高职高专教育“十一五”规划教材

ECONOMIC MATHEMATICS

经济数学

王洪明　周秀君　主　编

科学出版社
www.sciencep.com

高职高专教育“十一五”规划教材

经济数学

王洪明　周秀君　主　编

安伯香　郑希锋　宋学林　副主编
刘金荣　王小琴

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书是在认真总结、分析、吸收全国高职高专院校经济管理类专业经济数学教学改革经验的基础上编写的。本书从高职高专人才培养目标出发，结合经济管理类专业特点，设计了教学内容。在编写中注重理论联系实际，紧密结合专业，适当降低了难度，遵循循序渐进的教学原则，同时，每节精心配置了例题、案例与习题，每章配有综合训练，便于学生对有关知识的掌握与应用。

本书的主要内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、积分学及其应用、线性代数初步、随机事件与概率、随机变量及其数字特征、数理统计初步、数学软件 Mathematica 等。本书加 * 部分是供教师根据专业及课时情况作为选学内容。

本书适用于高职高专院校及本科院校经济管理类专业经济数学的教学，也可以作为经济管理人员参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

经济数学/王洪明，周秀君主编. —北京：科学出版社，2010
（高职高专教育“十一五”规划教材）
ISBN 978-7-03-027605-6

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①王… ②周… Ⅲ. ①经济数学—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 089276 号

策划：姜天鹏 李洪旺
责任编辑：王纯刚 隽青龙 / 责任校对：耿 耘
责任印制：吕春珉 / 封面设计：东方人华平面设计部

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2010 年 6 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2010 年 6 月第一次印刷 印张：19 1/4
印数：1—5 000 字数：436 000

定价：33.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉）
销售部电话 010-62140850 编辑部电话 010-62135517-2037

前　言

本书是在充分研究当前高职高专教育现状，认真分析、总结、吸收高职高专院校经济管理类专业经济数学教学教改经验，结合高职高专学生特点和市场人才需求的基础上编写的。本书从高职高专教育人才培养目标出发，充分考虑了高职高专经济管理类专业学生的知识需求和接受能力，以及不同专业或专业方向的要求，精心设计了内容。

本书在编写过程中力求做到条理清晰、通俗易懂，基本内容表述清楚，层次清晰，结构合理，重点突出，例题、习题、案例针对性强，特别注意培养学生用数学概念、方法、思想消化吸收经济概念、经济问题的能力，侧重培养学生将实际问题转化为数学模型的能力，突出了学生数学应用技能的训练与培养。本书取材合适，深度适宜，富有启发性，有利于激发学生的学习兴趣。

本书每节都配有一定数量的习题和案例，每章后面还配有综合训练。这些习题可以帮助学生加深对基本内容的理解，提高学生分析问题的能力，逐步培养学生自学的能力。

本书具有以下特色：

1. 每章均采用目标导学的方法，有利于学生对学习目标的把握；

2. 精选例题、案例和习题，注重结合专业特点，理论联系实际，突出学科之间的交叉性；

3. 特别注重教学概念与经济问题的联系，给出了许多问题的经济解析；

4. 减弱了理论推导与证明，不追求理论上的系统性；

5. 教材内容函盖面广，为不同专业或专业方向提供了更大的选择空间；

6. 本书介绍了数学软件 Mathematica 及应用，有利于培养学生利用计算机及相关数学软件求解数学模型的能力。

本书由王洪明、周秀君主编，安伯香、郑希锋、宋学林、刘金荣、王小琴副主编。其中第 1 章、第 9 章、第 10 章由周秀君编写；第 2 章由宋学林编写；第 3 章由王小琴编写；第 4 章由刘金荣编写；第 5 章由王洪明编写；第 6 章由安伯香编写；第 7 章、第 8 章由郑希锋编写。由王洪明负责全书的统稿工作。由宋立温教授担任本书的主审工作。

鉴于我们的研究能力和学术水平有限，加之时间仓促，书中难免有疏漏之处，恳切期望读者批评指正，以便进一步修改和完善。

编　者

2010 年 4 月

目　　录

第 1 章　函　　数

学习目标：

- 理解函数的概念，熟练掌握函数定义域和值域的求法，了解分段函数的特点.
- 掌握函数的基本性质和表示方法.
- 熟练掌握六类基本初等函数的概念、表达式、图形和性质. 了解复合函数、初等函数的概念和性质，掌握复合函数的分解方法.
- 了解常用经济函数的概念及相关运算，会建立简单的函数关系式.

函数是微积分学的主要研究对象，它的实质是变量之间的对应关系. 本章将在中学数学知识的基础上，进一步研究函数的概念与性质，为学习微积分知识打下必要的基础.

1.1　函数的概念

1.1.1　函数的概念

引例 1　自由落体运动　设物体下落的时间为 t，下落距离为 s，假定开始下落的时刻 $t = 0$，那么 s 与 t 之间的依赖关系由

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

给出，其中 g 为重力加速度. 在这个关系中，距离 s 随着时间 t 的变化而变化. 其特点是，当下落的时间 t 取定一个值时，对应的距离 s 的值也就确定了.

引例 2　医师用药　医师给儿童用药和成年人不一样，用药量可由儿童的体重来确定. 要计算 1 ～ 12 岁的儿童的体重可用经验公式 $y = 2x + 7$，其中 x 代表年龄(岁)，y 代表体重(公斤)，年龄确定了，相应的体重也就确定了.

上述两个引例的变化过程中，出现的变量不都是独立变化的，而是按照一定的规律相互制约. 分析这种变量间的对应关系，可抽象出“函数”的概念. 函数的概念在 17 世纪之前一直与公式紧密关联，到了 1837 年，德国数学家狄利克雷(1805 ～ 1859)抽象出了直至今日仍为人们易于接受，并且较为合理的函数概念.

函数的定义

定义 1　设 x，y 是同一变化过程中的两个变量，若当 x 取其变化范围内任一值时，按照某种对应规则，总能唯一确定变量 y 的一个值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作

$$y = f(x)$$

x 叫做自变量，y 叫做因变量. x 的取值范围叫做函数的定义域，与 x 的值对应的 y 的值的集合叫做函数的值域.

当自变量 x 取数值 x_0 时，因变量 y 按照对应法则 f 所对应的数值，称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $y=f(x_0)$.

为区别同一问题中的不同函数关系，可采用不同的函数记号来表示这些函数. 如 $F(x)$、$G(x)$、$g(x)$ 等.

由函数定义可知，当函数的定义域和函数的对应法则确定后，这个函数就完全确定了. 因此，把函数的定义域和对应法则叫做函数的两个要素. 两个函数只有它们的定义域和对应关系完全相同时，这两个函数才是相同的. 而与变量符号无关. 如 $y=|x|$ 与 $z=\sqrt{v^2}$ 就是相同的函数.

例 1.1 设 $f(x)=2x^2-3$，求 $f(-1)$，$f(x_0)$.

解 $f(-1)=2\times(1)^2-3=-1$

$f(x_0)=2\,(x_0)^2-3=2x_0{}^2-3$

例 1.2 求函数求函数 $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$ 的定义域.

解 要使分式有意义，必须分母 $x^2+2x-3\neq 0$，即 $x\neq-3$ 且 $x\neq 1$，所以这个函数的定义域是$(-\infty,\ -3)\cup(-3,\ 1)\cup(1,\ +\infty)$.

求函数定义域时应遵守以下原则：

(1) 代数式中分母不能为零；

(2) 偶次根式内表达式非负；

(3) 基本初等函数要满足各自的定义要求；

(4) 对于表示实际问题的解析式，还应保证符合实际意义.

1.1.2 函数的表示

常用的函数表示方法有表格法、图像法、解析法.

(1) 将自变量的值与对应的函数值列成表格以表示函数的方法叫表格法，如三角函数表、对数表及许多的财务报表等.

(2) 用图像来表示自变量值与函数值的关系的方法叫图像法，它的特点是较直观.

(3) 用数学表达式表示自变量和因变量的对应关系的方法叫解析法，如 $y=\sin x$，$y=2x+1$ 等，它的特点是便于推理与演算.

以下几种是我们以后常遇到的函数.

分段函数

引例 3 乘座火车时，铁路部门规定：随身携带物品不超过 20 千克免费，超过 20 千克部分，每千克收费 0.2 元，超过 50 千克部分，再加收 50%，应如何计算携带物品所交的费用.

解 设物品的重量为 x，应交费用为 y，则有

$$y=\begin{cases}0 & x\leqslant 20\\ 0.2(x-20) & 20<x\leqslant 50\\ 0.3(x-50)+6 & x>50\end{cases}$$

对于分段函数，要注意以下几点：

(1) 分段函数是由几个公式合起来表示一个函数，而不是几个函数.

(2) 分段函数的定义域是各段定义域的并集.

(3) 在处理问题时，对属于某一段的自变量就应用该段的表达式.

1.1.3　反函数

定义　如果已知 y 是 x 的函数，$y=f(x)$，则由它所确定的以 y 为自变量，x 为因变量的函数 $x=\varphi(y)$ 就是 $y=f(x)$ 的反函数，而 $y=f(x)$ 称为直接函数.

但习惯上，用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，于是把 $y=f(x)$ 的反函数 $x=\varphi(y)$ 写成 $y=\varphi(x)$，并用 $f^{-1}(x)$ 来表示($y=\varphi(x)=f^{-1}(x)$)，即 $y=f(x)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$.

函数 $y=f(x)$ 的定义域和值域分别是其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域和定义域.

函数 $y=f(x)$ 和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

单调函数存在反函数，且函数与其反函数单调性相同.

例 1.3　求函数 $y=x^2$，$x\in[0,+\infty)$ 的反函数.

解　因为函数 $y=x^2$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，所以存在反函数. 由 $y=x^2$ 解得 $x=\sqrt{y}$，$y\geqslant 0$，于是 $y=x^2$ 的反函数为 $y=\sqrt{x}$，$x\in[0,+\infty)$ 求反函数的步骤是从 $y=f(x)$ 中解出 x，得到 $x=f^{-1}(y)$，再将 x 和 y 互换即可.

例 1.4　求 $y=2x+1$ 的反函数.

解　由 $y=2x+1$ 得 $x=\dfrac{y-1}{2}$，互换字母 x，y 得所求反函数为 $y=\dfrac{x-1}{2}$.

1.1.4　函数的性质

1. 函数的奇偶性

定义 2　设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，即 $x\in D\Leftrightarrow -x\in D$，

若 $f(-x)=f(x)$，$x\in D$，则称 $f(x)$ 为偶函数；

若 $f(-x)=-f(x)$，$x\in D$，则称 $f(x)$ 为奇函数.

例如：$y=x^2$，$x\in R$，是偶函数，其图像如图 1-1 所示；$y=x^3$，$x\in R$，是奇函数，其图像如图 1-2 所示.

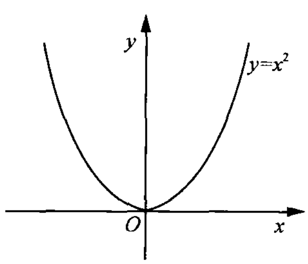


图 1-1

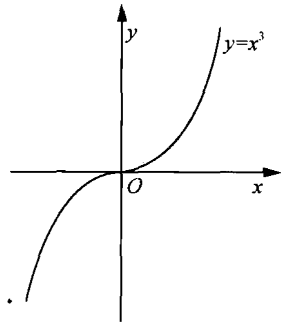


图 1-2

偶函数的图像关于 y 轴对称，奇函数的图像关于原点对称.

两个偶函数之和、差、积、商仍是偶函数，两个奇函数之和、差仍是奇函数，两个奇函数之积、商是偶函数，奇函数与偶函数之积、商是奇函数.

例 1.5　判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=x^4-x^2+8$　　(2) $f(x)=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$

解　(1) 因为 $f(-x)=(-x)^4-(-x)^2+8=x^4-x^2+8=f(x)$，即 $f(-x)=f(x)$.

所以 $f(x)=x^4-x^2+8$ 是偶函数.

(2) 因为 $f(-x)=\lg(-x+\sqrt{x^2+1})$

所以 $f(-x)+f(x)=\lg(-x+\sqrt{x^2+1})+\lg(x+\sqrt{x^2+1})$

$$=\lg(-x+\sqrt{x^2+1})(-x+\sqrt{x^2+1})=\lg 1=0,$$

即 $f(-x)=-f(x)$.

所以 $f(x)=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$ 是奇函数.

2. 函数的周期性

定义 3　给定函数 $y=f(x)$, $x\in D$, 若存在常数 T 使得 $x\in D\Leftrightarrow x+T\in D$ 且 $f(x+T)=f(x)$，$x\in D$，则称 $f(x)$ 为周期函数，常数 T 称为周期. 满足条件的最小正数 T 称为 $f(x)$ 的最小正周期，通常所说的周期函数的周期是指它的最小正周期. 例 $\sin x$，$\cos x$ 是周期为 2π 的函数，$\tan x$，$\cot x$ 是周期为 π 的函数. 以 T 为周期的函数图像沿 x 轴方向左右平移 T 的整数倍，图像将重合.

3. 函数的单调性

定义 4　若对于区间 I 内任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 I 上单调增加(如图 1－3)，区间 I 称为单调递增区间；若 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 I 上单调减少(如图 1－4)，区间 I 称为单调递减区间.

单调增加与单调减少分别称为递增与递减. 单调递增区间或单调递减区间统称为单调区间.

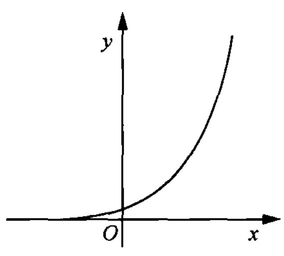


图 1－3

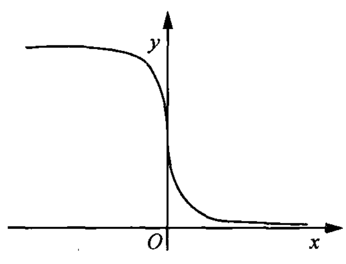


图 1－4

4. 函数的有界性

定义 5　若存在正数 M，使得在区间 I 上 $|f(x)|\leqslant M$，则称 $f(x)$ 在 I 上有界. 否则称为无界.

例如函数 $y=\cos x$ 在区间$(-\infty,+\infty)$ 内有 $|\cos x|\leqslant 1$，，所以函数 $y=\cos x$ 在$(-\infty,+\infty)$ 内是有界的.

习　题　1.1

1. 下列函数是否表示同一函数？为什么？

(1) $f(x) = \lg x^2$，$g(x) = 2\lg x$

(2) $f(x) = x$，$g(x) = \sqrt{x^2}$

(3) $f(x) = \sqrt{1-\sin^2 x}$，$g(x) = \cos x$

(4) $f(x) = \ln x^3$，$g(x) = 3\ln x$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} -(x+1) & x < -1 \\ \sqrt{1+x^2} & -1 \leqslant x < 1 \\ 0 & x \geqslant 1 \end{cases}$，求 $f(-2)$，$f(0)$.

3. 求下列函数的反函数.

(1) $y = \sqrt[3]{x+1}$　　(2) $f(x) = \begin{cases} x-1 & x < 0 \\ x^2 & x \geqslant 0 \end{cases}$

4. 判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x) = x(x+1)(x-1)$　　(2) $f(x) = x\sin x$

(3) $y = 3^x$　　(4) $y = \mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}$

1.2　初等函数

1.2.1　基本初等函数

常函数：$y = c$（c 为常数）.

幂函数：$y = x^\alpha$（α 为常数）.

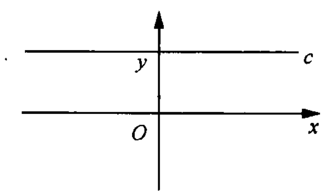
指数函数：$y = a^x$（$a > 0$，且 $a \neq 1$，a 为常数）.

对数函数：$y = \log_a x$（$a > 0$，且 $a \neq 1$，a 为常数）.

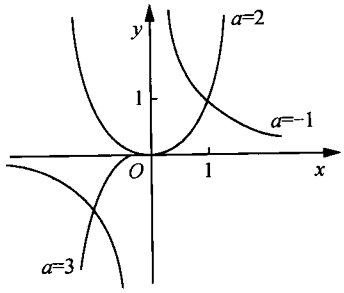
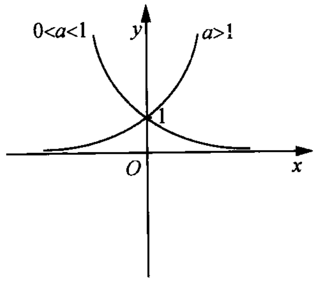
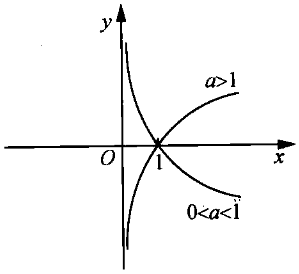
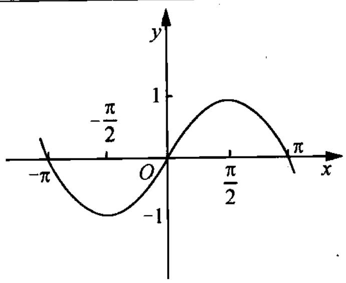
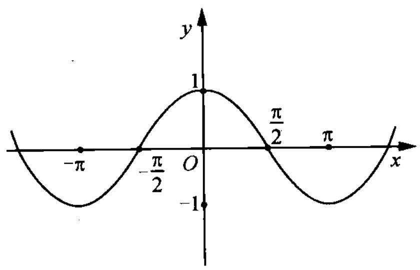
三角函数：$y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$，$y = \cot x$.

以上五类函数统称为基本初等函数，为了大家便于复习，现将它们的定义域、值域、图像和性质列表，见表 1.1.

表 1.1

函　数	表　达　式	定义域与值域	图　　像	特　　性
常函数	$y = c$	$x \in (-\infty, +\infty)$ $y \in \{c\}$		偶函数

续表

函数	表达式	定义域与值域	图像	特性
幂函数	$y=x^a$	定义域与值域随 a 的不同而不同		若 $a>0$，在[0，+∞)内单调增加若 $a<0$，在(0，+∞)内单调减少
指数函数	$y=a^x$ $a>0$， $a\neq 1$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		$a>1$，a^x 单调增加 $0<$ <1，a^x 单调减少
对数函数	$y=\log_a x$ $a>0$， $a\neq 1$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		$a>1$，$\log_a x$ 单调增加 $0<a<1$，$\log_a x$ 单调减少
正弦函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期 2π，有界
余弦函数	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期 2π，有界