



全国高等师范专科学校教材

理论力学

胡辛录 主编

陕西师范大学出版社

理 论 力 学

主 编 胡辛录

编写者 胡辛录 徐 诚 张飞龙

张满堂 刘补生

主 审 卢克箴

陕西师范大学出版社

出版说明

党的十一届三中全会以来，师范专科教育有了很大的发展，但是，作为师专教学三大基本建设之一的师专教材建设，却始终没有得到很好的解决。近几年来，有的地区和学校为了改变这种状况，也零星地编写了一些师专教材，可是，不成套，有的学科甚至编写了几种，质量参差不齐。虽对师专无教材的局面有了部分改变，但终因没有一套全国统一的，高质量的教材而影响了师专的教学质量。

为了进一步发挥师专的办学效益，彻底改变师专没有适合自己特色的教材局面，国家教委师范司在1987年制订了《二年制师范专科学校八个专业教学计划》；继之又约请了全国有教学经验的专家、教授编写了这八个专业的《教学大纲》；1988年7月在长春又召开了全国二年制师专教材编写出版规划会议，会上研究制订了《1988~1990年二年制师专八个专业教材编写出版规划》。八个专业是：中文、历史、政治教育、数学、物理、化学、生物和地理。

在国家教委师范司的统一部署、各省市自治区教委、高教局的大力帮助和出版社的积极组织下，这套教材聘请了一些长期从事师专教学工作，具有丰富的教学实践经验和较高学术水平的教授或副教授担任各科主编。各科教材由学术造诣比较深，熟悉师专教学情况的专家负责主审。各位主编根据国家教委师范司拟定的《关于编写二年制师专教材的指导思想和基本原则》及各科《教学大纲》的精神，组织编者收集资料，综合研究，争取编出一套具有师专自身特色的教材，以适应师专教育的迫切需要。

现在，在各方面的大力支持下，经过主编、主审和各位编写

人员的努力和辛勤劳动，这套教材将陆续面世。我们热忱地欢迎师专的广大师生使用它，并在使用过程中，多提宝贵意见，使之不断完善，不断提高，以保持与当代科学和师专教育实践的同步发展。

1990年12月

目 录

绪 论	(1)
第一章 力学的基本概念和基本定律	(4)
§ 1.1 质点 空间和时间	(4)
一、质点	(4)
二、空间和时间	(5)
三、参照系与坐标系 运动方程与轨道	(6)
§ 1.2 速度、加速度在各种坐标系中的表示式	(12)
一、速度、加速度在直角坐标系中的分量式	(12)
二、速度、加速度在平面极坐标系中的分量式	(15)
三、速度、加速度在自然坐标系中的分量式	(19)
§ 1.3 牛顿运动定律 伽利略相对性原理	(24)
一、力和质量的概念 力的分类	(25)
二、惯性系和牛顿运动定律	(29)
三、伽利略相对性原理	(30)
§ 1.4 质点运动微分方程的建立和求解	(37)
一、求解质点运动微分方程举例	(37)
二、质点的一维振动	(50)
三、质点的约束运动	(58)
小 结	(65)
思考题	(68)
习 题	(69)
第二章 动量 角动量和动能定理及守恒定律	(79)

§ 2.1	动量定理及其守恒定律	(80)
一、	质点的动量定理及其守恒定律	(80)
二、	质点组的动量定理及其守恒定律	(83)
§ 2.2	角动量定理及其守恒定律	(92)
一、	质点的角动量定理及其守恒定律	(92)
二、	质点组的角动量定理及其守恒定律	(97)
§ 2.3	动能定理及机械能守恒定律	(105)
一、	质点的动能定理及机械能守恒定律	(105)
二、	质点组的动能定理及机械能守恒定律	(118)
§ 2.4	质点在有心力场中的运动	(125)
一、	有心力的基本性质	(125)
二、	质点轨道与能量的关系	(127)
三、	轨道微分方程Binet 公式	(128)
四、	平方反比引力 行星运动 开普勒定律 宇航简介	(129)
五、	平方反比斥力 质点散射	(137)
§ 2.5	二体问题	(142)
一、	质心的运动	(143)
二、	相对运动	(143)
§ 2.6	碰撞	(147)
一、	从 L-系分析碰撞问题	(147)
二、	从 C-系分析碰撞问题	(149)
三、	两种坐标系中散射角的关系	(151)
§ 2.7	变质量物体的运动	(157)
一、	变质量物体的运动方程	(158)
* 二、	火箭	(163)

小 结	(167)
思考题	(176)
习 题	(177)
第三章 刚体力学	(187)
§ 3.1 空间力系的简化 刚体的平衡	(187)
一、空间力系的简化	(187)
二、刚体的平衡	(192)
§ 3.2 刚体运动的分析	(198)
一、刚体的自由度	(198)
二、自由刚体运动微分方程的建立	(199)
三、刚体运动的分类	(201)
§ 3.3 刚体的平动 刚体绕定轴转动	(202)
一、刚体的平动	(202)
二、定轴转动刚体的速度、加速度公式	(203)
三、定轴转动刚体的运动微分方程	(204)
四、定轴转动刚体的动能	(206)
§ 3.4 刚体的平面运动	(209)
一、平面运动刚体的速度、加速度公式	(211)
二、转动瞬心	(213)
三、刚体平面运动的动力学方程	(218)
四、滚动摩擦	(224)
§ 3.5 刚体绕固定点的转动	(226)
一、角速度矢量	(227)
二、本体极面和空间极面	(230)
三、定点转动刚体的速度、加速度公式	(231)
四、欧拉角 欧拉运动学方程	(234)

五、定点转动刚体的角动量 惯量张量和惯量椭球	(238)
六、定点转动刚体的动能.....	(251)
* 七、欧拉动力学方程.....	(252)
§ 3.6 回转仪的近似理论和应用	(254)
小 结.....	(257)
思考题.....	(261)
习 题.....	(262)
第四章 质点相对于转动参照系的运动	(274)
§ 4.1 转动参照系	(274)
一、相对运动的速度合成公式.....	(275)
二、相对运动的加速度合成公式.....	(276)
§ 4.2 质点在转动参照系中的动力学	(282)
一、相对运动的动力学方程.....	(282)
二、离心惯性力 科里奥利惯性力.....	(283)
三、相对平衡.....	(287)
§ 4.3 地球自转所产生的影响	(289)
一、离心惯性力对重力的影响.....	(289)
二、科里奥利惯性力在地球上的表现.....	(291)
* § 4.4 傅科摆	(295)
小 结.....	(298)
思考题.....	(301)
习 题.....	(302)
第五章 分析力学基础	(306)
§ 5.1 约束 广义坐标	(307)
一、约束与分类.....	(307)

二、自由度与广义坐标·····	(312)
§ 5.2 虚功原理 ·····	(314)
一、实位移与虚位移·····	(314)
二、理想约束·····	(317)
三、虚功原理·····	(318)
§ 5.3 拉格朗日方程 ·····	(326)
一、达朗伯原理·····	(326)
二、广义力·····	(329)
三、基本形式的拉格朗日方程·····	(332)
四、保守力系的拉格朗日方程·····	(334)
五、循环积分 能量积分·····	(337)
六、拉格朗日方程的应用·····	(344)
* § 5.4 哈密顿正则方程 ·····	(352)
一、哈密顿函数·····	(353)
二、哈密顿正则方程·····	(356)
三、循环积分与能量积分·····	(358)
小 结·····	(361)
思考题·····	(363)
习 题·····	(364)
主要参考书目·····	(371)

绪 论

一、理论力学的研究对象和方法

1. 理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动普遍遵循的基本规律的科学。所谓**机械运动**就是物体在空间的相对位形随时间的变化。它包括移动、转动、振动、流动和变形等等。

机械运动是自然界中最普遍、最简单、最基本的物质运动形态，各种复杂的高级的运动形态，如物理的、化学的、甚至生物的运动形态，都包含有这种最基本的运动形态。所以要研究各种复杂的高级的运动形态，当然应该首先研究最简单的机械运动。因此，理论力学不仅是学习其它理论物理的基础学科和向导，而且，由于它是和工程技术联系极为密切的一门技术学科，所以也是近代工程技术的重要理论基础之一^①。

理论力学按研究问题的性质不同，可分为**运动学**——描述和分析物体机械运动的各种可能形式和特点，而不考虑引起运动的原因；**动力学**——研究在任何给定的条件下，物体运动所遵循的规律，其中心课题是确定力学体系在已知“力”的作用下所发生的运动(或其逆问题)；**静力学**——研究物体的平衡规律。本教材把它作为动力学的一部分。在工程技术上，它是十分重要的，将自成一个系统。

理论力学按研究对象的不同，可分为**质点力学**，它是理论力学的基础；**质点组力学**，它是质点力学的引申和发展；**刚体力学**，

^① 参阅朱照宣等编《理论力学》上册 P1-2，北大出版社，1982 年。

它是特殊的质点组。质点力学、质点组力学和刚体力学之间既有密切的联系，也有各自特殊的运动规律，它们共同构成**牛顿力学**（或**矢量力学**）。为了解决多约束力学体系的力学问题，又建立了以虚功原理、拉格朗日方程和哈密顿原理为主要内容的**分析力学**。从矢量力学到分析力学形成了理论力学体系完整、理论严谨、应用广泛的科学理论体系，称为**经典力学**。

2. 理论力学的研究方法

自远古以来，人们对机械运动的认识，始终是和人类的生产活动紧密联系的，生产实践和科学实验是力学科学发展的源泉。人们从实践出发，通过各种变革，将长期积累的感性经验，抽象上升为理性的认识，而后又在实践过程中进行检验，由表及里，去粗取精，逐步形成机械运动的一些基本概念、规律或原理。以此为出发点，利用数学归纳和严密推演的科学方法，系统化为经典力学体系。可见，理论力学的产生和发展是一个实践——认识——再实践的辩证过程。因此，理论力学的研究方法是以辩证唯物主义观点为指导，以实践是检验真理的唯一标准为思想基础的**数学演绎法**。

理论力学把定量的力学因果律和严密的数学分析结合起来，即把完整的力学体系用严密的数学形式表达出来，创造了表达因果性物理定律的数学物理方法，故它具有科学的预见性和准确性，是一门高于普通物理力学的精确科学。

二、经典力学的适用范围

到目前为止，所有的物理理论都是在一定范围内和特定条件下的相对真理，都有它的局限性。由于理论力学所讲的力学规律，通常只限于以牛顿运动规律为根据的经典力学，其前提是牛顿的绝对时空观，所以，它只适用于线度远比分子间距离大，速度远

比光速小的宏观低速物体的运动。对于运动速度与光速 c ($c = 2.997925 \times 10^8 \text{ m/s}$)可以比拟的物体的运动问题,经典力学则让位于**相对论力学**;对于坐标 x 及其相应动量 P_x 不能同时测定(称为**测不准关系**)的微观粒子(如原子、分子等)的运动问题,则让位于**量子力学**。这里光速 c 和普朗克常数 h ($h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)是经典力学适用范围的两个判据。

虽然经典力学具有一定的近似性和局限性,但它的理论对于解决自然界和工程技术上的大量问题行之有效、十分准确。随着科学技术的飞速发展,对力学提出了许多新的课题,推动了现代力学的发展,形成了现代力学的许多新分支,如物理力学、宇宙力学、等离子体力学、生物力学、光力学等等,可以预见,在我国的四化建设中,这门较老的学科,仍将有着极其重要的作用。

理论力学作为一门基础理论课,有其特殊的意义。这是因为:
① 它是普通物理力学的发展和提高,在深度和广度上都远远超过普通物理力学的内容,通过它的学习,可使力学知识系统化、理论化,较全面较系统地掌握机械运动的基本规律,为后继的理论物理课程奠定基础;
② 它的研究对象和研究方法具有一般自然科学所共有的基础科学的特点,通过它的学习,将有助于培养辩证唯物主义的世界观和科学的分析问题的能力;
③ 它有着严密推理过程的数学表达式,通过它的学习,将有助于培养逻辑思维和运用数学解决物理问题的能力。因此,应努力学习,打好基础,以便将来更好地为祖国的四化建设服务。

① 参阅周衍柏编《理论力学教程》P2,高等教育出版社,1987年。

第一章 力学的基本概念 和基本定律

力学的主要任务是研究物体机械运动普遍遵循的基本规律。本章将分析介绍描述物体机械运动的基本方法，研究力与物体机械运动之间的关系，阐明经典力学的基本概念和基本定律；并以牛顿第二定律为出发点，讨论质点运动微分方程的建立及两类动力学问题的求解方法。本章是学习整个经典力学的重要基础。

§ 1.1 质点 空间和时间

一、质点

物体作机械运动时，一般说来，由于它有一定的大小、形状、质量和内部结构，所以其中各部的运动状态是不同的。如果把物体看成是由无数个相互作用着的几何点的集合，则只要知道每一个几何点的运动状态，那么整个物体的运动状态就可确定。这些点是宏观的无限小，但每个点仍包含着大量的分子和原子。这些具有一定质量而不考虑大小和形状的几何点称为**质点**。一般物体均可视为大量质点的集合。

质点是一种理想模型，给人们研究物理问题带来了极大的方便。它能使人们透过繁杂的表面现象抓住事物的本质，能在复杂的运动中抓住对事物的本质起决定作用的主要矛盾，或主要矛盾方面，从而反映出事物的主要属性。当研究物体的运动问题时，若物体本身的线度与问题所涉及的量度范围相比较，可以略去不

计，则可以把这样的物体当作质点来处理。例如，研究地球公转时，虽然它的半径约为 $6.4 \times 10^3 \text{ km}$ ，但比太阳和地球之间的距离 ($1.496 \times 10^8 \text{ km}$) 小得多，因此可以忽略地球的大小和形状，把地球视为一个质点。但当研究地球自转时，就不能把地球当作一个质点来处理，否则就没有任何实际意义了。又如当物体作平移运动时，因为物体上各个点的运动状况始终相同，物体上任何一点的运动都能代表物体的整体运动，所以在研究它的运动状态时就可视其为质点。质点模型具有相对的意义，能否把物体视为质点，完全取决于该力学问题的具体情况。

二、空间和时间

物体的机械运动是在一定的空间和一定的时间内进行的，因此对空间和时间的理解和研究，一直是人们关注的一个重要课题。

空间和时间是运动着的物质存在的根本条件。空间表征物质客体的广延性，时间则表征物体运动过程的持续性、连续性。空间和时间反映物质运动过程中的客观实在性，它和物质的运动有着密不可分的联系。

人们对空间和时间概念的认识有一个不断深化完善的过程。18 世纪，牛顿认为空间和时间都是绝对的。他认为：“绝对空间的自然性是与任何外界无关，永远保持相似和不动。”在这种空间中所进行的长度测量与欧几里得几何定理相符合，于是又把这种空间称为欧几里得空间。而时间，“确实是绝对的数学时间，从它的本性来看等同地流逝着与外界无关……。”在牛顿看来，空间和时间是与客观事物和运动无关的某种假定的“东西”，都是彼此独立的。空间就好像是一个无限延伸的大“容器”，永远是静止的、相同的，它不依赖于运动的物质客体。时间则是单向地、连续地、均匀地流逝着，与物质的运动没有联系。牛顿力学正是基于这种

绝对的时空观建立起来的。这种把空间、时间同运动的物质割裂开来的观点是错误的，它只不过是宏观低速情况下的一种近似而已。

19世纪末到20世纪初，随着科学技术的发展及实验手段的提高，人们对物质结构的研究深入到微观和高速领域。相继进行了 α 粒子散射、黑体辐射、迈克耳逊——莫雷等一系列实验，发现了原子可以分割、高能粒子的衰变、放射性元素的转化等新的物理现象。面对这些新的事实，经典力学显得无能为力，不能自圆其说，迫使人们不得不对牛顿的时空观提出疑问。1905年爱因斯坦在分析大量实验事实的基础上，提出了相对论的时空观，建立了狭义相对论。爱因斯坦指出，空间和时间并不是绝对不变的，而是和物质的运动有着密不可分的联系。爱因斯坦的相对论时空观的发现，是物理学上的一次伟大变革，它开创了科学技术发展的新纪元。

我们在地面上日常遇到的物体运动大多数是宏观低速的物质运动。如第一宇宙速度为 7.9 km/s ，和光速 $3 \times 10^8 \text{ km/s}$ 相比低5个数量级，由于相对论效应所产生的误差可以忽略不计，所以对于远小于光速的运动问题，仍可用经典力学的方法来处理，因此牛顿的时空观仍有着一定的积极意义。

三、参照系与坐标系 运动方程与轨道

1. 参照系与坐标系

研究物体的机械运动，首先应确定该物体在空间的位置，而位置的确定具有相对性，也就是说需要以某一个物体为参照才有意义，这种选作参照的物体称为**参照系**，或**参考系**。

选用不同的参照系对同一物体运动的描述是不同的。如以某一速度水平飞行的飞机投弹为例，飞机里的观察者看来炸弹作自

由下落运动。而对地面上的观察者来说，物体作平抛运动。可见同一物体的运动，对于不同的参照系有着不同的结果。由此看来，机械运动依参照系的选择具有相对的意义。

参照系一经选定后，为了能够定量地、精确地描述物体的机械运动，还需在参照系上固定一个坐标系和一个固定于此坐标系上的计时时钟。其中坐标系用以定量描写物体相对于参照系的位置，实际上是对参照系的一种数学抽象。常用的坐标系有：直角坐标系、平面极坐标系、自然坐标系及球面坐标系等等。

2. 运动方程和轨道

设一自由质点 M 在空间运动，它相对于某一参照系 π 的位置，可以这样来确定：在参照系上任选一固连点 O 作为坐标原点，则质点 M 在任一时刻 t 相对于 O 点的位置，可用一个引自坐标原点 O 到质点 M 的有向线段 $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OM}$ 来表示。 $\overrightarrow{r}$ 称为该质点在该参照系中相对于 O 点的**位置矢量**，简称**位矢**。不同时刻，质点的位矢是不同的，因此，质点的位矢 $\overrightarrow{r}$ 是时间 t 的单值连续函数。即

$$\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r}(t) \quad (1.1.1)$$

此式称为质点的**矢量运动方程**，它与坐标系的选择无关。质点在运动的过程中，随着时间的变化，位矢 $\overrightarrow{r}$ 的末端点就在空间画出一条几何曲线，这条曲线称为**矢端曲线**，它就是质点的**运动轨道**，如图 1.1。

在许多实际问题中，往往是给出质点的运动轨道，寻找其运动规律。由于轨道仅是空间的一条几何曲线，并不包含时间的因素，因此不能给出质点运动的全部情况。为求质点沿轨道的运动规律，通常采用**自然法**：如图 1.1 所示，在轨道上任取一点 O' 作为计算轨道弧长 S 的坐标原点，且规定沿运动方向为正方向，由于每一个弧长的代数值对应于轨道上的一个确定的点。因此，

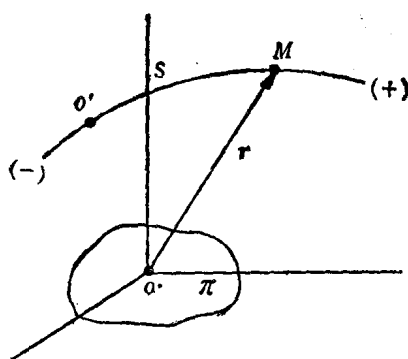


图 1.1

运动质点 M 在轨道上的位置, 就可用原点 O' 到 M 点的弧长 S 来表示, S 称为**弧坐标**。故质点 M 沿轨道运动时, 其弧坐标 S 随时间 t 的变化, 可表示为时间 t 的单值连续函数, 即

$$S = S(t) \quad (1.1.2)$$

这个方程表示了质点沿已知轨道的运动规律, 称为质点的**弧坐标运动方程**(或**弧长方程**)。可见在弧坐标中, 轨道方程连同弧长方程一起, 才和运动方程一样, 能够给出质点的全部运动信息, 即给出运动质点在任一时刻在空间的位置。

在具体应用时, 对于任一坐标系, 我们可以将 $\mathbf{r}$ 分解到该坐标系的各轴上, 从而得到一组坐标投影方程, 即质点的位置可用一组坐标数来描述。因为 $\mathbf{r}$ 是时间的函数, 所以它的坐标投影也是时间的函数, 各个坐标对时间的函数关系称为质点的**坐标运动方程**(或**运动参数方程**)。

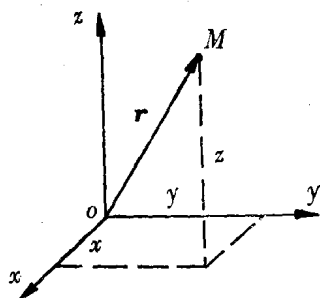


图 1.2

在直角坐标系中, 如图 1.2, 因为动点 M 的位矢 $\mathbf{r}$ 与其坐标