研究生精品教材

朱晓临　编著

英文版

数值分析

Numerical Analysis

合肥工业大学出版社
HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

研究生精品教材

数值分析

Numerical Analysis

（英文版）

朱晓临　编著

合肥工业大学出版社

内容提要

本书是为适应国内双语教学的特点，专为理工科大学工科专业本科生以及工科研究生普遍开设的"数值分析"或"计算方法"课程编写的双语教材。主要内容有：线性方程组与非线性方程的数值解法；数值逼近(包括插值与样条、最佳平方逼近、数值微积分等)；常微分方程的数值解法等。每章都有相当数量的例题和习题，并附有习题答案；书末还配有计算实习题，供学生上机实习选用。

全书用英文编写，阐述严谨、脉络分明、深入浅出，介绍方法与阐明原理并重，传授知识与培养能力兼顾，便于教学和自学。本书也可以供从事科学计算的科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

数值分析：汉英对照/朱晓临编著．—合肥：合肥工业大学出版社，2010.8

ISBN 978-7-5650-0251-9

Ⅰ.①数… Ⅱ.①朱… Ⅲ.①数值计算—双语教学—高等学校—教材—汉、英 Ⅳ.①O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 165823 号

数 值 分 析

朱晓临 编著　　策划编辑 马国锋　　责任编辑 郑 洁

出 版	合肥工业大学出版社	版 次	2010 年 9 月第 1 版
地 址	合肥市屯溪路 193 号	印 次	2010 年 9 月第 1 次印刷
邮 编	230009	开 本	710 毫米×1000 毫米 1/16
电 话	总编室：0551—2903038	印 张	18
	发行部：0551—2903198	字 数	274 千字
网 址	www.hfutpress.com.cn	印 刷	中国科学技术大学印刷厂
E-mail	press@hfutpress.com.cn	发 行	全国新华书店

ISBN 978-7-5650-0251-9　　定价：28.00 元

如果有影响阅读的印装质量问题，请与出版社发行部联系调换。

序

合肥工业大学是一所教育部直属的全国重点大学、国家“211 工程”重点建设高校和“985 工程”优势学科创新平台建设高校。学校创建于 1945 年,1960 年被中共中央批准为全国重点大学。60 多年来,学校以民族振兴和社会进步为己任,坚持社会主义办学方向,秉承“厚德、笃学、崇实、尚新”的校训,恪守“勤奋、严谨、求实、创新”的校风,形成了鲜明的办学特色,成为国家人才培养、科学研究和服务社会的重要基地。

合肥工业大学研究生教育始于 1960 年,1986 年开始招收博士研究生。经过 20 多年的发展,形成了层次完整、类型多样的研究生培养体系。学校设有 8 个博士后科研流动站,6 个博士学位授权一级学科,25 个博士学位授权点,83 个硕士学位授权点;具有建筑学硕士、工商管理硕士(MBA)、公共管理硕士(MPA)、工程硕士(23 个)、高校教师在职攻读硕士学位等 4 种专业学位授予权。目前在校研究生 7800 余人。

研究生教育是精英教育,培养的是引领我国科技和经济社会发展的栋梁之材。教材是课堂教学和学生学习的主要载体,教材建设是课程体系和教学内容改革的核心。为进一步加强研究生教学工作,深化教学改革,提高研究生教育教学质量,学校于 2008 年启动了“合肥工业大学研究生精品教材建设”项目,将系统组织编写出版一批学科特色鲜明、学术水平较高的研究生教材。这些教材符合研究生教育改革发展趋势,反映了学科建设的新理论、新技术、新方法,在国内同类教材中较为先进。我们希望通过几年的努力,打造出一系列研究生精品教材。

合肥工业大学研究生精品教材编委会

2009 年 12 月

前　言

在现代科学研究与工程设计中，电子计算机的应用已渗透到所有领域的方方面面，科学计算的重要性已被愈来愈多的人所认识。作为理工科大学的本科生和研究生，应当具备一定的科学计算的知识和能力。因此，目前各理工科院校都将“数值分析”（有的叫“计算方法”或“数值计算方法”）列为很多专业本科生的必修课程以及工科硕士研究生的学位课程。

为适应国内双语教学的发展以及“数值分析”课程课时短、内容多的特点，作者结合近 20 年的教学经验及在国外学习和访问的经历，参考了大量国外优秀原版教材，编写了这本《数值分析》双语教材。全书用英文编写，在编写时，力求使它简练、易读，既便于教学，也便于自学。在内容方面，突出基本理论和方法，强化解决问题能力的培养；在文字叙述方面，力求做到由浅入深，通俗易懂。书中每章都配备了较多的例题和习题，尤其对那些读者比较难以理解和掌握的理论和方法，通过例题从多角度给予详尽解答，同时注意各种方法的比较，书末还附有习题答案。“数值分析”是一门实践性很强的课程，为加强上机实践，书末配有很多具有一定综合性的上机实习题，可供读者选用。为便于读者学习，本书还在每章最后一节配有该章所有算法的 MATLAB 程序，并附例题演示。最后，书后给出了书中出现的所有数学表达式的英文读法，以及书中所有概念的中英文索引，方便读者查阅。此外，我们还给出了书中出现的主要科学家的简介，以此表达我们对他们的敬意。

全书共有八章，主要内容有：线性方程组的数值解法（直接法和迭代法）、非线性方程的数值解法、数值逼近（包括插值与样条、平方逼近），数值微积分、常微分方程初值问题的数值解法。全书讲授课时为 32～40 学时，可根据实际教学时数进行调整。

在本教材付梓之际，本人衷心感谢合肥工业大学数学学院的朱功勤教授，他

拨冗审阅了书稿，并提出了很多中肯的意见。事实上，这本教材也凝聚了朱功勤教授近 30 年讲授“数值分析”的心血和宝贵经验。衷心感谢合肥工业大学研究生精品课程项目的支持。同时，衷心感谢合肥工业大学出版社的编辑，感谢他们的耐心和热心，他们认真负责的专业精神是这本教材能高质量完成的保证。在本教材的编写过程中，檀结庆、江平、殷明、郭清伟提供了部分习题及答案；黄淑兵、许云云帮助编写了部分 MATLAB 程序，在此对他们表示感谢。

限于作者的水平，书中难免有不当乃至错误之处，尚祈读者批评指正，编者将不胜感激。

朱晓临
2010 年 6 月

Contents

Chapter 1 Introduction

Numerical analysis is the development and study of procedures for solving problems with computers. The exact solution to a problem is called an *analytical solution*. Unfortunately, very few analytical solutions can be obtained in practice. *Numerical solutions*, approximations to analytical solutions, are considered. They can be found using a suitable type of calculation-intensive process, known as a numerical method called *algorithm*. The term "algorithm" is used for a systematic procedure that solves a problem or approximates a solution to the problem. A major advantage for numerical analysis is that a numerical answer can be obtained even when a problem has no analytical solution. Further, only the required mathematical operations are additions, subtractions, multiplications, and divisions as well as comparisons. Because these simple operations are exactly the functions that computers can perform, computers and numerical analysis make a perfect combination.

1.1 Errors and Significant Digits

It is important to realize that the result from numerical analysis is an approximation, which means the result has errors. The estimation of computing errors and the other sources of error in numerical methods is a critical part of the numerical analysis, which will occur often throughout this book.

1.1.1 Truncation Error and Roundoff Error

In numerical analysis two kinds of errors, *truncation error* and *roundoff error*, are mainly considered.

Truncation error is error made by numerical algorithms that arises from taking finite number of steps in computation. It is present even with infinite-precision arithmetic, because it is caused by truncation of the infinite Taylor series to form the algorithm.

For example,

$$e=1+1+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{n!}+\cdots,$$

but we have to use its finite items to approximate e, say as

$$e=1+1+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{n!},$$

and the error

$$R_n(1)=e-\left(1+1+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{n!}\right)=\frac{e^{\xi}}{(n+1)!} \qquad (0<\xi<1)$$

is the truncation error.

In computers, numbers are usually represented in the ***normalized decimal floating-point form***

$$x^*=\pm 0.a_1a_2\cdots a_n\times 10^m,\ 1\leqslant a_1\leqslant 9,\ 0\leqslant a_i\leqslant 9,\ i=2,3,\cdots,n, \tag{1.1.1}$$

which are called ***n-digit decimal machine numbers***.

Roundoff error is produced when using finite precision floating-point numbers on computers to represent real numbers (which in theory have infinite digits) since computer can only represent a number with finite number of digits.

Note. Roundoff errors are due to "rounding" in the basic arithmetic operations. There are two ways to do this. One way is called ***chopping***, and the other is called ***rounding***. The following example illustrates the two ways: