

数 学 实 验

Mathematical Experiments

刘凤秋 李善强 曹作宝 主编



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

数 学 实 验

Mathematical Experiments

刘凤秋 李善强 曹作宝 主编



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书主要讲授大学工科数学课程中的线性代数、微积分、常微分方程、概率论与数理统计等重要数学方法用 MATLAB 软件的实现过程及其应用,内容分五个部分:MATLAB 软件使用简介,线性代数实验,用 MATLAB 软件进行符号微积分运算、数值微分和数值积分计算的方法,常微分方程实验,概率论与数理统计实验。另外,在每一部分的讲解中还针对具体内容介绍了相应的应用实例,以帮助学生逐步提升利用所学知识解决实际问题的能力。每一章后附有一定量的实验题,以供学生课后上机练习及实验。

本书适用于理工科院校大学本、专科学生,以及具备工科数学知识和计算机知识的其他科技工作者。

图书在版编目(CIP)数据

数学实验/刘凤秋主编.——哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2010.6

ISBN 978-7-5603-3034-1

I. ①数… II. ①刘… III. ①高等数学—实验—高等学校—教材 IV. ①013-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 108103 号

策划编辑 刘培杰
责任编辑 张永芹
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16 印张 14.75 字数 263 千字
版 次 2010 年 6 月第 1 版 2010 年 6 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-3034-1
定 价 25.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

“数学实验”是在数学应用于各个学科领域,特别是应用于工程技术领域的过程中产生的,是伴随着计算机的广泛使用和数学软件的有效开发而发展的,它着重体现了“用数学”和“实现数学”的理念。“用数学”是指应用数学理论知识解决相关领域中的实际问题;“实现数学”是指通过计算机及数学软件实现部分数学结果的理论推导和计算过程,使得抽象的数学内容直观化、可视化。

数学实验课程是大学工科数学课程教学改革与建设的主要成果之一,目前已在全国各高校广泛开设,并已成为大学工科数学课程的重要组成部分。数学实验课开设的主要目的是通过“数学实验”使学生深入理解数学基本概念和基础理论、熟悉并掌握常用的数学软件,培养学生应用数学知识并结合计算机工具解决实际问题的能力。数学实验课将数学知识与计算机应用有机地结合起来,以数学知识为背景、以数学软件为工具,为学生主动学习数学方法、动手解决实际问题搭建了平台,对提高学生学习数学的兴趣、加强学生的数学理论基础、培养学生的开拓性思维等具有重要作用。

本书主要讲授大学工科数学课程中的线性代数、微积分、常微分方程、概率论与数理统计等重要数学方法用 MATLAB 软件的实现过程及其应用,内容分五个部分:第一部分为 MATLAB 软件使用简介,介绍功能强大的 MATLAB 软件的基本运行,变量、矩阵、数组及其运算,函数及语句和 M 文件的编写,以及绘图功能及数据的导入导出等内容;第二部分为线性代数实验,介绍用 MATLAB 软件求解线性方程组、计算矩阵特征值和特征向量以及进行矩阵相似对角化和矩阵分解等方法;第三部分为微积分实验,介绍用 MATLAB 软件进行符号微积分运算、数值微

分、函数插值和数值积分计算的方法;第四部分为常微分方程实验,介绍用 MATLAB 软件求解线性(非线性)微分方程(组)的解析解和数值解、进行向量场绘制和动态仿真的方法;第五部分为概率论与数理统计实验,介绍用 MATLAB 软件进行随机变量相关计算、随机数的产生,及进行样本数据的统计描述与可视化的方法。另外,针对具体方法介绍了相应的应用实例,所以更有利于培养学生“用数学”的意识和能力。

本书的主要阅读对象是理工科院校本专科学生。数学实验课对学生后继课程的学习,特别是学生在课程设计和毕业设计等环节中的学习和研究具有重要帮助,可提供思想方法的指导。本课程也将为学生进一步学习数学建模、参加数学建模竞赛、利用数学方法解决各个领域中的实际问题打下良好的基础。

本书由陈东彦老师组织编写,由刘凤秋、李善强、曹作宝主编,牛犇、宋显华、孙伟参与了部分内容的编写,田广悦老师对书中各部分内容的选编给与了具体指导。由于缺乏经验、水平有限,书中难免有不妥之处,希望同行专家及广大读者批评指正!

编 者

2010 年 4 月

目 录

第 1 章 MATLAB 软件使用简介	(1)
1.1 MATLAB 软件使用入门	(1)
1.1.1 MATLAB 启动/退出	(1)
1.1.2 MATLAB 操作的注意事项及常用技巧	(4)
1.1.3 MATLAB 帮助	(5)
1.2 MATLAB 的变量和表达式	(7)
1.3 MATLAB 矩阵创建及其运算	(10)
1.3.1 MATLAB 矩阵的创建	(10)
1.3.2 MATLAB 矩阵的运算	(12)
1.4 M 文件的编写与调用	(17)
1.4.1 M 文件的操作	(17)
1.4.2 命令文件	(18)
1.4.3 函数文件	(19)
1.5 MATLAB 编程	(21)
1.5.1 MATLAB 常用的程序控制语句	(22)
1.5.2 MATLAB 编程应用	(29)
1.6 MATLAB 基本绘图	(31)
1.6.1 二维图形的绘制	(31)
1.6.2 三维图形的绘制	(37)
1.7 MATLAB 数据的导入与导出	(40)
1.7.1 导入数据	(40)
1.7.2 导出文本文件	(43)
1.7.3 对 MS—Excel 电子表格文件的操作	(45)
实验 1	(47)
第 2 章 线性代数实验	(49)
2.1 线性方程组的求解	(49)
2.1.1 MATLAB 中矩阵的相关运算	(49)
2.1.2 线性方程组的求解	(52)

2.1.3	应用实例	(56)
2.2	矩阵的特征值与特征向量及其相似对角化	(60)
2.2.1	矩阵的特征值与特征向量	(60)
2.2.2	矩阵的相似对角化	(62)
2.2.3	应用实例	(65)
2.3	矩阵的分解	(70)
2.3.1	矩阵的 LU 分解	(70)
2.3.2	矩阵的 QR 分解	(72)
2.3.3	矩阵的 Cholesky 分解	(73)
2.3.4	矩阵的奇异值分解	(74)
2.3.5*	矩阵的 Hessenberg 分解	(77)
2.3.6*	矩阵的 Schur 分解	(78)
实验 2		(79)
第 3 章	微积分实验	(83)
3.1	微积分符号运算	(83)
3.1.1	符号变量与符号表达式	(83)
3.1.2	符号函数的极限	(85)
3.1.3	符号函数的微分	(86)
3.1.4	符号函数的积分	(91)
3.1.5	符号函数的求和与泰勒多项式	(95)
3.1.6	应用实例	(96)
3.2	数值微分	(98)
3.2.1	数值微分计算方法	(99)
3.2.2	数值微分的 MATLAB 实现	(101)
3.2.3	应用实例	(101)
3.3	函数插值	(102)
3.3.1	拉格朗日插值	(103)
3.3.2	函数插值的 MATLAB 实现	(104)
3.3.3	应用实例	(107)
3.4	数值积分	(109)
3.4.1	数值积分计算方法	(110)
3.4.2	误差估计和收敛性	(116)

3.4.3	数值积分的 MATLAB 实现	(117)
3.4.5	应用实例	(124)
3.5*	二次曲面与曲面交线的绘制	(126)
3.5.1	二次曲面	(126)
3.5.2	空间两曲面的交线	(128)
实验 3		(131)
第 4 章	常微分方程实验	(133)
4.1	常微分方程及其模型	(133)
4.1.1	常微分方程的基本概念	(133)
4.1.2	常微分方程模型	(135)
4.2	常微分方程解析解的 MATLAB 实现	(136)
4.3	常微分方程数值解及其 MATLAB 实现	(140)
4.3.1	数值解的 Euler 法	(141)
4.3.2	数值解的 Runge-Kutta 法	(144)
4.3.3	常微分方程数值解的 MATLAB 实现	(146)
4.4*	向量场绘图及 Simulink 在求解微分方程上的应用	(150)
4.4.1	向量场绘图	(151)
4.4.2	Simulink 应用	(152)
实验 4		(160)
第 5 章	概率论与数理统计实验	(162)
5.1	随机变量及概率分布	(162)
5.1.1	概率密度函数值的计算	(163)
5.1.2	概率密度函数的可视化	(167)
5.1.3	分布函数的计算	(171)
5.1.4	逆累积分布函数的计算	(174)
5.1.5	随机变量数字特征的计算	(176)
5.2	随机数的产生及应用	(179)
5.2.1	随机数的产生	(179)
5.2.2	应用实例	(182)
5.3	样本的统计描述	(185)
5.3.1	样本的统计量及其计算	(186)
5.3.2	样本的分布及其可视化	(193)

5.3.3 应用实例	(201)
5.4 参数估计与假设检验	(204)
5.4.1 参数估计及其 MATLAB 实现	(204)
5.4.2 假设检验及其 MATLAB 实现	(208)
5.4.3 应用实例	(211)
实验 5	(213)
附 录	(216)
附表 A 第 1 章中附表	(216)
附表 1-1 常用三角函数表	(216)
附表 1-2 常用计算函数	(216)
附表 1-3 文件操作函数表	(217)
附表 B 第 5 章中附表	(218)
附表 5-1 常见分布概率密度函数表	(218)
附表 5-2 常见分布函数表	(219)
附表 5-3 专用函数计算概率密度函数表	(220)
附表 5-4 专用函数计算累积概率值函数表	(221)
附表 5-5 常用临界值函数表	(222)
附表 5-6 常见分布的均值和方差	(223)
附表 5-7 随机数产生函数表	(224)
附表 5-8 参数估计函数表	(225)
参考文献	(227)

第 1 章 MATLAB 软件使用简介

MATLAB 是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的简称,由美国 Math Works 公司出品,与 MATHEMATICA,MAPLE 并称为三大数学软件. MATLAB 是一个功能强大的常用数学软件,它不但可以解决数学中的数值计算问题,而且可以解决符号演算、矩阵运算、绘制图形、实现算法、创建用户界面和连接其他编程语言的程序等问题,并且能够方便地绘出各种函数图形. MATLAB 主要应用于工程计算、控制设计、信号与图像处理、信号检测、金融建模设计与分析等领域. 它使用方便,输入简洁,并且很容易由用户自行扩展,因此已成为国内外许多大学教学和科学研究中最常用且必不可少的工具.

不同的操作系统有相应的 MATLAB 版本,本书介绍 Windows 操作系统下的 MATLAB 7.1 版本的基本使用.

1.1 MATLAB 软件使用入门

1.1.1 MATLAB 启动/退出

1. 启动 MATLAB

Windows 版本的 MATLAB 按照安装光盘中的安装说明成功安装后,系统会在 Windows【开始】菜单的【程序】子菜单中加入启动 MATLAB 命令的图标,用鼠标单击此图标就可启动 MATLAB 系统,如图 1.1 所示.

启动 MATLAB 后,就可以进入 MATLAB 的工作环境. 首先出现 MATLAB 的图标,接着就进入了其默认的桌面系统如图 1.2 所示.

图 1.2 是 MATLAB 桌面系统的默认界面(通过更改 Desktop 菜单里的选项可以组合不同的窗口模式). 左上视窗为当前目录(Current Directory),可切换为工作空间(Workspace);其左下视窗为历史命令(Command History),可切换为当前目录(Current Directory);右半个视窗为命令窗口(Command Window),命令窗口是用户与 MATLAB 进行人机交互的主要环境,在此可输入命令或执行 M 文件, >>> 是命令窗口的提示符,可以在它后面输入命令或输入语句.

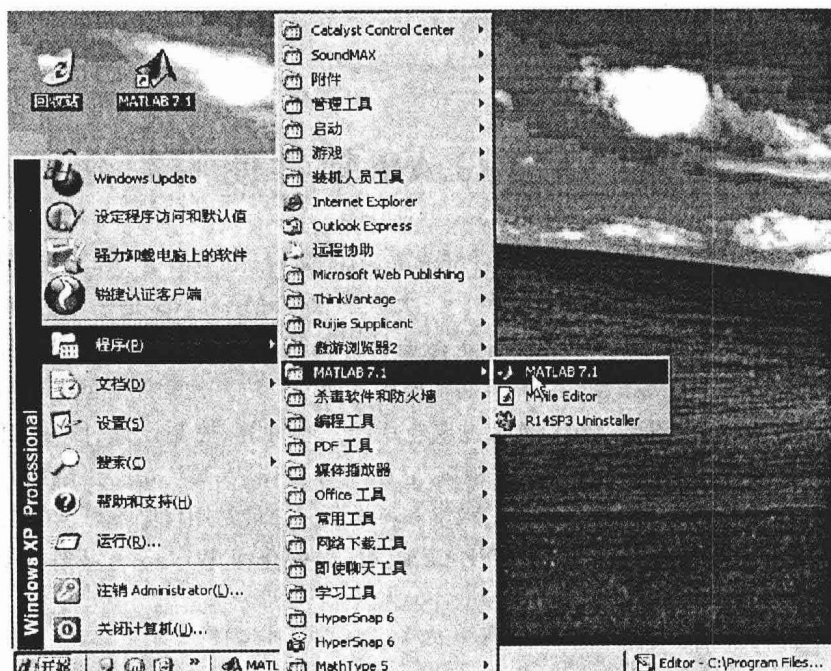


图 1.1 启动 MATLAB

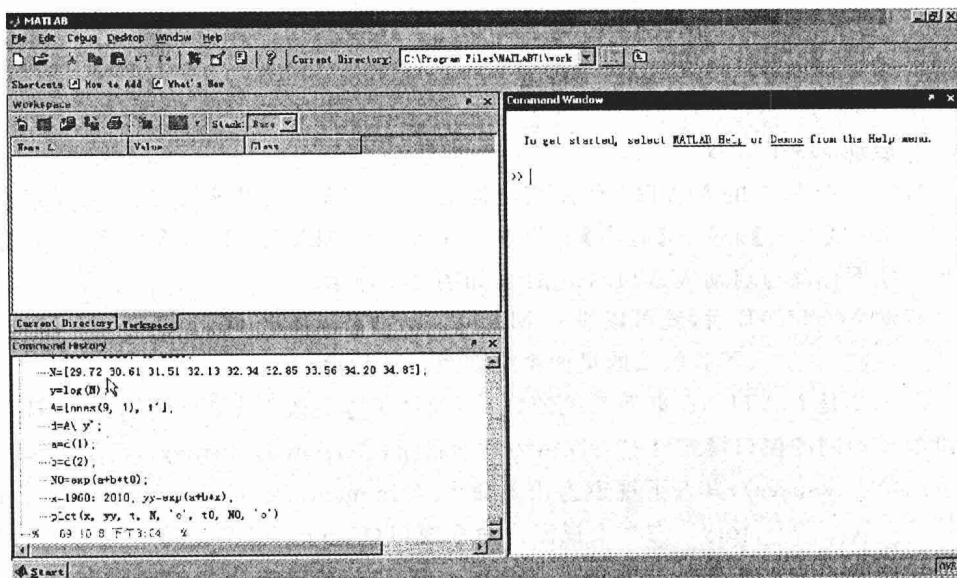


图 1.2 MATLAB 界面

2. MATLAB 基本演示

下面通过三个实例来初步了解 MATLAB 的操作和功能。

例 1.1 计算 $\sqrt{2}$, 并输出 π 的值.

```
>> x1=sqrt(2), x2=pi
```

```
x1=
```

```
1.4142
```

```
x2=
```

```
3.1416
```

思考题 1 例 1.1 中的变量 x1 和 x2 中间 “,” 能否去掉, 请验证你的结果?

注 MATLAB 在提示符>>后的每一行输入后需要输入↵, 即 Enter 键(回车).

例 1.2 绘制 $Z = \frac{\sin(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 在区间 $x \in [-8, 8], y \in [-8, 8]$ 上的图形.

```
>> [X,Y]=meshgrid(-8:0.5:8);
```

```
>> R=sqrt(X.^2+Y.^2)+eps;
```

```
>> Z=sin(R)./R;
```

```
>> surf(X,Y,Z)
```

% surf 函数绘制由 X,Y,Z 所确定的曲面

输出图像如图 1.3 所示.

例 1.3 绘制 $\rho = \sin 6\theta$ 的极坐标图.

```
>> t=0:0.01:2*pi;
```

```
>> polar(t,sin(6*t))
```

% 图 1.4

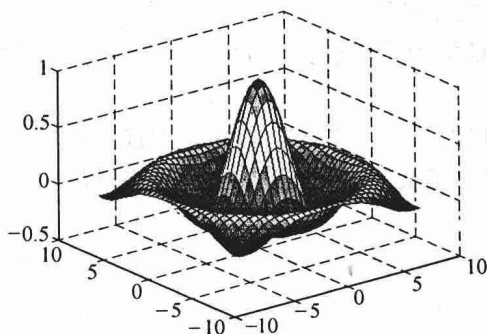


图 1.3 直角坐标的图形

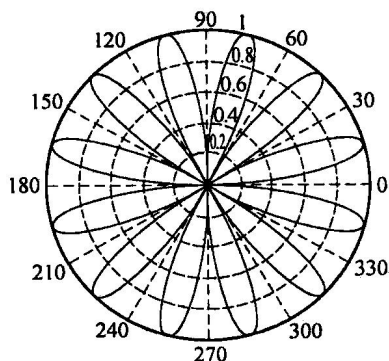


图 1.4 极坐标绘图

3. 退出 MATLAB

若要退出 MATLAB, 只需用鼠标点击其系统集成界面右上角的关闭按钮, 或者在命令窗口输入 `exit` 或 `quit` 命令即可。

1.1.2 MATLAB 操作的注意事项及常用技巧

1. 注意事项

(1) 在命令窗口工作区中输入 MATLAB 命令后, 须按下 `Enter` 键, MATLAB 才能执行所输入的命令, 否则不执行该命令。

(2) MATLAB 区分字母大小写。

(3) 一般情况下, 在命令窗口中输入一个命令并按下 `Enter` 键, 计算机会显示此次执行的执行结果。为了简便, 在后续的章节中我们将不再显示 $\swarrow$ 符号。

(4) 如果用户不想显示输入的结果, 只要在所输命令的后面加上一个分号“;”即可。如

```
>> x=2+3  $\swarrow$ 
```

```
x=
```

```
5
```

```
>> x=2+3;  $\swarrow$ 
```

(5) 可以在某一行结尾处键入 3 个英文句号“...”实现续行的目的。如

```
>> q=5^6+sin(pi)+exp(3)+(1+2+3+4+5)/sin(x)...
```

```
-5*x+1/2-567/(x+y)
```

(6) MATLAB 中的变量必须为字母、数字及某些符号组合, 某些情况也允许输入汉字, 但标点符号必须是英文状态下的标点符号。

(7) MATLAB 中不需要专门定义变量类型, 系统会自动根据表达式的值或输入的值来确定变量的数据类型。

(8) 命令行与 M 文件中的注释语句都以百分号“%”开始; 语句行中百分号后面的该行内容将被忽略而不被执行, 在 M 文件中 % 后面的语句可以用 `help` 命令显示出来。

2. 常用技巧

特殊的功能键如下:

(1) `ESC` 恢复当前命令输入前的空白状态。

(2) $\uparrow$ 调出上一行命令。

(3) $\downarrow$ 调出下一行命令。

其中, $\uparrow$ 为键盘中的向上键, $\downarrow$ 为键盘中的向下键。后两个功能键在程序调试时很

有用。在 MATLAB 实际使用中,往往需要对刚执行过的命令进行修改后重新执行,为了避免重复输入,可用↑调出原命令后再做修改。

1.1.3 MATLAB 帮助

MATLAB 的离线帮助文件内容丰富,是学习 MATLAB 的最佳资料,学习 MATLAB 首先要学会 MATLAB 帮助的使用。

在命令窗口中输入 help 命令或直接用鼠标左键单击菜单中的 Help 按钮(快捷键 F1),可以打开如图 1.5 所示的帮助窗口。

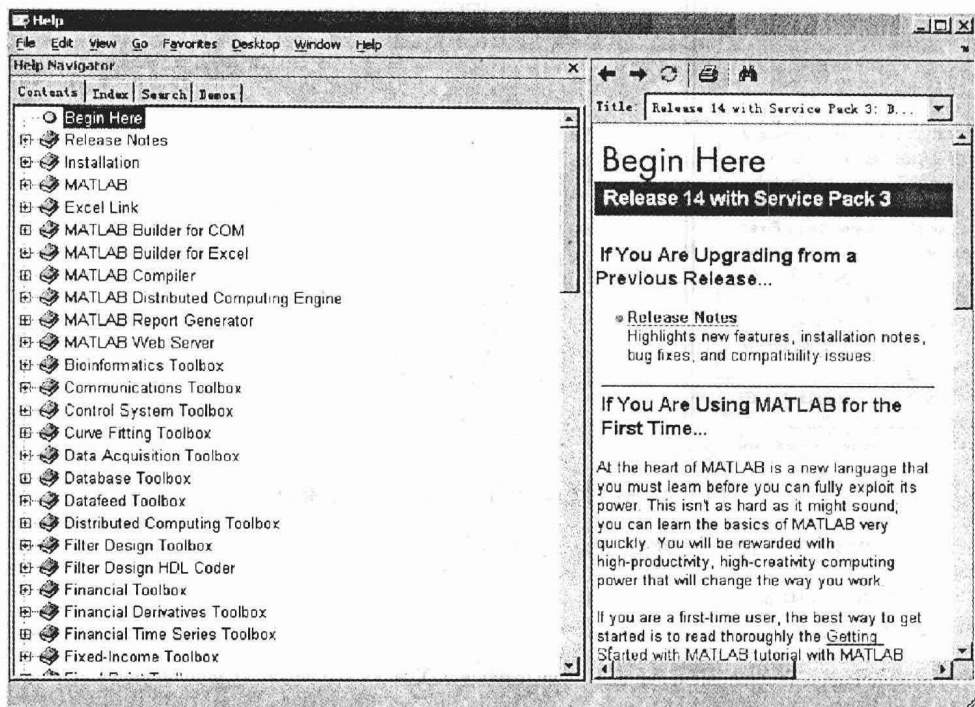


图 1.5 MATLAB 帮助窗口

图 1.5 中左上角有四个可以切换的选项页,分别为 Contents, Index, Search 和 Demos,可以根据需要打开相应的选项页查找所需的信息。当遇见一个新的函数时,可通过 Search 来进行查找其功能及详细用法。Demos 提供了大量的演示文件,也为初学者提供帮助。MATLAB 还提供了在线帮助功能,但用户需要连接网络。

下面介绍一下通过 Search 来查找 sin 函数。进入帮助界面后选中 Search 选项

页进入下一界面并在后面空白处输入 sin, 点击 Go 按钮就会看到如图 1.6 所示的结果。

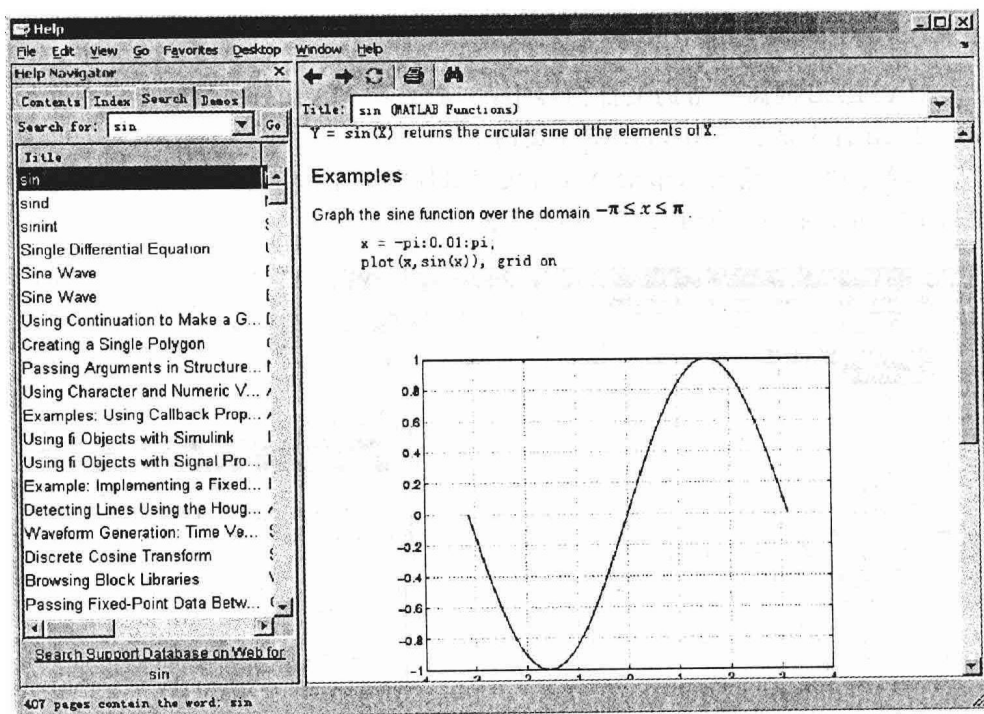


图 1.6 MATLAB 中的 Search for 搜索功能

还可以在命令窗口直接输入查找命令, 例如

```
>> help sin ✓
```

SIN Sine.

SIN(X) is the sine of the elements of X.

See also asin, sind.

Overloaded functions or methods (ones with the same name in other directories)

help sym/sin. m

Reference page in Help browser

doc sin

借助于 MATLAB 提供的帮助系统, 可以解决在使用 MATLAB 过程中遇到的许多问题。

1.2 MATLAB 的变量和表达式

1. MATLAB 变量命名规则

(1) MATLAB 中变量名可以包含字母、数字及下划线,但必须以字母开头,后面最多跟 63 个字母或数字,如 `x,y,asd_f,d3er45` 等都是合法的变量名。

(2) 变量名区分大小写,如 `ab` 与 `Ab` 表示两个不同的变量。

(3) 注意不要用 MATLAB 中的内部函数或命令名作为变量名。如果内部函数用作变量名,内部函数将失效。

2. 与工作空间中的变量有关的函数

1) 列出变量

函数: `who`

功能: 列出当前工作空间中的变量,且内存中的当前变量以简单形式列出

函数: `whos`

功能: 列出当前内存变量的名称、大小、类型等信息

2) 清除变量

函数: `clear`

功能: 清除工作空间中的所有变量,用于释放系统内存

函数: `clear all`

功能: 清除函数工作空间和基本工作空间的所有函数变量,全局变量和类

函数: `clc`

功能: 清除命令窗口

3. MATLAB 的运算符

1) 数学运算符

`+` (加号), `-` (减号), `*` (乘号), `\` (左除), `/` (右除), `^` (乘幂)

2) 关系运算符

`<` (小于), `>` (大于), `<=` (小于等于), `>=` (大于等于), `==` (等于),

`~=` (不等于)

3) 逻辑运算符

`&` (逻辑与运算), `|` (逻辑或运算), `~` (逻辑非运算)

例 1.4 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, 对其做简单的关系与逻辑运算。

```
>>A=[1, 2; 1, 2];
>>B=[1, 1; 1, 2];
>>C=(A<B) & (A==B)
C=
     0     0
     0     0
```

4. MATLAB 的表达式

MATLAB 的表达式是由常量、变量、函数和运算符组成的有意义的式子。MATLAB 语句由变量、表达式及 MATLAB 命令组成,用户输入的语句由 MATLAB 系统解释后运行。常见的 MATLAB 语句有两种格式:

格式 1:表达式

格式 2:变量=表达式

其中,系统自动将格式 1 中的表达式的运行结果赋值给内部变量 ans,并在屏幕上输出;在格式 2 中,系统将表达式的运行结果赋给了变量。

例 1.5 用两种形式计算 $5^6 + \sin \pi + e^3$ 算术运算结果。

```
>>5^6+sin(pi)+exp(3)           %计算结果赋给默认变量 ans
ans=
    1.5645e+004                %即为  $1.5645 \times 10^4$ 
>>a=5^6+sin(pi)+exp(3)         %计算结果赋给变量 a
a=
    1.5645e+004
>>a=5^6+sin(pi)+exp(3);
```

即如果在表达式后面加“;”,则执行后不显示运算结果。

例 1.5 中的正弦、指数函数是 MATLAB 自带的函数。MATLAB 中还有很多类似的函数,常用的函数详见附录 A 中的附表 1-1 和 1-2。

5. MATLAB 的数据显示

MATLAB 系统中数值数据的存储和计算默认都是双精度,如果需要可以利用 format 命令来调整数据的显示格式。

MATLAB 默认显示格式为 format loose(松散格式),屏幕的显示会有一些空行,占用更大的篇幅,因此可以在命令语句输入前,输入显示格式命令 format compact(紧凑格式)。

此外,format 命令还可以用于控制数字显示的方式,例如 format rat 表示此后