镭半衰期	5.2×10^{10}	分子转动周期	1×10^{-12}
地球公转周期(1 年)	3.2×10^{7}	中性 π 介子半衰期	2×10^{-16}
月球公转周期	2.6×10^{6}	光穿越原子的时间	$\sim10^{-18}$
地球自转周期	8.6×10^{4}	核振动周期	$\sim10^{-21}$
超快速摄影曝光	1×10^{-5}	光穿越核的时间	$\sim10^{-24}$

表 1-2　典型的长度和距离值或数量级　　单位:m

宇宙的尺度	$\sim10^{26}$	成人的高度	$1\sim2\times10^{0}$
地球到太阳的平均距离	1.49×10^{11}	一张纸的厚度	1×10^{-4}
地球到月球的平均距离	3.8×10^{8}	氢原子的直径	1×10^{-10}
地球半径	6.37×10^{6}	电子的康普顿波长	8×10^{-13}
喷气式飞机典型飞行高度	1×10^{4}	质子的近似"半径"	1×10^{-15}

表 1-1 和表 1-2 中列举的数据表明,现代人们研究过的时间、空间的尺度跨越了相当大的数量级范围。这样,在实验和理论中,单一的单位(如秒、米)用起来就很不方便了。通常用十进倍数或十进分数与物理量的单位组合在一起,构成大小十分悬殊的各种单位。表 1-3 列出了国际单位制中对十进倍数和十进分数的表示。

在表 1-4 和表 1-5 中列出了某些短时间间隔和小尺度长度的单位名称。

大尺度的空间范围通常用单独的单位表示。例如,太阳系内通常将日地间的距离用作计量单位,称作"天文单位"(缩写为 AU),$1\text{AU} = 1.495\,978\,1\times10^{11}$ m;太阳系以外的天体间的距离通常用"光年"作为计量单位("光年"是光在一年里走过的距离,缩写为 l. y.),$1\text{l. y.} = 9.460\,730\times10^{15}\ \text{m}\approx10^{16}\ \text{m}$。

表 1-3　国际单位制中的数量级表示

数量级	英文缩写符号	中译名	数量级	英文缩写符号	中译名
10^{-1}	d	分	10	da	十
10^{-2}	c	厘	10^{2}	h	百
10^{-3}	m	毫	10^{3}	k	千
10^{-6}	μ	微	10^{6}	M	兆
10^{-9}	n	纳	10^{9}	G	吉
10^{-12}	p	皮	10^{12}	T	太
10^{-15}	f	飞	10^{15}	P	拍
10^{-18}	a	阿	10^{18}	E	艾
10^{-21}	z	仄	10^{21}	Z	泽
10^{-24}	y	幺	10^{24}	Y	尧

表 1-4　短时间间隔的单位名称

名称	符号	持续时间
皮秒	ps	10^{-12}s
纳秒	ns	10^{-9}s
微秒	μs	10^{-6}s
毫秒	ms	10^{-3}s

表 1-5　小尺度长度的单位名称

名称	符号	米制长度
微米	μm	10^{-6}m
纳米	nm	10^{-9}m
埃	Å	10^{-10}m
皮米	pm	10^{-12}m
飞米	fm	10^{-15}m

1.2　质点运动的描述

1.2.1　质点

任何物体都是有大小和形状的。物体运动的时候，物体上各个部分的运动情况往往并不相同。因此，描述物体运动不是简单的事情。通常，有必要根据具体情况进行合理简化。

对于地球围绕太阳的运转、带电粒子在电磁场中的运动、炮弹的飞行等，如果所关注的仅仅是物体整体运动的情况，对它的形状、大小、形变及转动等方面可以暂时不去考虑，就可以将物体的运动抽象为一个仅占有空间位置且含有质量却无形状、无大小的点的运动；对于刚性物体沿斜面滑动一类的运动，由于物体上各个点的运动情况都相

同,则只需取任何一个点的运动来代表物体的运动。如上例所述,把物体当作是一个无形状、无大小但具有质量的几何点来研究,这便是物体的点模型,简称为**质点**。

当然,如果需要描述物体的转动以及物体的形变,就不能将物体视为一个质点了。这时,可以将物体分为许多微小的部分,而将每个微小部分视为质点,整个物体可看作一大群质点的集合,称为**质点组**。分析质点组中各个质点的运动,就可弄清整个物体的运动。

所以,描述质点、质点组的运动是研究物体运动的基础。在力学中,质点是一个简化的理想模型,质点力学是刚体力学、弹性力学等的基础。为描述质点的运动,需要选择参考系,引入必要的物理量。

1.2.2 参考系与坐标系

世界上一切物体均处于运动中,运动的这种普遍性和永恒性被称为运动的绝对性。但是,正因为这样,要对任何物体的运动进行观测并加以描述,就必须选择另外一个物体作为参照,这个参照物体以及与它相对静止的物体群被称为**参考系**。显然,选择不同的参考系,对物体运动会得出不同的描述和不同的观测结果。例如,坐在匀速运动的汽车上的人说,从其手中落下的硬币沿着直线下落;而站在路边的人却说,硬币是沿曲线运动。这样的例子很多。这表明,人们对运动的描述具有相对性。这种相对性正是运动的绝对性所引起的。运动是绝对的,而对运动的描述是相对的。

但是,要对物体的位置及运动状态作定量描述,还必须在参考系上建立合适的**坐标系**。最常见的坐标系有直角坐标系、极坐标系,有时也选用球坐标系或者自然坐标系等。

1.2.3 位矢与运动函数

定量地表示质点在空间的位置是描述质点运动的基础。首先,要确定一个合适的参考系,再在此参考系里建立一个坐标系。通常,选取在参考系内的任意一个固定点作为坐标系的原点,常记作 O。设某一时刻质点所在处为 P 点,那么,从原点 O 指向 P 点的矢量$\overrightarrow{OP}$就描述了此刻质点的位置,$\overrightarrow{OP}$被称为质点在 P 点的**位置矢量**,简称**位矢**。位矢$\overrightarrow{OP}$的大小表示了质点所在位置与原点间的距离,其方向表示质点位置相对原点的方位。位矢$\overrightarrow{OP}$也可以简记为 $\boldsymbol{r}$。

在运动过程中,质点的位矢随时间不断改变,可将位矢随时间的变化情况表示为时间函数的形式

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1.2.1}$$

此函数描绘了质点运动的全过程,表明质点在任意时刻 t 的位置,被称为质点的**运动函数**或**运动方程**。

在具体的坐标系中,质点位矢也可以采用分量形式表达。

在直角坐标系中,三个坐标轴 X、Y、Z 互相垂直,并且坐标轴的正方向符合右手螺

旋法则，如图 1-1 所示。位矢 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的分量分别记为 $x(t)$、$y(t)$、$z(t)$，根据矢量分解的法则，位矢可写为

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\,\boldsymbol{i} + y(t)\,\boldsymbol{j} + z(t)\,\boldsymbol{k} \quad (1.2.2)$$

式中 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示在 X、Y、Z 轴方向上的单位矢量。它们都是常矢量，其大小都恒定为一个单位长度，其方向都是沿着坐标轴的方向，相对于参考系保持不变。或者将质点位矢沿 3 个轴的分量随时间的变化分开描述，写为

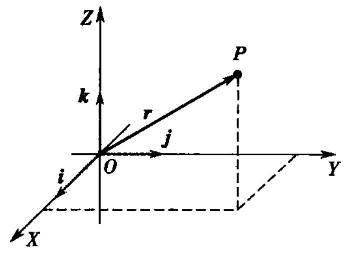

图 1-1　直角坐标系

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\} \quad (1.2.3)$$

此方程组即是运动函数在直角坐标系中的分量表示，它分别描述了质点在各坐标轴方向的分运动。其物理意义是显然的，即空间的曲线运动可被分解成为沿坐标轴的三个直线运动。

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小、方向与其分量 $x(t)$、$y(t)$、$z(t)$ 间满足下面的关系：

$$\begin{cases} r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \cos\alpha = \dfrac{x}{r} \\ \cos\beta = \dfrac{y}{r} \\ \cos\gamma = \dfrac{z}{r} \end{cases}$$

式中 α、β、γ 分别表示位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 X、Y、Z 轴正向间的夹角，而且满足

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

故只有两个夹角是独立的。

通常，要确定一个质点在空间的位置需要三个独立坐标，且缺一不可，故称质点在空间的运动是三维运动。

如果质点的运动被限制在某一个平面内，则仅需要两个独立坐标即可确定该质点的位置，故平面运动是二维运动。可以将 XY 坐标平面建立在质点运动的平面上，质点位矢的 Z 分量恒为 0，则运动函数的分量表达式(1.2.3) 将简化为

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

如果质点做直线运动，则仅需要一个坐标即可确定质点的位置，故直线运动是一维运动。运动函数的分量表达式(1.2.3) 将简化为

$$x = x(t)$$

在直线运动中，质点的位移、速度、加速度等物理量的方向可用其数值的正、负来表示。

为了直观，常用 x—t、y—t、z—t 函数曲线来图示质点位置随时间变化的情形。

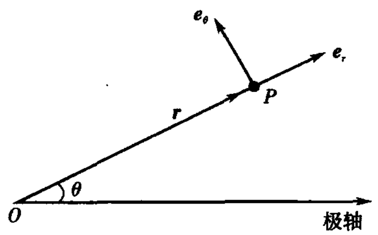

图 1-2 极坐标系

质点的平面运动也可以在极坐标系中描述。在质点运动的平面中，从原点出发指向任意方向的射线被称为极轴，位矢 $\boldsymbol{r}$ 与极轴间的夹角称为极角，记为 θ，如图 1-2 所示。在极坐标系中，质点的位置由其位矢的大小 r 与其极角 θ 描述，质点的运动由 r 与 θ 随时间的改变描述。极坐标系中的一个坐标轴沿着位矢的指向，称为径向坐标轴；另一个垂直径向指向 θ 增加的方向，称为横向坐标轴。沿径向的单位矢量记为 $\boldsymbol{e}_r$，沿横向的单位矢量记为 $\boldsymbol{e}_\theta$。应该看到，这两个单位矢量与直角坐标系中的单位矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 不同，它们不是常矢量，因为其方向是随质点运动不断变化的。在极坐标系中，质点的运动函数写为

$$\boldsymbol{r}(t) = r(t)\boldsymbol{e}_r \tag{1.2.4}$$

式中 $r(t)$ 表示位矢的大小。

若采用分量表达方式，则写为

$$\left.\begin{aligned} r &= r(t) \\ \theta &= \theta(t) \end{aligned}\right\} \tag{1.2.5}$$

式中 $r(t)$、$\theta(t)$ 分别表示位矢的大小和方向随时间的变化关系。

将式(1.2.3)、(1.2.5)中的参量 t 消去，可得到质点运动所经过的位置点连成的曲线方程，即**轨道方程**，分别为 $f(x,y,z) = 0$ 和 $f(r,\theta) = 0$。

例题 1-1 已知某一质点在直角坐标系中沿坐标轴 X、Y、Z 的分运动表达式为

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = A\cos\dfrac{2\pi}{T}t \\ z = A\sin\dfrac{2\pi}{T}t \end{cases}$$

其中 A、T 为常数，求质点位矢表达式及其轨道方程。

解 由题意得

$$\boldsymbol{r} = x\,\boldsymbol{i} + y\,\boldsymbol{j} + z\,\boldsymbol{k} = \left(A\cos\frac{2\pi}{T}t\right)\boldsymbol{j} + \left(A\sin\frac{2\pi}{T}t\right)\boldsymbol{k}$$

从分运动表达式中消去参量 t，即得出质点的轨道方程

$$y^2 + z^2 = A^2$$

此式表明，该质点是在 YZ 平面内沿着一个以原点 O 为圆心、以 A 为半径的圆轨道运动。

1.2.4　位移与速度

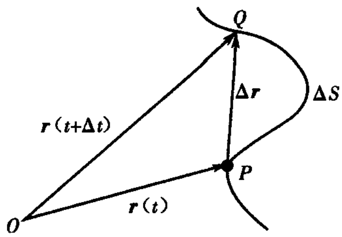

图 1-3　位移

位移是描述质点位置改变的物理量。如图 1-3 所示，沿某空间轨道运动的质点在 t 时刻位于 P 点，在 $t+\Delta t$ 时刻位于 Q 点。在 Δt 时间间隔内，该质点位置的改变可以用其位矢的增量来描述，称为质点在 Δt 时间内的**位移**，记作 $\Delta \boldsymbol{r}$，表示为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t) \tag{1.2.6}$$

在国际单位制中，位移的单位与长度相同，均为米，记作 m。

值得提出的是，位移并非路程。位移是矢量，既有大小又有方向；而路程是标量，是指沿着轨道从 P 点到 Q 点的轨迹的长度。一般情况下，质点在 Δt 时间内沿着轨迹走过的路程 ΔS 与其位矢的大小 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 之间没有确定的关系。只有当 $\Delta t \to 0$ 的极限情形下，它们才趋近于相等，即 $\lim\limits_{\Delta t \to 0}\Delta S = \lim\limits_{\Delta t \to 0}|\Delta \boldsymbol{r}|$ 或 $\mathrm{d}S = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$。同时应注意区分 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 与 $\Delta r = |\boldsymbol{r}(t+\Delta t)| - |\boldsymbol{r}(t)|$，后者是 $t+\Delta t$ 时刻位矢长度与 t 时刻位矢长度的差值，即经过 Δt 后位矢大小的改变，而前者则包含了位矢大小和方向的变化。

速度是描述质点位置变化快慢和方向的物理量。位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与时间间隔 Δt 的比值表示 Δt 时间内位矢的平均变化率，称为质点在 Δt 时间内的平均速度，写为

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \Delta \boldsymbol{r}/\Delta t$$

平均速度矢量的方向与位移矢量的方向一致。

在 $\Delta t \to 0$ 时，上述平均速度的极限表示 t 时刻位矢的瞬时变化率，称为质点在 t 时刻的**瞬时速度**，简称**速度**，写为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.2.7}$$

质点的瞬时速度即为其位矢对时间的一阶导数。显然，速度的方向就是沿着 t 时刻质点所在处轨道曲线的切线方向，并指向运动的前方。在国际单位制中，速度的单位为米／秒，记作 m/s。

速度的大小称为速率，记为 v，有

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$$

在曲线运动中，速率常被用来描述质点沿轨道运动的快慢程度。

1. 直角坐标系中速度的分解

在直角坐标系中，速度可表达为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1.2.8}$$

其分量表达式为

$$\left.\begin{aligned} v_X &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ v_Y &= \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\ v_Z &= \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\} \tag{1.2.9}$$

若式(1.2.9)中的一个分量或两个分量为零,就退化成二维或一维的运动。

2. 平面极坐标系中速度的分解

根据速度的定义,在平面极坐标系中速度可表达为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\boldsymbol{e}_r) = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r + r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{e}_r)$$

式中 $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ 表示质点位矢的大小随时间的变化率,即质点沿径向的速度分量。

随着质点的运动,径向单位矢量 $\boldsymbol{e}_r$ 的方向在改变,若用 $\boldsymbol{e}_r(t+\Delta t) - \boldsymbol{e}_r(t)$ 表示 t 时刻到 $t+\Delta t$ 时刻径向单位矢量的变化,则比值 $[\boldsymbol{e}_r(t+\Delta t) - \boldsymbol{e}_r(t)]/\Delta t$ 即描述了 Δt 时间内 $\boldsymbol{e}_r$ 的平均变化率。从而,上式右端第二项中

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{e}_r) = \lim_{\Delta t\to 0}\{[\boldsymbol{e}_r(t+\Delta t) - \boldsymbol{e}_r(t)]/\Delta t\}$$

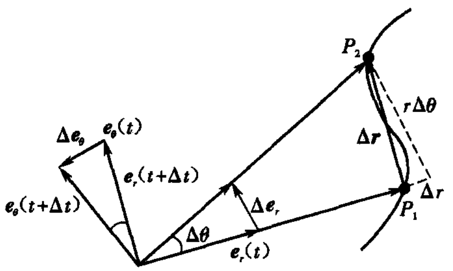

图 1-4 在极坐标系中平面运动的位移

特别要注意,Δt 时间内 $\boldsymbol{e}_r$ 的增量 $\Delta\boldsymbol{e}_r = [\boldsymbol{e}_r(t+\Delta t) - \boldsymbol{e}_r(t)]$ 仍然是一个矢量。从图 1-4 所示不难看出,当 $\Delta t \to 0$ 时,$\Delta\boldsymbol{e}_r$ 的大小就趋向于与位矢转过角度 $\Delta\theta$ 的大小相等,而 $\Delta\boldsymbol{e}_r$ 的方向趋向于与 $\boldsymbol{e}_\theta$ 的方向一致,也就是与横向坐标的正方向一致,故

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{e}_r) = \left[\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)\right]\boldsymbol{e}_\theta = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\theta$$

因此,在极坐标系中质点的速度表示为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r + r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\theta \tag{1.2.10}$$

式中,等号右端的第一项是**径向速度**,第二项是**横向速度**。将质点的速度写为分量的形式

$$\left.\begin{aligned} v_r &= \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \\ v_\theta &= r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\} \tag{1.2.11}$$

质点在做圆周运动时,若选取圆心为极坐标的原点,显然其径向速度为零,因为质点与原点间的距离保持不变,即 $v_r = \mathrm{d}r/\mathrm{d}t = 0$;因而质点围绕原点的圆周运动是由其横向速度描述的,速度的横向分量 $v_\theta = r(\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t)$ 也就是其圆周运动的速率 $v = \mathrm{d}S/\mathrm{d}t$。$\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ 描述了质点的位矢绕原点即圆心转动的快慢程度,定义它为圆周运动的角速度,

记为 ω。在国际单位制中,角速度的单位为弧度 / 秒,记作 rad/s。

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{1.2.12}$$

圆周运动的速率 $v = r\omega$,在匀速圆周运动中 ω 为常数。

例题 1-2　在地面附近,沿着与水平面成 α 角的方向抛出一物体,此物体在如图 1-5 所示的平面直角坐标系中的运动函数为

$$\boldsymbol{r} = (v_0 \cos \alpha)t\,\boldsymbol{i} + \left[(v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2\right]\boldsymbol{j}$$

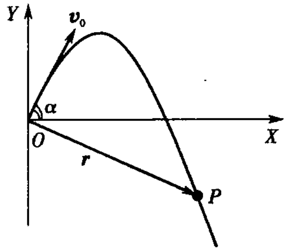

图 1-5　例题 1-2 图

求:(1) 该物体被抛出后经过多长时间达到最高点;

(2) 最高点的高度及抛射距离。

解　(1) 物体达到最高点时,速度是沿水平方向的,也就是说,此刻物体速度的竖直分量为零。此题的求解可以从分析物体的速度出发,由运动函数得出其速度沿竖直方向的分量,也就是沿 Y 方向的分量 v_Y。v_Y 一定是时间的函数,令其等于 0 并求解此方程即可得出物体达到最高点所需的时间。

依速度的定义,得

$$v_Y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2\right] = v_0 \sin \alpha - gt$$

令 $v_Y = 0$,得出达到最高点所需的时间

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

(2) 最高点的高度

$$y_{\max} = (v_0 \sin \alpha)t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}$$

抛出到落地所经历的时间 t_2 应满足方程

$$y = (v_0 \sin \alpha)t_2 - \frac{1}{2}gt_2 = 0$$

解得　　$t_2 = 0$ 或 $\dfrac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

零解表示出发时刻,非题意所要求,从而抛射距离为

$$x_{\max} = (v_0 \cos \alpha)t_2 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

表 1-6 中列出了某些物体速度的大小或数量级。

表 1-6 某些物体速度值的数量级 单位:m/s

光速度	3×10^{8}	空气中的声速	3.3×10^{2}
电子绕核的运动速度	2.2×10^{6}	喷气客机速度	2.7×10^{2}
地球绕太阳的运动速度	3.0×10^{4}	人的最大速度	12
第一宇宙速度	7.8×10^{3}	蜗牛爬行速度	$\sim10^{-3}$
子弹出口时的速度	7×10^{2}	冰河移动速度	10^{-6}
地球自转速度	4.6×10^{2}	头发生长速度	3×10^{-9}
空气分子热运动(室温)	4.5×10^{2}	大陆漂移速度	$\sim10^{-9}$

1.2.5 加速度

加速度是描述速度矢量改变的快慢程度的物理量。质点的瞬时速度一般也是时间的函数。如图 1-6 所示,质点在 t 时刻和 $t+\Delta t$ 时刻的速度分别为 $\boldsymbol{v}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$。速度的改变与时间间隔的比描述了速度随时间的平均变化率,称为该质点在 Δt 时间内的平均加速度,写为

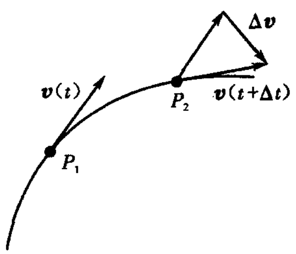

图 1-6 加速度

$$\bar{\boldsymbol{a}} = [\boldsymbol{v}(t+\Delta t) - \boldsymbol{v}(t)]/\Delta t = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$$

当 $\Delta t\to0$ 时,上述平均加速度的极限称为该质点在 t 时刻的**瞬时加速度**,简称**加速度**,写为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to0}\left(\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\right) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.2.13}$$

加速度等于速度对时间的一阶导数,或位矢对时间的二阶导数。加速度是矢量,其方向是在 $\Delta t\to0$ 时速度增量的极限方向。一般情况下,质点的加速度与速度在方向上并不一致。只有在直线运动中,它们的方向才在同一直线上,或同向或反向。在国际单位制中,加速度的单位为米/秒^2,记作 m/s^2。

1. 直角坐标系中加速度的分解

在直角坐标系中,加速度可表示为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_X}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_Y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_Z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

或

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} \tag{1.2.14}$$

其分量表达式写为

$$\left.\begin{aligned} a_X &= \frac{\mathrm{d}v_X}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_Y &= \frac{\mathrm{d}v_Y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_Z &= \frac{\mathrm{d}v_Z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \end{aligned}\right\} \tag{1.2.15}$$

2. 自然坐标系中加速度的分解

速度是矢量。在运动中,无论质点速度的大小发生变化,还是方向发生变化,都伴随着加速度。为了将这两个因素产生的效果分开描述,使加速度的概念更为清晰,引入自然坐标系。如图1-7(a)所示,在平面运动中,自然坐标系是这样建立的。在质点运动轨道上取一固定点 O 作为坐标的原点,从 O 点到某一时刻质点所在位置 A 点间的轨道弧长 S,称为该时刻质点的**自然坐标**。S 的大小确定了,质点的位置也就确定了。经过 Δt 时间,质点运动到了 B 点,在这段时间里质点经过的路程为 A 到 B 的弧长 ΔS,则质点的瞬时速率即为

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$$

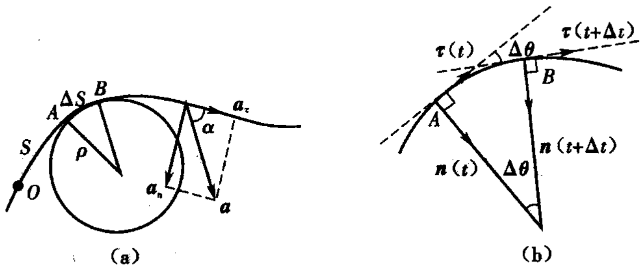

图1-7 切向加速度与法向加速度

为了表示速度和加速度的方向,取质点所在处沿着轨道切线指向运动前方的方向为切向,用 $\boldsymbol{\tau}$ 表示切向的单位矢量;取垂直于切向指向轨道曲率中心的方向为法向,用 $\boldsymbol{n}$ 表示法向的单位矢量,如图1-7(b)。请注意,这两个单位矢量的方向是随质点的运动而不断改变的。

质点速度的方向总是沿轨道的切向,在自然坐标系中速度表示为

$$\boldsymbol{v}=v(t)\boldsymbol{\tau} \tag{1.2.16}$$

式中 $v(t)$ 是质点的瞬时速率。一般情况下,v 是随时间变化的,是时间的函数,$v=v(t)$。

根据质点加速度的定义,有

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\boldsymbol{\tau})=\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{\tau}+v\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}\right)$$

其中 $\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}/\mathrm{d}t$ 描述切向单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 随时间的变化率。

如图1-7(b)所示,假设在很短的时间间隔 Δt 内,质点从 A 移到 B 走过了很短的一段弧,于是单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 也就随之在 AB 弧所在的平面上转过了一个很小的角度 $\Delta\theta$。在 $\Delta t\to 0$ 的极限情况下,在 A、B 两点处的轨道曲率半径之间的夹角与 $\boldsymbol{\tau}$ 转过的角度 $\Delta\theta$ 相等。经过 Δt 时间,$\boldsymbol{\tau}$ 的增量为 $\Delta\boldsymbol{\tau}$,因为 $\Delta\theta$ 很小,$\Delta\boldsymbol{\tau}$ 的方向近似与 A 处的法向单位矢量 $\boldsymbol{n}$ 的方向一致;$\Delta\boldsymbol{\tau}$ 的大小则近似等于 $\Delta\theta$。通过上面的分析,从求导数的规则出发,可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{\tau}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)\boldsymbol{n}=\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{n}=\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}S}\right)\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{n}=\left(\frac{v}{\rho}\right)\boldsymbol{n}$$