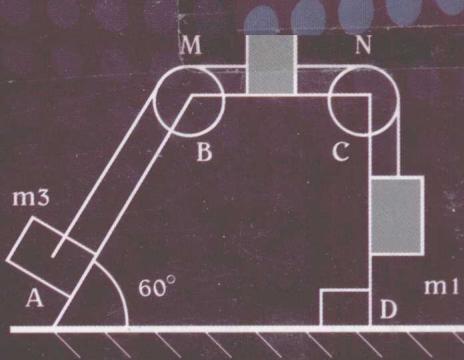


普通高等院校规划教材

# 简明工程力学

徐 鹏 主编



JIANMING  
GONGCHENG LIXUE



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

普通高等院校规划教材

# 简明工程力学

徐 鹏 主编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

## 内 容 简 介

本教材是按照应用型本科、专科人才培养的要求编写的，全书系统介绍了静力学、杆件的强度和刚度分析、稳定性、运动学、动力学的基本概念和基本方法。

本教材适合机械类、近机械类专业本科、专科生使用，学时为 48~72 学时，也可供类似专业高职高专学生使用，结合网络资源也可供成人业余教育和网络教育。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

简明工程力学 / 徐鹏主编. —北京：电子工业出版社，2010.2

(普通高等院校规划教材)

ISBN 978-7-121-10315-5

I. 简… II. 徐… III. 工程力学—高等学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 018488 号

策划编辑：桑 纲

责任编辑：贾晓峰 文字编辑：

印 刷：北京市顺义兴华印刷厂

装 订：三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787×1092 1/16 印张：19.5 字数：499 千字

印 次：2010 年 2 月第 1 次印刷

印 数：2 000 册 定价：34.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 [zlts@phei.com.cn](mailto:zlts@phei.com.cn)，盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

服务热线：(010) 88258888。

# 前　　言

本教材是按照 48~72 学时编写的，适用于机械类、材料类、自动控制、仪表设计类等专业的本专科、高职高专学生使用，结合网络资源也可供成人业余教育和网络教育。

近年来，随着应用型本科人才培养工作地不断推进，特别是三本、高职高专教育的迅猛发展，对工程力学的传统教学模式和教材内容提出了现实的问题：学时减少，难度降低，但对内容的系统性和覆盖面提出了较高的要求。本教材强调工程力学课程的“工程性”，培养学生解决工程问题的一般思路；根据机械类、近机类的专业特点，构建了层次分明的各部分教学内容之间的关系，优化了教学内容。本教材打破传统工程力学中静力学、材料力学、运动学动力学内容的组合模式，采用工程问题设计和制造流程的思路来编写。在原来材料力学部分引入外力分析、内力分析、应力强度计算、变形刚度计算的循环过程；在理论力学部分注意利用学生的物理知识，加入了动系转动加速度分析的内容，完善了运动学平面运动分析的内容；动力学中首先学习动静法，是学生在有限的时间内也能掌握一种动力学计算方法，并把弹性杆件动应力计算融入动力学部分，保持了知识的系统性。

全书分为三篇十二章。第一篇为静力学，包括结构静力分析、力系的简化、平衡力系及其应用。第二篇为弹性杆件承载能力分析，即弹性杆件的强度、刚度、稳定性设计，包括杆件内力分析、杆件应力和强度分析、杆件变形和刚度分析、受压杆件的稳定性设计。第三篇为运动学与动力学，在物理学的质点运动学和刚体基本运动基础上，进一步学习点的合成运动、刚体平面运动、动力学基本概念及动静法、动力学普遍定理及其应用。

随着有限元模拟和其他数值计算商业软件的不断完善和应用，工程力学教学的重点不再强调复杂、烦琐的计算过程和计算方法，在掌握基本概念、方法的基础上，培养学生较强的力学建模能力是当前工程力学教学中应大力关注的。利用典型工程实际问题的分析过程，通过设置一些力学建模问题，增强学生对力学的发散性思维能力，是编写此教材的出发点之一。该教材注重通过工程实际问题提炼力学模型，引出力学理论，从而增强学生力学建模的能力和准确分析计算的能力。

在习题设置方面，注重开发学生的发散性思维，习题结构多样性，每章设计灵活多样的判断题、选择题、填空题和计算题。结合工程图片，设计了一些定性分析的题目，以培养学生力学建模和分析工程实际问题的能力；关键词汇给出英语解释，加大学生的专业外语词汇量。另外本教材配有多媒体课件，方便教师授课和学生自学。

本教材由中北大学力学系组织编写，由徐鹏主编，李海涛、关学锋、周义清参与编写。其中第一章到第三章由周义清编组织编写；绪论、第四章、第五章、第八章由徐鹏编组织编写；第六章、第七章、第九章由关学锋编组织编写；第十章到第十二章由李海涛编组织编写。书中插图由研究生孙东哲同学和关学锋绘制。

衷心希望读者就本教材的内容进行交流，并对教材中的不足给予批评指正。电子邮箱：[ncitlxpx@nuc.edu.cn](mailto:ncitlxpx@nuc.edu.cn).

编　者  
2010 年 1 月

# 目 录

绪论 ..... (1)

## 第一篇 静力学

**第一章 结构静力分析** ..... (4)

- 第一节 静力学基本概念 ..... (4)
- 第二节 典型约束与约束反力 ..... (7)
- 第三节 物体的受力分析和受力图 ..... (10)
- 第四节 总结与讨论 ..... (13)
- 习题 A ..... (14)
- 习题 B ..... (15)

**第二章 力系的简化** ..... (16)

- 第一节 力在坐标轴上的投影 ..... (16)
- 第二节 汇交力系的合成 ..... (17)
- 第三节 力对点的矩和力对轴的矩 ..... (19)
- 第四节 力偶理论 ..... (24)
- 第五节 力的平移定理 ..... (28)
- 第六节 任意力系的简化 ..... (28)
- 第七节 总结和讨论 ..... (35)
- 习题 A ..... (37)
- 习题 B ..... (39)

**第三章 平衡力系及其应用** ..... (42)

- 第一节 空间力系的平衡方程及其应用 ..... (42)
- 第二节 平面力系的平衡方程及其应用 ..... (46)
- 第三节 考虑摩擦的平衡问题简介 ..... (49)
- 第四节 重心、质心、形心与静矩 ..... (55)
- 第五节 总结与讨论 ..... (60)
- 习题 A ..... (62)
- 习题 B ..... (62)

## 第二篇 弹性杆件承载能力分析

**第四章 杆件内力分析** ..... (67)

- 第一节 变形固体的基本假设 ..... (67)
- 第二节 内力分析方法及内力分量 ..... (69)

第三节 轴向拉压变形的内力分析 .....	(71)
第四节 扭转变形的内力分析 .....	(73)
第五节 弯曲变形的内力分析 .....	(76)
第六节 组合变形的内力分析 .....	(82)
第七节 总结与讨论 .....	(83)
习 题 A .....	(84)
习 题 B .....	(86)
<b>第五章 杆件应力和强度分析 .....</b>	<b>(89)</b>
第一节 应力和应变的初步概念 .....	(89)
第二节 杆件轴向拉压变形时的应力 .....	(90)
第三节 材料的力学性能与失效判据 .....	(92)
第四节 剪切与挤压的实用强度分析 .....	(99)
第五节 圆轴扭转时应力和强度分析 .....	(103)
第六节 细长梁弯曲时应力和强度分析 .....	(107)
第七节 斜弯曲及拉压弯曲组合时强度分析 .....	(115)
第八节 平面应力状态分析及广义胡克定律 .....	(119)
第九节 复杂应力状态的强度失效判据及其应用 .....	(123)
第十节 总结与讨论 .....	(127)
习 题 A .....	(127)
习 题 B .....	(129)
<b>第六章 杆件变形和刚度分析 .....</b>	<b>(134)</b>
第一节 杆件轴向拉压变形 .....	(134)
第二节 圆轴扭转变形和刚度分析 .....	(138)
第三节 细长梁弯曲变形和刚度分析 .....	(139)
第四节 简单超静定问题分析 .....	(149)
第五节 总结与讨论 .....	(159)
习 题 A .....	(159)
习 题 B .....	(159)
<b>第七章 受压杆件的稳定性设计 .....</b>	<b>(164)</b>
第一节 压杆稳定的概念 .....	(164)
第二节 压杆的临界压力和临界应力 .....	(166)
第三节 压杆的稳定性设计 .....	(172)
第四节 提高压杆稳定性的措施 .....	(176)
第五节 总结与讨论 .....	(178)
习 题 A .....	(178)
习 题 B .....	(179)

### 第三篇 运动学与动力学

<b>第八章 质点运动学和刚体基本运动 .....</b>	<b>(183)</b>
第一节 不同坐标系下点的运动描述 .....	(183)
第二节 刚体的基本运动 .....	(187)

第三节 总结与讨论 .....	(189)
习 题 A.....	(189)
习 题 B.....	(190)
<b>第九章 点的合成运动 .....</b>	<b>(191)</b>
第一节 点的合成运动的基本概念 .....	(191)
第二节 点的速度合成定理 .....	(193)
第三节 牵连运动为平动时的加速度合成 .....	(197)
第四节 牵连运动为转动时的加速度合成简介 .....	(198)
第五节 总结与讨论 .....	(200)
习 题 A.....	(201)
习 题 B.....	(202)
<b>第十章 刚体的平面运动 .....</b>	<b>(205)</b>
第一节 刚体平面运动概述与运动分解 .....	(205)
第二节 平面图形上各点的速度分析 .....	(207)
第三节 平面图形上各点的加速度分析 .....	(214)
第四节 总结与讨论 .....	(218)
习 题 A.....	(218)
习 题 B.....	(220)
<b>第十一章 动力学基本概念及动静法 .....</b>	<b>(223)</b>
第一节 动力学概述 .....	(223)
第二节 质点的运动微分方程 .....	(223)
第三节 动力学基本概念 .....	(228)
第四节 惯性力与达朗贝尔原理 .....	(236)
第五节 刚体惯性力系的简化 .....	(238)
第六节 弹性构件的动应力计算 .....	(243)
第七节 总结与讨论 .....	(246)
习 题 A.....	(247)
习 题 B.....	(249)
<b>第十二章 动力学普遍定理及其应用 .....</b>	<b>(252)</b>
第一节 动量定理 .....	(252)
第二节 动量矩定理 .....	(256)
第三节 动能定理 .....	(260)
第四节 碰撞 .....	(267)
第五节 单自由度系统的自由振动 .....	(274)
第六节 总结与讨论 .....	(279)
习 题 A.....	(279)
习 题 B.....	(281)
<b>附录 A 型钢表 .....</b>	<b>(284)</b>
<b>附录 B 部分习题答案 .....</b>	<b>(297)</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>(304)</b>

# 绪 论

## 1. 工程力学与现代工程技术

工程力学是在人们的生产实践中产生和发展起来的，它是研究物体机械运动一般规律和构件的强度、刚度、稳定性的科学。特别是现代工程技术对工程力学提出许多更加迫切的问题，同时也促进了工程力学理论体系的不断发展和完善。工程力学在土木水利工程、交通运输、航空航天、装备制造等多个现代工程领域有着广泛的应用，如图 0-1~图 0-9 所示。

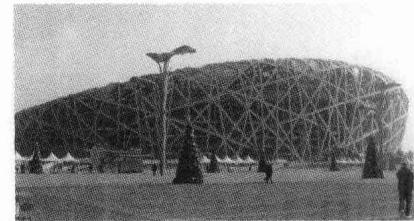


图 0-1 国家体育馆“鸟巢”工程

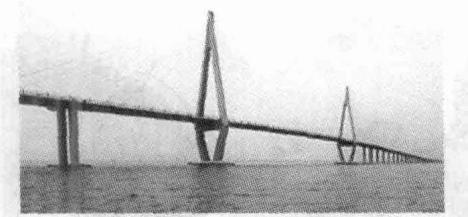


图 0-2 杭州湾跨海大桥

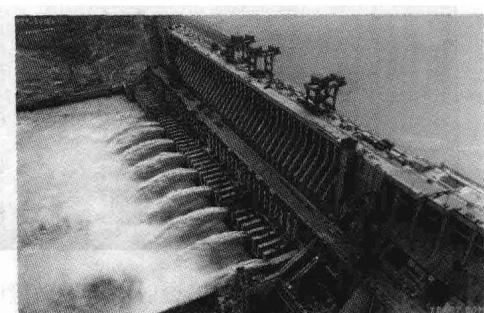


图 0-3 三峡工程

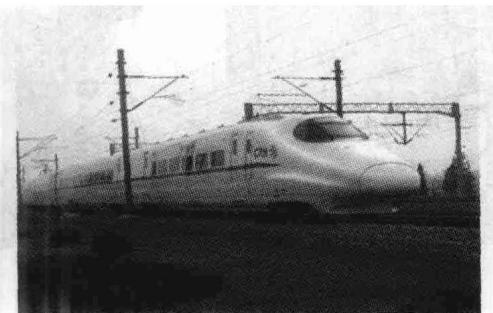


图 0-4 动车组



图 0-5 国产“空警 2000”预警机



图 0-6 “神舟”飞船

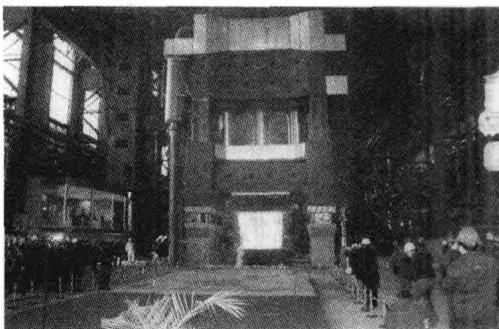


图 0-7 1.5 万吨水压机——我国一重自主创新成果

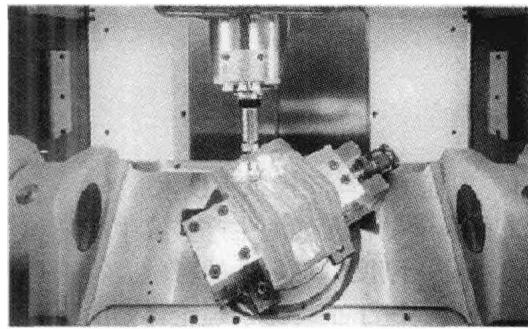


图 0-8 五轴联动数控机床

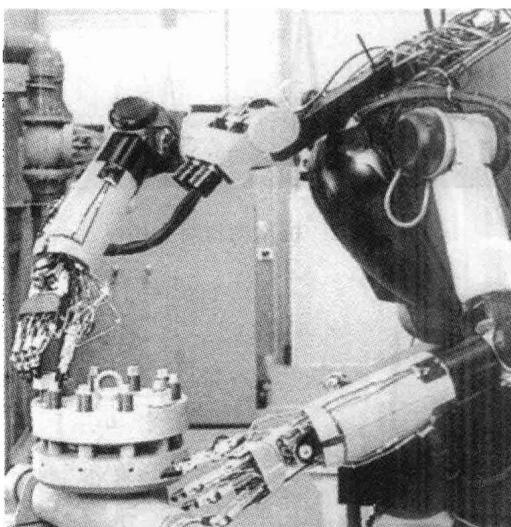


图 0-9 工业机器人

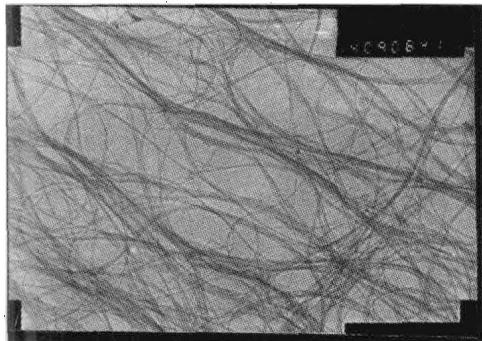


图 0-10 碳纳米管 4 万倍透射电子显微镜照片

另外，工程力学在微米纳米领域也得到广泛应用，国内某科研所研制的高  $g$  值微加速度传感器采用梁板式结构，尺寸为  $4100\mu\text{m} \times 3500\mu\text{m} \times 920\mu\text{m}$ 。如图 0-10 所示为碳纳米管 4 万倍透射电子显微镜照片。

## 2. 工程力学的研究对象和研究方法

人们认识和改造自然界的过程遵循由外向内、由表及里、由简单到复杂、由感性到理性 的过程。工程力学通常在观察和实验的基础上，用抽象的方法建立力学模型。工程力学的研究对象包括质点、刚体和变形体。力作用于构件上要产生外部和内部两种效应，外部效应也称为运动效应，内部效应也称为变形效应。抽象化的方法就是从影响力作用效应的复杂因素中，抓住主要因素，忽略次要因素。例如，在研究构件系统的平衡求解支反力时，可以忽略变形对原始尺寸变化的影响，得到刚体的模型；在研究物体的内力、变形时，采用变形固体的一些假设。

工程力学的研究方法可以归结为以下步骤。

- (1) 将所研究的问题抽象为一定的力学模型。
- (2) 应用工程力学知识把力学模型转化为数学模型，视问题难易程度不同，可以是偏微分方程、常微分方程、线性代数方程组等。
- (3) 运用一定的数学工具进行求解。若问题复杂，可以采用数学仿真软件，如 MATLAB



或 MATHCAD, 多体动力学仿真软件 ADAMS, 有限元仿真软件 ANSYS、MARC 等得到数值解。

工程力学是一门理论性较强的技术基础课, 该课程的基本概念、基本方法、重要结论在相关专业的后续课程中有着非常重要的应用。通过该课程的学习可以提高力学建模和分析解决工程实际问题的能力, 为今后开展工程技术实践和从事科学研究活动打下良好的基础。

# 第一篇 静 力 学

静力学 (statics) 是学习本书后续两篇内容的基础，也是机械类、近机械类专业学生进一步学习其他技术基础课和专业课的基础。

本篇内容包括结构静力分析、力系的简化、平衡力系及其应用。

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的学科。所谓平衡 (equilibrium)，是指物体相对于惯性参考系处于静止或进行匀速直线运动，它是物体机械运动的一种特殊状态。在一般工程问题中，通常把与地球相固结的参考系当做惯性参考系。若物体相对于地球保持静止或进行匀速直线运动，就称此物体处于平衡状态。

静力学中研究的对象主要是刚体，所以静力学又称为刚体静力学。所谓刚体 (rigid body)，就是在受力作用下，体内任意两点间的距离都不会改变的物体，也就是在力的作用下不变形的物体，实际上，任何物体受力以后，都将产生不同程度的变形。例如，汽车驶过一座大桥，桥墩会发生压缩变形，桥梁相应也会发生弯曲变形等，只是这种变形非常微小，在一些力学问题中可以忽略不计。所以，当物体受力作用时产生的变形很小而且不影响我们讨论问题的实质时，就可以忽略其变形，将其视为刚体。可见，刚体是一个理想化的力学模型。

## 第一章 结构静力分析

### 第一节 静力学基本概念

#### 1. 力的基本概念、性质

力 (force) 是物体间的相互机械作用，这种作用可使物体的运动状态和形状发生改变。改变物体运动状态的效应称为外效应，也叫运动效应；改变物体形状的效应称为内效应，也称为变形效应。在本篇内容中，我们主要关注其外效应，即运动效应。在本书的第二篇内容中，我们将介绍力的内效应。

物体间机械作用的形式是多种多样的，但大体上可以分为两类：一类是通过物质的一种形式——场而起作用的，如重力、万有引力、电磁力等；一类是由两个物体直接接触而发生的，如两物体间的压力、摩擦力等。不论哪种情况，力都不能脱离物体存在，这也是分析力的依据。

实践证明，力对物体的效应取决于力的大小、方向和作用点 (point of action)，这三者称为力的三要素。三要素中任何一个要素的改变都将引起力对物体效应的改变。

力具有大小、方向，符合矢量的加法规则，因此力可以用矢量描述。如图 1-1 所示，矢量  $F$  的长度表示力的大小，方位和指向表示力的方向，起点 (或终点) 表示力的作用点。在国际单位制 (SI) 中，力的单位是牛顿 (N)。

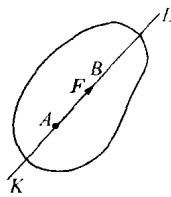


图 1-1 力示意图

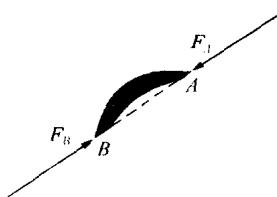


图 1-2 二力构件

**力系** (system of forces) 是作用在物体上的一群力, 记为  $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n)$ 。如果物体在一力系的作用下保持平衡状态, 则称该力系为平衡力系。如果作用于刚体上的一力系可用另一力系来代替, 而不改变刚体的运动状态, 则此两力系称为等效力系 (equivalent force system), 记为  $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n) \equiv (\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_m)$ 。如果一个力与一个力系等效, 则这个力称为该力系的合力 (resultant force), 原力系中的各个力称为其合力的分力 (component force)。

## 2. 静力学公理

静力学的理论, 建立在下面几个公理的基础之上。这些公理是人类经验的累积, 是长期缜密观察和实验结果的总结, 是对于力的基本性质的认识的概括。公理本身的正确性是显而易见的、被公认的、由公理推导出来的结论, 也为大量的实践所证实。

### 公理 1 二力平衡公理

作用在刚体上的二力使刚体平衡的充要条件是: 大小相等、方向相反、作用在一条直线上。

这个公理阐述了静力学中最简单的二力平衡条件, 这是刚体平衡最基本的规律, 是推证力系平衡条件的理论基础。必须指出, 这个公理只适用于刚体。对于变形体来说, 公理 1 给出的平衡条件是不充分的。例如, 软绳受两个等值反向共线的拉力作用可以平衡, 但是如果把拉力改为压力就不能平衡了。工程上常遇到只受两个力作用而保持平衡的构件, 称为二力构件或二力杆。根据公理 1, 作用于二力构件上的两力必沿两力方向作用点的连线如图 1-2 所示。

### 公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系中加上或减去任何平衡力系, 并不改变原力系对刚体的效应。

这个公理是力系等效替换的理论依据。

### 推论 1 力的可传性

作用于刚体上的力可沿其作用线移至同一刚体内任意一点, 并不改变其对于刚体的效应。

结合图 1-3 简单证明如下

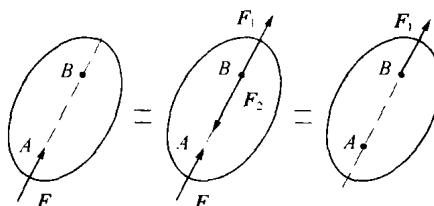


图 1-3 力的可传性证明图

证明:  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$   $(\mathbf{F}) \equiv (\mathbf{F}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2) = (\mathbf{F}_1)$

由推论 1 可知: 对于刚体来说, 作用点并不重要, 对力的作用效果有影响的是力的作用线。所以, 对刚体来说, 力的三要素是大小、方向和作用线 (line of action), 力是滑动矢量。



在这里应该指出，力的可传性仅适用于研究力的运动效应，而不适用于研究力的变形效应，原因读者可自行思考。

### 公理 3 力的平行四边形法则 ( parallelogram rule )

作用于物体上某一点的两力，可以合成为一个合力，合力亦作用于该点上，合力的大小和方向可由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定。

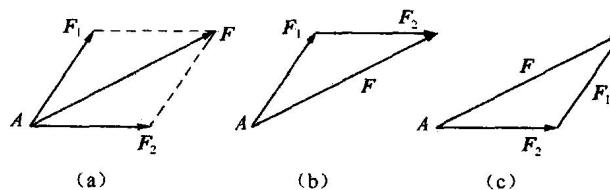


图 1-4 力平行四边形法则、三角形法则

如图 1-4 (a) 所示，合力矢等于这两个分力矢的矢量和，即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

为了简化计算，通常只需画出半个平行四边形，即三角形即可，如图 1-4 (b)、(c) 所示。由只表示力的大小和方向的分力矢和合力矢所构成的三角形称为力三角形 (force triangle)，这种求合力矢的方法称为力的三角形法则。

这个公理是力系简化的理论基础。

### 推论 2 三力平衡必汇交定理

当刚体受三力作用而平衡时，若其中两力作用线相交于一点，则第三个力作用线必通过另两力作用线的交点，且三个力的作用线在同一平面内。

利用力平行四边形法则和二力平衡公理，读者可自行证明该推论。

### 公理 4 作用力与反作用力定律

两物体间的相互作用力总是大小相等、方向相反、沿同一直线，分别作用在两个物体上。

这一定律概括了任何两物体间相互作用的关系，不论物体是处于静止状态还是运动状态，它都普遍适用。由作用与反作用定律可知，力总是成对出现的，有作用力必有反作用力。必须注意，作用力和反作用力不是作用在同一物体上，而是分别作用于两个相互作用的不同的物体上。因此，尽管二者大小相等、方向相反、沿同一作用线，但不能相互平衡。一定要把作用与反作用定律和二力平衡公理严格区别开来。

### 公理 5 刚化原理

若将处于平衡状态的变形体刚化为刚体，则平衡状态保持不变。

如图 1-5 所示，把链条刚化为刚杆其平衡状态不变。

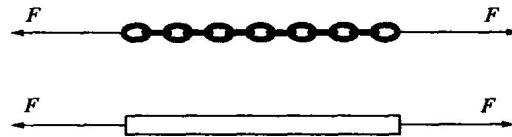


图 1-5 刚化原理



此公理说明当变形体处于平衡时，其作用力之间的关系可以用刚体的平衡条件进行研究。虽然静力学的研究对象是刚体，但常常需要分析几个刚体组合而成的变形体的平衡，此时需要应用刚化原理把可变形系统刚化为一个刚体系统。

## 第二节 典型约束与约束反力

力学中通常把物体分为两类：**自由体**和**非自由体**。凡位移不受任何限制可以在空间任意运动的物体称为**自由体**，如在空中飞行的飞机、火箭等。如果物体的位移受到了事先给定的条件的限制，使它沿某些方向的运动成为不可能，则此物体称为**非自由体或被约束体**。所谓**约束**（constraint），就是阻碍物体某些位移的限制条件，这种限制条件是由与被限制的物体相联系的其他物体构成的。例如，放在光滑的桌面上的书，桌面就是它的约束，它阻碍书沿其重力方向的位移，又如各种机器中的向心轴承和止推轴承都是转轴的约束，前者阻碍转轴在垂直于转轴的平面内沿任何方向的移动，后者阻止转轴沿任何方向移动，等等。

既然约束阻碍物体沿某些方向运动，那么当物体沿着约束所能阻碍的运动方向有运动趋势时，约束就对它作用一定的力以阻碍这种运动。约束作用于被约束物体上的力，称为**约束反力**（constraint force），简称**反力**。由于约束反力阻碍物体沿某些方向的运动，所以约束反力的方向总是与约束所能阻碍的物体的运动方向相反；约束反力的作用点就是物体上与作为约束的物体相接触的点；约束反力的大小，一般都是未知的，在静力学中，约束反力与物体所受的其他已知力（主动力）组成平衡力系，可由力系的平衡条件求出。

所谓**主动力**，通常是指能主动引起物体运动或使物体有运动趋势的力，如重力、水压力、油压力、风压力和电磁力，等等。物体所受的主动力一般都是已知的。在一般情况下，由于有主动力的作用，才引起约束反力。因此，约束反力也称为**被动力**。

下面介绍工程实际中常见的几种约束和确定约束力的方法。

### 1. 柔性体约束

由链条、绳索等柔软的、不可伸长的、不计重量的柔性体连接物体构成的约束称为**柔性体约束**。

这种约束限制物体沿着柔性体伸长的方向运动，即约束力方向为沿着绳索，背离物体的拉力，作用在连接点或者假想截割处，如图 1-6 所示。

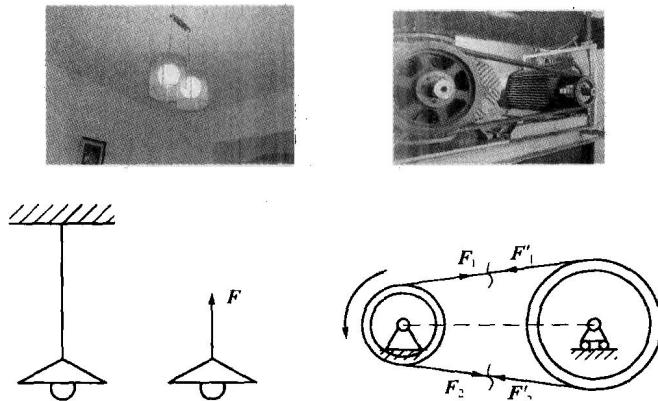


图 1-6 柔性体约束示例



## 2. 光滑接触面约束

两物体直接接触，不计接触处摩擦而构成的约束称为光滑接触面约束。

这种约束限制了物体沿过接触点的公法线而趋向接触面方向的运动，即约束力方向为沿过接触点的公法线而指向物体的压力，作用在接触点，如图 1-7 所示。

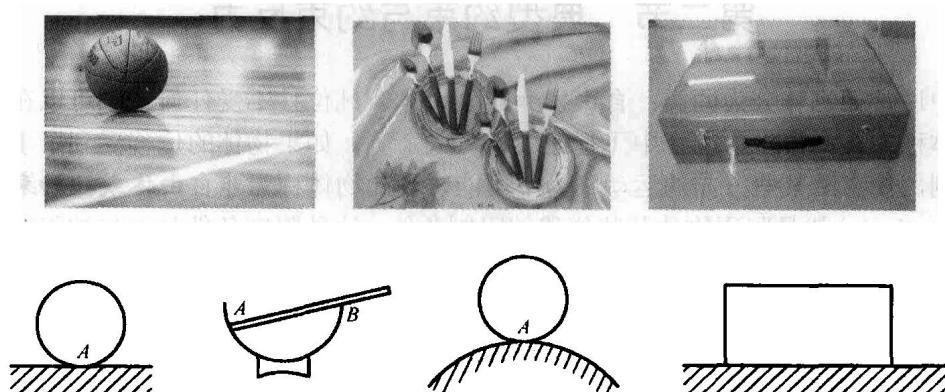


图 1-7 光滑接触面约束示例

如果两物体接触面积很小，约束力可视为集中力，否则约束力为沿整个接触面的分布力，在一般情况下其合力的作用点事先不能确定。

## 3. 光滑铰链约束

**圆柱铰链**简称**柱铰**或者**铰链**，是指两个构件钻有同样大小的圆孔，并用与圆孔直径相同的光滑销钉连接而构成的约束，如图 1-8 所示。

该类约束限制物体沿圆柱销的任意径向方向的移动，而不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和沿平行圆柱销轴线方向的移动。由于圆柱销钉和圆柱孔是光滑曲面接触，则约束力应沿接触点的公法线（即接触点到圆柱销中心的连线），垂直于轴线。但因接触点的位置不能事先确定，所以约束力的方向也不能事先确定。也就是说，光滑圆柱铰链的约束力只能是压力，在垂直于圆柱销轴线的平面内，通过圆柱销中心，方向不定，通常用两个正交未知分力表示，如图 1-9 所示。

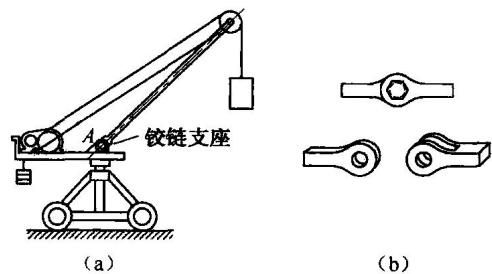


图 1-8 圆柱铰链约束示例

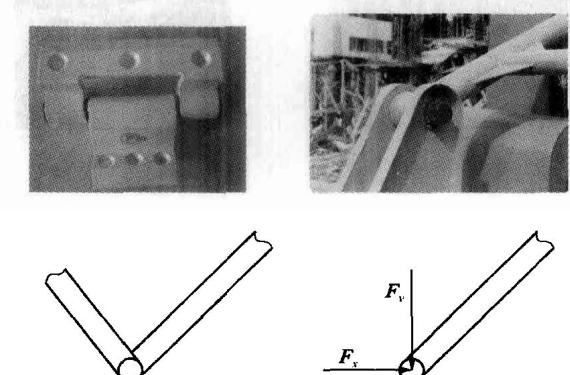


图 1-9 圆柱铰链约束受力分析图



圆柱销连接处称为铰接点，在用圆柱销连接的构件中，若其中有一个构件固定在地面或机架上，则称这种铰链约束为固定铰链支座，简称铰支座。铰支座的简图及约束反力画法如图 1-10 所示。

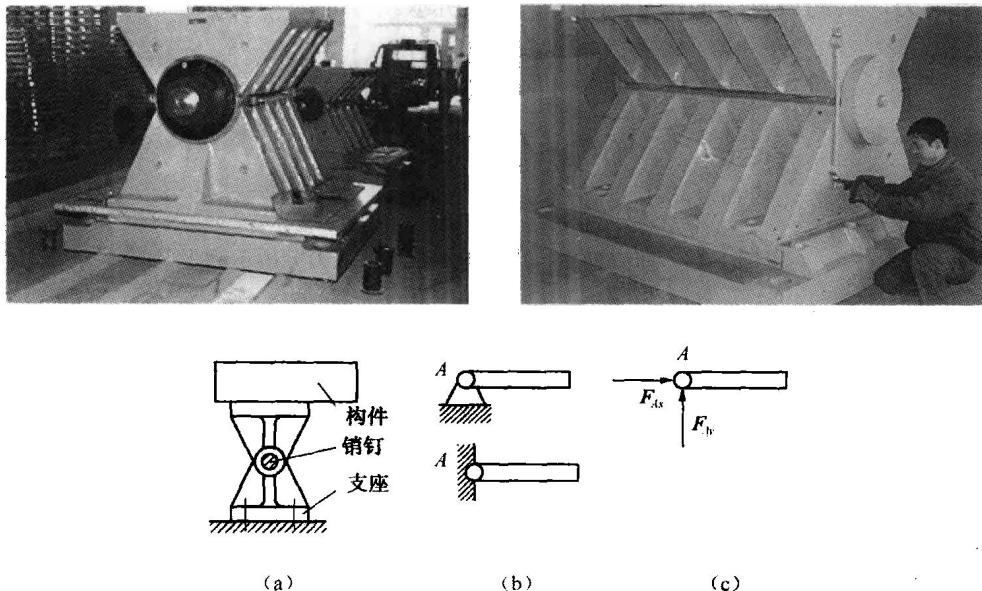


图 1-10 固定铰支座约束及受力分析示例

如果用圆柱铰链连接两个构件，其中一个又与支座连接，而支座下面安装一排滚子，这就构成了辊轴支座，也称为活动铰支座。辊轴支座的结构简图如图 1-11 (a) 所示。这种支座不能阻止物体沿支撑面移动和绕销钉的轴线转动，只能阻止物体沿支撑面法线方向移动。所以，辊轴支座的约束力垂直于支撑面，通过圆孔中心，指向可以假定。图 1-11 (b)、(c)、(d) 所示为辊轴支座简图，约束反力画法如图 1-11 (e) 所示。

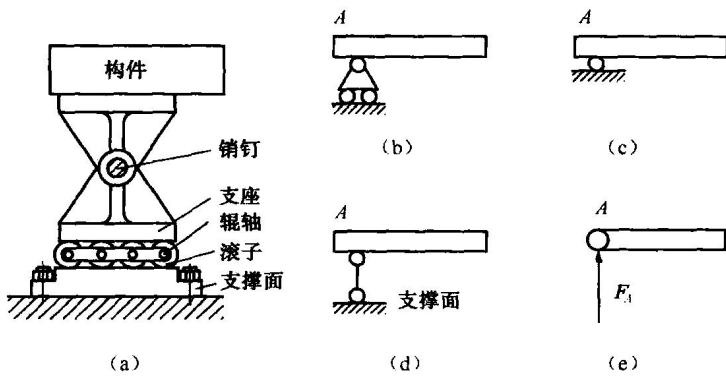


图 1-11 活动铰支座约束及受力分析示例

#### 4. 向心轴承

向心轴承是机器中常见的一种约束，如图 1-12 (a) 所示。它的性质与铰链约束的性质相同，不过在这里轴承是约束，而轴本身则是被约束物体。轴承对轴的约束反力与铰链的约束反力具有完全相同的特征。当主动力尚未确定时，约束反力的方向不能预先确定。但是，



不论约束反力的方向如何，其作用线必定垂直于轴线并通过轴心。通常，用通过轴心的两个正交分解力表示这个方向不定的未知力，如图 1-12 (b) 所示。若向心轴承的一端固定，限制了轴沿轴向的位移，这种约束称为止推轴承，如图 1-12 (c) 所示，它比向心轴承多了一个轴向的约束反力，其约束反力简图如图 1-12 (d) 所示。

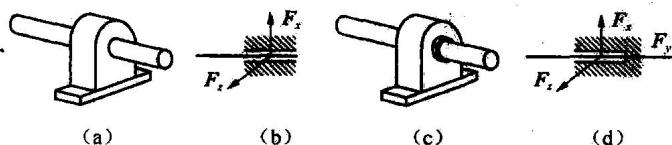


图 1-12 向心轴承、止推轴承约束及受力分析示例

### 5. 球形铰链约束

球形铰链约束是指通过圆球和球壳把构件连接在一起的约束。这类约束的特点是能限制构件沿球心的任何方向的位移，而不能限制构件绕球心的转动。如果忽略连接处摩擦，则约束反力分析与圆柱铰链类似，其约束力通过球心但方向不能预先确定的一个空间力，可用三个正交分力表示，如图 1-13 所示。

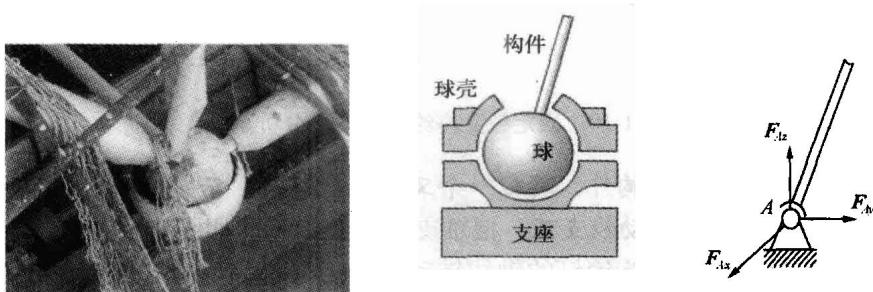


图 1-13 球形铰链约束及受力分析示例

## 第三节 物体的受力分析和受力图

研究物体的平衡或运动变化问题时，都必须首先分析物体的受力情况，然后根据问题的性质，建立必要的方程来求解未知量，这是解决力学问题的特有的方法。为了便于分析计算，总是把所考察的对象从与其相联系的周围物体中分离出来，单独画出。这种被从周围相联物体中单独分离出来的研究对象，称为**分离体**。取出分离体以后，再分析研究对象所受的全部力，包括全部的主动力和约束反力。主动力一般是预先给定的，但约束反力却需要根据约束的性质来判断其作用点或作用线的方位、指向等，将它们逐一画出。这种表示研究对象（即分离体）所受的全部的力的图形，称为**受力图**。恰当地选取分离体，正确地画出受力图，是解决力学问题的基础。取分离体和画受力图的主要步骤和注意点如下。

### 1. 取分离体

根据问题的已知条件和题意要求确定研究对象，去掉研究对象上所有的约束，这一步称为**解除约束**，也就是把研究对象从与它相联系的周围物体中分离出来，用尽可能简明的轮廓线将它单独画出，这就是**取分离体**。分离体的几何图形应合理简化，要反映实际，分清主次。分离体可以是一个物体、几个物体的组合或整个物体系统（简称物系）。值得注意的一点是，