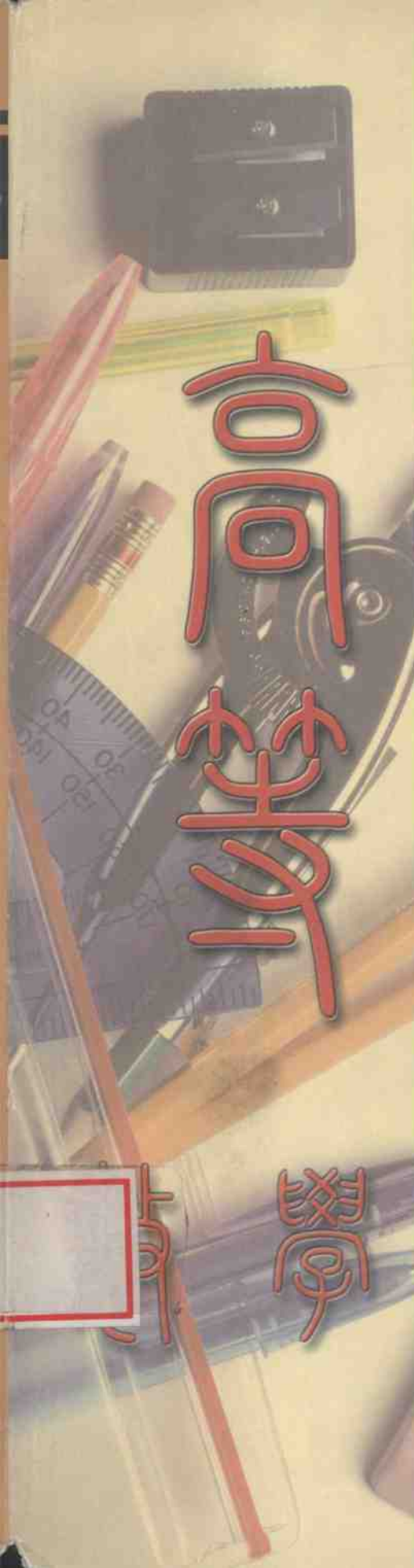




 21 世纪

农业部高职高专规划教材

高等数学

三年制

张克新 主编

各专业通用

中国农业出版社

21

世纪农业部高职高专规划教材

高等数学

三年制

张克新 主编

各专业通用

中国农业出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/张克新主编. —北京: 中国农业出版社,
2002.6
21 世纪农业部高职高专规划教材
ISBN 7-109-07570-2

I. 高... II. 张... III. 高等数学-高等学校: 技术
学校-教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 015324 号

一. 1.2 2-412
2.4 303
三. 3.2 2-107
5.6 303
五. 1.2 2-412
3.4 303

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100026)

出版人: 傅玉祥

责任编辑: 郭元建

北京东光印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2002 年 6 月第 1 版 2002 年 10 月北京第 2 次印刷

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 22.5

字数: 510 千字

定价: 28.50 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，近年来高职高专教育有很大的发展，为社会主义现代化建设事业培养了大批急需的各类专门人才。当前，高职高专教育成为社会关注的热点，面临大好的发展机遇。同时，经济、科技和社会发展也对高职高专人才培养提出了许多新的、更高的要求。但是，通过对部分高等农业职业技术学院、中等农业学校高职班教学和教材使用等情况的了解，目前农业高职高专教育教材短缺，已严重影响了当前教学的开展和教育改革工作。针对上述情况，并根据《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》的精神，中国农业出版社受农业部委托，在广泛调查研究的基础上，组织有关专家制定了 21 世纪农业部高职高专规划教材编写出版规划。根据各校有关专业的设置，按专业陆续分批出版。

教材的编写是按照教育部高职高专教材建设要求，紧紧围绕培养高等技术应用性专门人才，即培养适应生产、建设、管理、服务第一线需要的，德、智、体、美全面发展的高等技术应用性专门人才。教材定位是：基础课程体现以应用为目的，以必需、够用为度，以讲清概念、强化应用为重点；专业课加强针对性和实用性。相信这些教材



的出版将对培养高等技术应用性专门人才,提高劳动者素质,对建设社会主义精神文明,促进社会进步和经济发展起到重要的作用。

21世纪农业部高职高专规划教材突出基础理论知识的应用和实践能力的培养,具有针对性和实用性。适用于全国农林各高等职业技术学院、农林大学成教学院、高等农林专科学院、农林中专学校的高职班师生和相关层次的培训及自学。

在规划教材出版之际,对参与教材策划、主编、参编及审定工作的专家、老师以及支持教材编写的各高等职业技术学院、农业中专学校一并表示感谢!

中国农业出版社

2002年2月

编写说明

本

教材是21世纪农业部高职高专规划教材.是根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》和《关于加强高职高专教育教材建设的若干意见》的精神.在广泛调查研究的基础上,结合我国高职高专教育发展的实际情况编写而成的.

本教材在编写过程中,紧紧围绕高职高专教育的培养目标,充分体现基础课以应用为目的、以必需、够用为度的原则,讲清基本概念,注重直观描述与实际背景,不追求理论体系的系统性和完整性,简化理论证明,深入浅出,通俗易懂.教材自始至终贯穿数学思想和数学方法的讲授,以培养学生用数学的能力.

教材内容包括:一元微积分、多元微积分、级数、常微分方程、线性方程组、概率论初步等几个方面的内容.每节末都配有适量的习题,每章末都配有单元复习题供学生练习.以利于复习巩固和提高.

全书由张克新统稿主编.程正琼负责编写第1章;李贺贤负责编写第2、3章;石绍芬负责编写第4、5章;伍建桥负责编写第6章;张克新负责编写第7、11章及附录;张青娥负责编写第8、9章;楼海平负责编写第10章;吴艳华负责编写第12、13章;杨德彰、程正琼负责编写第14章.





在本教材的编写过程中,得到了湖北黄冈职业技术学院、山西农业大学、四川农业大学、浙江金华职业技术学院、河北承德民族职业技术学院、湖南永州职业技术学院、吉林北华大学农业职业技术学院、甘肃省畜牧学校的大力支持与帮助。华中农业大学朱倩军教授、湖南永州职业技术学院郑建民副教授在百忙之中对教材书稿进行了认真细致的审阅,提出了许多宝贵的意见。中国农业出版社的编辑为本教材顺利出版付出了辛勤的劳动,在此谨向他们表示衷心感谢。

由于编者水平所限,而且时间紧迫,教材中难免存在不妥之处,恳请读者和使用本书的教师不吝赐教,以便再版时修正。

编 者

· 2001年12月

出版说明
编写说明

第一篇 一元函数微积分学

第1章 极限与连续 1

第一节 函数	3
第二节 极限的定义	10
第三节 无穷小与无穷大	13
第四节 极限的性质及运算法则	15
第五节 两个重要极限	18
第六节 函数的连续性	20
► 复习题 1	25

第2章 导数与微分 27

第一节 导数的定义	27
第二节 求导法则	34
第三节 微分及其在近似计算中的应用	45
► 复习题 2	50





第3章 导数的应用 51

- 第一节 中值定理与洛必达(L'Hospital)法则 51
- 第二节 函数单调性的判别方法 55
- 第三节 函数的极值与最值 58
- * 第四节 函数图形的凹凸及拐点 64
- * 第五节 曲率 67
- 复习题3 70

第4章 不定积分 71

- 第一节 不定积分的概念与性质 71
- 第二节 换元积分法 76
- 第三节 分部积分法 84
- 第四节 简单有理函数的积分 87
- 第五节 积分表的使用 90
- 复习题4 91

第5章 定积分及其应用 92

- 第一节 定积分的概念与性质 92
- 第二节 微积分的基本公式 97
- 第三节 定积分的积分方法 100
- 第四节 广义积分 105
- 第五节 定积分的应用 108
- 复习题5 114

第6章 常微分方程 115

- 第一节 常微分方程的基本概念与分离变量法 115
- 第二节 一阶线性微分方程及几种简单的二阶方程 119
- 第三节 二阶常系数线性微分方程 122
- 复习题6 127

第二篇 多元函数微积分学

第7章 多元函数微分学 131

第一节 多元函数的极限与连续	131
第二节 偏导数	136
第三节 多元复合函数的偏导数	141
第四节 全微分	145
第五节 多元函数的极值、最大值与最小值	147
► 复习题 7	154

第8章 多元函数积分学 155

第一节 二重积分的概念与性质	155
第二节 二重积分的计算	160
► 复习题 8	168

第9章 级数 170

第一节 数项级数	170
第二节 幂级数	178
第三节 函数展开成幂级数	182
► 复习题 9	185

第三篇 线性方程组

第10章 行列式、矩阵与线性方程组 191

第一节 行列式	191
第二节 矩阵的定义及其运算	200
第三节 矩阵的逆及其求法	209
第四节 矩阵的秩与初等变换	214
第五节 线性方程组及其解法	218



► 复习题 10	230
----------------	-----

第 11 章 线性规划 232

第一节 线性规划问题的数学模型	232
第二节 线性规划问题的图解法	235
► 复习题 11	240

第四篇 概率论基础

第 12 章 随机事件及其概率 245

第一节 随机事件	245
第二节 古典概型	250
第三节 条件概率和全概公式	257
第四节 事件的独立性与二项概率公式	262
► 复习题 12	266

第 13 章 随机变量及其数字特征 268

第一节 随机变量的概念及类型	268
第二节 离散型随机变量的概率分布及数字特征	269
第三节 连续型随机变量的概率分布及数字特征	280
► 复习题 13	292

第 14 章 数理统计初步 294

第一节 抽样及其分布	294
第二节 参数估计	300
第三节 假设检验	308
第四节 一元回归分析	312
► 复习题 14	320

附 录 322

附录一 积分公式表	322
-----------------	-----



附录二	泊松分布表	331
附录三	标准正态分布表	335
附录四	t 分布临界值表	336
附录五	χ^2 分布临界值表	337
附录六	F 分布临界值表	339
附录七	相关系数显著性检验表	343
参考文献		344

第 一 篇

一元函数微积分学

本篇主要讨论一元函数微积分。它以函数为研究对象，导数概念是微积分的重要概念之一，它是学习一元函数微积分、多元函数微积分的基础。导数是通过极限来定义的，因此，极限方法是研究函数变化的基本方法。



满足不等式 $a < x < b$ 的实数称为开区间,记为 (a, b) ;

满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的实数称为闭区间,记为 $[a, b]$;

满足不等式 $a \leq x < b$ 、 $a < x \leq b$ 的实数称为半开(半闭)区间,记为 $[a, b)$ 、 $(a, b]$ 。

区间的几何意义是数轴上 a, b 两点之间(开区间不含端点,闭区间含端点)的线段,如图 1-1。

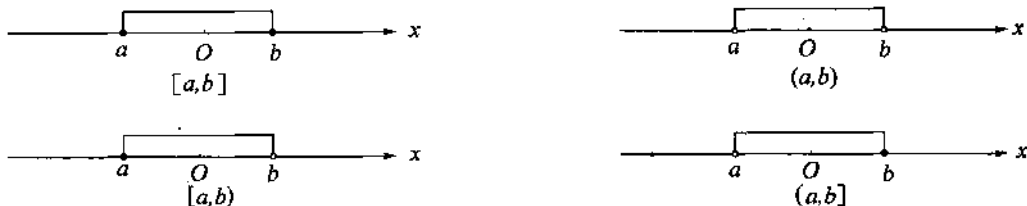


图 1-1

以上区间统称为有限区间。

若变量 x 可取任何实数,则区间概念可拓宽为无穷(限)区间.即: $-\infty < x < +\infty$ (全体实数),记为 $(-\infty, +\infty)$; $-\infty < x \leq b$,记为 $(-\infty, b]$; $-\infty < x < b$,记为 $(-\infty, b)$; $a \leq x < +\infty$,记为 $[a, +\infty)$; $a < x < +\infty$,记为 $(a, +\infty)$,几何表示略。

注意:“ $-\infty$ ”和“ $+\infty$ ”分别读作“负无穷大”和“正无穷大”,它们都不是具体的数,仅仅表示变量 x 的取值无限制(可取任何实数)的记号。

邻域是一个与区间有关的概念.设 x_0, δ 为两实数($\delta > 0$),满足不等式

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$

即 $|x - x_0| < \delta$

的全体实数 x 称为点 x_0 的 δ 邻域,

记为 $N(x_0, \delta)$,或用区间记为 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$,区间长为 2δ , δ 为该区间的半径,几何表示如图 1-2。

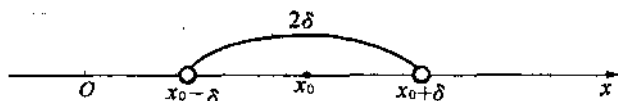


图 1-2

3. 函数概念 我们在研究某个问题时,常常会发现有几个变量在变化,它们并不是孤立的,而是相互联系、相互依赖地按照一定的规律在变化,先看下面的例子。

例 1 圆的面积 s 与该圆的半径 r 相互的关系为

$$s = \pi r^2, 0 < r < +\infty \text{ 或 } r \in (0, +\infty)$$

半径 r 在区间 $(0, R]$ 内任取一值,按上式就可以计算出圆面积 s 的对应数值。

例 2 某集团公司一下属工厂每天最多能生产 A 产品 2000 件,生产此种产品的固定成本为 10 000 元,每生产一件产品,成本增加 50 元,则每天总成本 s 与每天的产量 x (单位:件)之间的关系为

$$s = 10\,000 + 50x \quad \text{其中 } 0 \leq x \leq 2\,000 \text{ 或 } x \in [0, 2\,000]$$

产量 x 在 $[0, 2\,000]$ 任取一值,由上式可计算出成本 s 。

例 3 某气象台的温度自动记录仪记录下一天的气温变化情况,如图 1-3 曲线所示。

根据图中曲线可计算出这一天内任一时刻 t ($0 \leq t \leq 24$) 的气温 T .

以上几个例子的实际意义虽然不同,但却具有共同的特性,即:它们都表达了两个变量之间相互变化的关系及其对应规律,根据这种对应规律,当其中一个变量在其变化范围内任意取定一个数值时,另一变量总有惟一确定的值与之对应,这两个变量之间的关系,我们称为函数关系,定义如下:

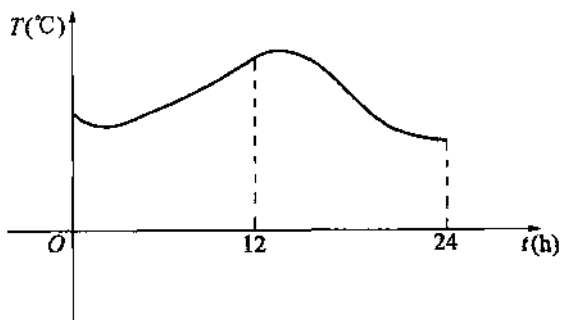


图 1-3

定义 1 设有两个变量 x 和 y ,若变量 x 在其变化范围内任取一个确定的数值时,变量 y 按照一定的规律 f 有惟一确定的值与其对应,则称 y 为 x 的函数.

记为 $y = f(x)$

其中 x 为自变量, y 为因变量(或函数), f 为对应规律(或对应法则).(对应规律也常用 $F, G, S, T, \dots, \Phi, \dots, \Psi, \dots$ 表示).

使函数 $y = f(x)$ 有定义或有实际意义的自变量 x 的全体取值范围称为函数的定义域,记为 D ,一般用区间表示.

函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 的值,称为 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 的函数值,记为 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$.

x 选取 D 中每一值所对应的函数值的全体称为函数的值域,记为 W ,一般也用区间表示(值域随定义域而定).

由函数定义,例 1 中圆面积 S 是圆半径 r 的函数,可记为 $S = f(r)$,定义域 $D = (0, +\infty)$,例 2 中产品的总成本 S 是产量 x 的函数,可记为 $S = S(x)$,定义域为 $D = [0, 2000]$,例 3 中气温 T 是时间 t 的函数,可记为 $T = T(t)$,定义域为 $D = [0, 24]$.

例 4 求下列函数的定义域:

$$(1) y = x^2 + x + 1; \quad (2) y = \frac{x}{x^2 - 1};$$

$$(3) y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}; \quad (4) y = \ln(5x - 4).$$

解 (1) 无论 x 取什么值,由关系式 $y = x^2 + x + 1$, y 都有确定的值与之对应,所以函数 $y = x^2 + x + 1$ 的定义域 $D_1 = (-\infty, +\infty)$.

(2) 要 y 有定义,须 $x^2 - 1 \neq 0$,即 $x \neq \pm 1$.所以 $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ 的定义域 $D_2 = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.

(3) 要 y 有定义,须 $x^2 - 3x + 2 \geq 0$,即 $x \leq 1$ 或 $x \geq 2$,所以 $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ 的定义域 $D_3 = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$.

(4) 要 y 有定义,须 $5x - 4 > 0$,即 $x > \frac{4}{5}$,所以 $y = \ln(5x - 4)$ 的定义域 $D_4 = (\frac{4}{5}, +\infty)$.



例5 设 $f(x) = \sqrt{4+x^2}$, 求 $f(-1)$, $f(\frac{1}{a})$ ($a > 0$).

解 $f(-1) = \sqrt{4+(-1)^2} = \sqrt{5}$, $f(\frac{1}{a}) = \sqrt{4+(\frac{1}{a})^2} = \sqrt{\frac{4a^2+1}{a^2}} = \frac{1}{a}\sqrt{4a^2+1}$.

4. 关于函数

(1) 决定函数的两要素 函数关系由两个因素决定: 一是函数的定义域, 二是函数的对应规律. 例如, $y=1$ 与 $y=\sin^2 x + \cos^2 x$ 表示相同的函数, 而 $y=\frac{x^2}{x}$ 与 $y=x$ 不是同一函数, 因定义域不同.

(2) 函数的表示法 函数常用解析法、表格法和图示法三种表示法.

解析法 用解析表达式表示一个函数就称为函数的解析法. 高等数学中讨论的函数, 大多由解析法表示. 用解析法表示函数, 不一定总是用一个式子表示, 也可以分段用几个式子来表示一个函数.

例6 $y=f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{当 } x \leq 0 \text{ 时,} \\ x+1, & \text{当 } x > 0 \text{ 时,} \end{cases}$

这是用两个解析式子给定的一个函数, 其定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 当自变量在区间 $(-\infty, 0]$ 内取值时, 对应的函数值按 $y=x^2$ 计算 [例如 $f(-3) = (-3)^2 = 9$], 当 x 在区间 $(0, +\infty)$ 取值时, 函数值按 $y=x+1$ 计算 [例如 $f(4) = 4+1=5$], 它的图像由两个分段曲线组成 (图 1-4).

表格法 把自变量所取的值和对应的函数值列成表, 用以表示函数关系, 称为函数的表格法, 如对数表、三角函数表、立方表等.

图示法 用坐标系下的一条或(多条)曲线表示函数, 称为函数的图示法, 如例 3. 函数的三种表示法各有优缺点, 在实际应用时, 三种方法经常配合使用.

(3) 单值函数与多值函数 在函数的定义中, 要求对定义域 D 内的每一 x 值, y 有惟一确定的值与之对应, 若对定义域 D 内的每一 x 值, y 有多个值与之对应, 就不符合函数的定义, 但为了方便, 我们称 y 是 x 的多值函数, 而把符合函数定义的函数称为单值函数. 今后如果不加声明, 函数均指单值函数, 有时, 可把多值函数拆成单值函数, 例如 $y = \pm\sqrt{1-x^2}$ 就是一多值(双值)函数. 可以把它拆成两个单值函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 和 $y = -\sqrt{1-x^2}$.

5. 函数的几种特性

(1) 有界性 设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义, 如果存在正数 M , 使得任一 $x \in I$ 所对应的函数值都满足不等式

$$|f(x)| \leq M$$

则称函数 $f(x)$ 在 I 上有界. 如果这样的正数 M 不存在, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上无界. 例如, 函数 $f(x) = \sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有界, 因为 $|\sin x| \leq 1$ 对任何 $x \in (-\infty, +\infty)$ 都成立,

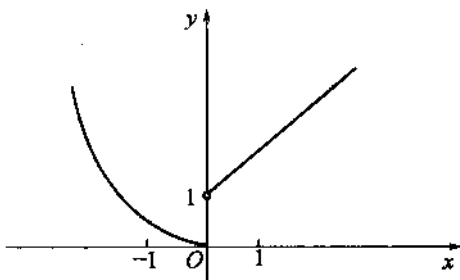


图 1-4