

王超 安建伟 周贤伟 陈月云 编

数字信号处理

SHUZI XINHAO CHULI

010101001
0101010010101
0101010010101
010100010101000101010100010101010
01010100101
010101001010100010101001
01010100101010001010100101010
010101001010100010101001010101
0101010010101000101010010101001010101
01010100101
0101010010101000101010010
010101001
01010100101010001010100101010
010101001010100010101001010100101010
01010100101
010101001010100010101001
01010100
01010100101010001010100101010
010101001010100101
010101001010100010101001010100101
01010100101
01010100101010001010100
010101001



国防工业出版社

National Defense Industry Press

数字信号处理

王超 安建伟 周贤伟 陈月云 编

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书较全面系统地讲述了数字信号处理的基本理论和方法。全书共分8章,内容为离散时间信号与系统、离散时间信号与系统的频域分析、离散傅里叶变换、快速傅里叶变换、时域离散系统的基本网络结构、无限脉冲响应数字滤波器的设计、有限脉冲响应数字滤波器的设计、随机信号处理与估计,书末附录设计了仿真实验。

为了帮助读者理解较为抽象的理论,书中增加了很多仿真的实例和图形,力求通过例子来讲解问题。

本书可作为高等学校电子信息类和相关专业的本科生教材,也可作为电子信息类工程技术人员参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理 / 王超等编. —北京:国防工业出版社, 2010. 4

ISBN 978-7-118-06633-3

I. ①数... II. ①王... III. ①数字信号—信号处理

IV. ①TN911. 72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 048808 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限公司

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 13¼ 字数 296 千字

2010 年 4 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 28.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

随着数字信号处理技术逐步地渗透到我们生活的每一个角落,数字信号处理的理论和实现方法变得日益重要。“数字信号处理”作为一门本科生的专业基础课,在几乎所有高校的电子类专业中均开设。

全书共分8章。第1章主要介绍数字信号与离散时间系统的基本概念。第2章主要讲述傅里叶变换、 Z 变换和离散时间系统的频域分析等内容。第3章是本书的研究重点,内容主要包括离散傅里叶变换的定义和物理意义,用离散傅里叶变换进行信号的谱分析等。为了更加清楚地进行分析和讲解,该章例举了一些 Matlab 仿真实例。第4章主要介绍基2FFT算法和实现。第5章至第7章主要介绍滤波器的设计及其网络实现结构,是本书的另一个重点,鉴于目前的滤波器设计都是在计算机上实现的,因此这一部分只是对滤波器设计的基本原理和方法进行讲解。对于滤波器设计中繁琐的理论推导和公式进行了删减。为了便于设计滤波器,第7章最后介绍 Matlab 的滤波器设计工具 FDATool,并举例进行了详细的说明。第8章简单介绍随机信号处理与估计的基本知识。根据本书的内容,书末附录设计了4个仿真实验,这一部分可以根据课程的需要分配到各章中去。

关于数字信号处理的实现技术,考虑到大部分学校均会开设数字信号处理器(DSP)和可编程逻辑器件(FPGA)等课程,所以本书中不再介绍。

本书的先修课程是“信号与系统”、“数字电路”、“工程数学”等,对于书中的差分方程和 Z 变换的内容,本书介绍得较少,授课时可以根据需要做些补充。

另外,如果学时不够,建议对第4章的内容做适当的删减。另外,对于切比雪夫滤波器和数字滤波器的直接设计方法也可以不讲。由于计算机的发展,本书对于量化效应和寄存器长度效应没有单独讲述,只是在采样中提到了量化的概念。

本书在编写的过程中,参考了大量的其他书籍,并引用了其中一些仿真例题,对于其作者在此表示感谢!

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,希望广大读者批评指正。

编 者
2010年1月

目 录

绪论	1
第1章 离散时间信号与系统	4
1.1 离散时间信号	5
1.2 序列的表示方法	6
1.3 常用典型序列	7
1.4 序列的基本运算	10
1.5 离散时间系统	12
1.5.1 线性系统	12
1.5.2 时不变系统	14
1.5.3 线性时不变系统输入与输出之间的关系	14
1.5.4 因果性	17
1.5.5 稳定性	18
1.5.6 线性常系数差分方程	18
1.6 数字信号与模拟信号的转换	20
1.6.1 采样的二义性	20
1.6.2 奈奎斯特采样定理	22
1.7 数字信号转换成模拟信号	25
1.8 小结	26
习题	27
第2章 离散时间信号与系统的频域分析	29
2.1 引言	29
2.2 离散时间信号的傅里叶变换和性质	29
2.2.1 离散时间信号的傅里叶变换的定义	29
2.2.2 离散时间信号的傅里叶变换的性质	31
2.3 周期序列的傅里叶级数和傅里叶变换	35
2.3.1 周期序列的傅里叶级数	35
2.3.2 周期序列的傅里叶变换	37
2.4 序列的 Z 变换	40

2.4.1	Z 变换的定义	40
2.4.2	序列特性与 Z 变换的收敛域	41
2.4.3	逆 Z 变换	44
2.4.4	Z 变换的性质	47
2.5	离散时间系统的频域分析	51
2.5.1	系统频率响应与系统函数	51
2.5.2	线性相位与群时延	53
2.5.3	频率响应的几何确定法	53
2.5.4	全通函数	55
2.6	小结	56
	习题	57
第3章	离散傅里叶变换	59
3.1	离散傅里叶变换	59
3.1.1	DFT 的定义	59
3.1.2	离散傅里叶变换与傅里叶变换和 Z 变换之间的关系	59
3.1.3	周期延拓	60
3.1.4	用 Matlab 计算序列的 DFT	62
3.2	DFT 变换的基本性质	63
3.2.1	线性性质	63
3.2.2	循环移位性质	63
3.2.3	循环卷积定理	64
3.2.4	复共轭序列的 DFT	65
3.2.5	DFT 的共轭对称性	65
3.3	频率域采样	66
3.4	DFT 的含义	69
3.5	信号的谱分析	73
3.5.1	对连续信号进行谱分析	73
3.5.2	频谱的泄漏	74
3.5.3	对信号的加窗	75
3.5.4	栅栏效应	76
3.6	用 DFT 计算线性卷积	77
3.7	小结	79
	习题	79
第4章	快速傅里叶变换	81
4.1	引言	81

4.2	基2FFT算法	82
4.2.1	直接计算DFT的运算量及其计算的特点	82
4.2.2	按时间抽取算法	83
4.2.3	频域抽取法	86
4.3	DIT-FFT算法与直接计算DFT运算量的比较	87
4.4	IDFT的实现	88
4.5	FFT的实现研究	89
4.6	小结	91
	习题	91
第5章	时域离散系统的基本网络结构	93
5.1	引言	93
5.2	网络结构的信号流图表示法	93
5.3	无限长脉冲响应基本网络结构	94
5.3.1	直接型	94
5.3.2	级联型	95
5.3.3	并联型	97
5.4	有限长脉冲响应基本网络结构	98
5.4.1	直接型	98
5.4.2	级联型	98
5.5	线性相位结构	99
5.6	频率采样结构	100
5.7	小结	102
	习题	102
第6章	无限脉冲响应数字滤波器的设计	103
6.1	数字滤波器的基本概念	103
6.2	模拟滤波器的设计指标	105
6.3	模拟滤波器的设计	106
6.4	巴特沃斯滤波器的设计	107
6.4.1	巴特沃斯滤波器的幅频特性函数和系统函数的求解	107
6.4.2	将截止频率 Ω_c 归一化($\Omega_c = 1$)	109
6.4.3	滤波器阶数 N 的求解	111
6.4.4	3dB截止频率 Ω_c 的求解	111
6.4.5	巴特沃斯低通滤波器设计步骤总结	111
6.5	切比雪夫滤波器	113

6.5.1	切比雪夫 I 型滤波器幅度平方函数特点	113
6.5.2	参量 ε 、 Ω_p 和 N 的确定	114
6.5.3	归一化系统函数 $H_a(p)$ 及 $H_a(s)$	115
6.5.4	切比雪夫 I 型滤波器的设计步骤	116
6.5.5	切比雪夫 II 型滤波器的设计方法	118
6.6	椭圆滤波器的设计	119
6.6.1	椭圆滤波器的幅度响应	120
6.6.2	椭圆滤波器的工程设计	120
6.7	贝塞尔滤波器	120
6.7.1	贝塞尔滤波器	120
6.7.2	贝塞尔滤波器的设计	121
6.8	经典类型滤波器的比较	121
6.9	模拟高通、带通、带阻滤波器的设计	122
6.9.1	模拟低通到模拟高通的频率变换	122
6.9.2	模拟低通到模拟带通的频率变换	123
6.9.3	模拟低通到模拟带阻的频率变换	123
6.10	数字滤波器的设计	124
6.11	脉冲响应不变法	125
6.11.1	脉冲响应不变法原理	125
6.11.2	模拟滤波器 s 平面到数字滤波器 z 平面的映射关系	126
6.11.3	频谱混叠现象	127
6.12	双线性变换法	129
6.12.1	转换关系分析	130
6.12.2	消除频谱混叠的原因	130
6.12.3	IIR 数字滤波器设计间接法小结	133
6.13	无限脉冲响应 IIR 数字滤波器的数字域直接设计法	134
6.13.1	零极点累试法	135
6.13.2	频域最小均方误差设计法	135
6.13.3	帕德逼近法	135
6.13.4	波形形成滤波器	136
6.14	小结	136
	习题	136
第 7 章	有限脉冲响应数字滤波器的设计	138
7.1	线性相位 FIR 滤波器的特点	138
7.1.1	线性相位与群延时	138

7.1.2	线性相位 FIR 的时域约束条件	139
7.2	利用窗函数法设计滤波器	141
7.2.1	窗函数法设计基本原理	141
7.2.2	典型窗函数介绍	145
7.2.3	用窗函数法设计 FIR 滤波器的步骤	148
7.3	频率采样法设计滤波器	149
7.3.1	用频率采样法设计滤波器的基本思想	149
7.3.2	设计线性相位滤波器时对 $H_d(k)$ 的约束条件	150
7.3.3	逼近误差	150
7.3.4	过渡带抽样的优化设计	151
7.4	FIR 和 IIR 滤波器的比较	152
7.5	Matlab 滤波器设计工具(FDATool)	153
7.5.1	FDATool 快速入门	153
7.5.2	滤波器设计	155
7.5.3	滤波器性能分析	156
7.5.4	滤波器导入	161
7.5.5	滤波器量化	162
7.6	小结	164
	习题	164
第 8 章	随机信号处理与估计	165
8.1	随机信号及其数学描述	165
8.1.1	随机信号的统计特征	165
8.1.2	平稳随机过程	166
8.1.3	各态遍历性	166
8.2	功率谱密度	167
8.2.1	功率谱密度的定义	167
8.2.2	维纳-辛钦定理	168
8.2.3	广义平稳随机信号自相关函数与功率谱的性质	169
8.3	一些重要的随机过程	169
8.3.1	白噪声	169
8.3.2	正弦随机过程	170
8.3.3	Wold 分解定理	171
8.4	平稳随机信号与线性系统	171
8.4.1	平稳随机信号通过线性系统	171
8.4.2	平稳随机过程的时间序列模型	172

8.5 谱分析的基本问题.....	173
8.5.1 有理谱估计问题	173
8.5.2 线谱估计问题	174
8.5.3 混合谱估计问题	174
8.6 谱估计方法概述.....	174
8.7 估计质量的评价.....	176
习题	179
附录 仿真实验	180
实验一 时域抽样与频域抽样	180
实验二 用 FDATool 工具设计滤波器	186
实验三 信号的谱分析	190
实验四 调制和解调	195
参考文献	200

绪 论

进入 21 世纪,数字电视、数字机顶盒、数字广播和各种数码产品已经渗透到人们生活的各个方面;手机已经从第 1 代的模拟制式,发展到了第 2 代的数字制式,并朝向第 3 代(3G)方向发展;打开电视,各种宣传数码高清、数字处理的广告不绝于耳,采用数码技术处理制作的 3D 动画片也已经出现,并且风靡全球。可见,我们已经走进了一个数字化的时代。

在这场数字化变革中,人们抛弃了原先的模拟手段,采用了数字化的处理技术。目前采用的电子系统也纷纷转变成了数字系统,其由原来处理模拟信号转变成处理数字信号。数字技术的发展给人们的生产和生活带来了巨大的变革,提供了诸多的方便。同时也对人们提出了新的要求,即只有掌握数字信号处理的基本理论和方法,才能充分利用数字信号的优势,用数字化的工具去改变人们的生活。

本书作为本科的专业基础教材,主要讲述数字信号处理的基本理论方法,侧重于基本概念的理解和建立,并避免繁琐的公式推导和证明,力求深入浅出地为读者建立数字信号处理的基本理论框架,同时兼顾实际应用的需要。

1. 什么是信号

奥本海姆的《离散信号处理》中称,“信号通常用于代表携带信息的某个东西”。这和英语词典定义的相似,“信号是传递信息的一个行动或一个东西,通常不用文字来表示”。在《现代汉语词典》中,对信号的解释稍为具体些,“信号:①用来传递信息或命令的光、电波、声音、动作等;②电路中用来控制其他部分的电流、电压或无线电发射机发出的电波。”

信息的载体是信号,即信息的产生、传输和处理都是通过信号的形式实现的。例如,我们每天从广播中听到的语音和音乐称为音频信号,每天从电视里看到的图像称为视频信号,语音信息和视频信息便通过这些信号来携带。将信号用数学方法表示,可以理解为携带信息的一元函数或多元函数。

在信号的表达式中,自变量可以是连续的,也可以是离散的。自变量为连续值的信号称为连续信号;通常又称作模拟信号。自变量为离散值的信号称为离散信号,或称离散信号序列。除了自变量可以是连续的或离散的之外,信号取值也可以是连续的或是离散的。时间变量取连续值,幅度取离散值,如振幅键控信号(ASK),这样的信号称为幅度离散信号;数字信号是指幅度和时间都取离散值的信号,如计算机里存储的数字信号在自变量和信号取值两方面都是离散的信号,信号取值为有限长二进制数。

一般来说,数字信号处理的对象是数字信号,模拟信号处理的对象是模拟信号。模拟信号处理是通过一些模拟器件,如晶体管、运算放大器、电阻、电容、电感等,完成对信号的处理,例如,电子线路中的甲类、乙类放大器就是由三极管等元件组成的信号放大电路,

可对输入的模拟信号起到放大作用。数字信号处理采用数值计算的方法完成对信号的处理,主要运算有加、减、乘等。

2. 数字信号处理的优势

数字信号处理的优势是相对模拟信号处理而言的,这些优势正是数字处理系统逐步替代模拟系统的根本原因。

数字信号处理的直接对象是数字信号,它相对模拟信号处理具有许多优点,归纳起来有以下几点:

(1)灵活性高。数字信号处理系统的性能取决于系统参数,这些参数存储在存储器中,很容易改变,因此系统的性能容易改变,通过改变系统的参数,则会变成完全不同的系统。有些数字处理系统可以通过计算机远程遥控,改变其功能。模拟系统中,电容、电阻、电感等参数都是固定的,电路功能不易改变。

(2)稳定性和精度高。数字系统的特性不易随使用条件变化而变化,尤其使用了大规模集成的 DSP 芯片,更提高了系统的稳定性和可靠性。而模拟器件不可避免地存在器件老化等因素,系统的稳定性随时间恶化。在计算精度方面,随着集成电路的发展,CPU 已经提高到 16 位、32 位、64 位,并且出现了浮点处理器,数字处理精度大大提高。许多测量仪器为满足高精度的要求,只能采用数字系统。

(3)便于大规模集成。数字电路有高度的规范性,因此容易大规模集成和大规模生产,这也是 DSP 芯片发展迅速的原因之一。采用了大规模集成电路,因此数字系统体积小、重量轻、可靠性高。

(4)对数字信号可以存储、运算,系统可以获得高性能指标。这一优点更加使数字信号处理不再仅仅限于对模拟系统的逼近上,它可以完成许多模拟系统完不成的任务。例如,电视系统中的画中画,各种视频特技(包括画面压缩、3D 的动画制作),数字滤波器严格的线性相位特性等,甚至非因果系统也可通过数字信号的存储延时来实现。

正是由于以上优点,数字信号处理的理论和技术一出现,就受到人们的极大关注,发展非常迅速。一般,国际上把 1965 年作为数字信号处理这一门新学科的开端,仅仅 40 多年,这门学科已基本上形成了自己一套完整的理论体系。随着电子技术、计算机技术的飞速发展,功能更加强大的数字信号处理芯片也不断地推出,推动了数字系统的实现和发展。目前,数字信号处理已广泛应用在通信、雷达、图像、控制、地震、遥感遥测、生物医学、航空航天、自动化仪表等领域。数字信号处理的理论和技术已成为目前高新理论和技术的强有力的基础。

3. 数字信号处理的发展与应用

数字信号处理的理论研究很早就已经开始,但是当时一直未能得到广泛的使用和重视,主要是因为计算机技术发展尚不成熟,运算速度较低。很多数字信号处理的算法采用当时的计算机完成被认为是不现实的,因为运算量太大、耗时太长,很难满足系统实时性的要求。20 世纪 50 年代初,信号处理还是用模拟系统来完成的。1965 年,J. W. Cooley 和 J. W. Tukey 提出了快速傅里叶变换算法,人们开始注意到数字信号处理技术的实用性。在随后的短短几十年,随着集成电路的发展,高性能的 CPU 器件发展极为迅速,数字信号处理器件为数字系统的实现奠定了良好的基础。专用的数字信号处理器(DSP)的出现更是吸引了很多学科的研究者,并被应用于各种数字信号处理领域。很快,数字信号处

理成为应用最快、成效最为显著的新学科之一,在众多领域都获得了极其广泛的应用,有效地推动了众多工程技术领域的技术改造和学科发展。

当前,数字信号处理技术以惊人的速度发展:一方面,超大规模集成电路使得数字部件成本降低、计算速度加快,推动了数字信号处理的应用;另一方面,数字信号处理在理论上和方法上均向更深的层次发展,这使得数字信号处理的应用领域不断扩大。

第 1 章 离散时间信号与系统

在绪论中介绍了 4 种类型的信号:模拟信号、时域离散信号、幅度离散信号和数字信号。模拟信号是信号幅度和时间变量均取连续值的信号。时域离散信号是信号幅度取连续值,而自变量时间取离散值的信号,也可以看成是自变量取离散值的模拟信号。幅度离散信号是幅度取离散值、时间变量取连续值的信号。数字信号则是信号幅度和自变量均取离散值的信号,也可以说是信号幅度离散化的时域离散信号,或简单说是一些二进制编码信号。下面举例说明模拟信号、时域离散信号、幅度离散信号和数字信号之间的差别。

假设有一模拟正弦波信号,表示为 $x_a(t) = 0.8\sin(50\pi t)$,如图 1.1(a) 所示,它的周期是 0.04s,对 $x_a(t)$ 每隔 0.005s 取一点,它们是 $\{\dots, 0.5657, 0.8000, 0.5657, 0, -0.5657, -0.8000, -0.5657, \dots\}$,将这些离散值形成的信号用 $x(n)$ 表示为 $x(n) = \{\dots, 0.5657, 0.8000, 0.5657, 0, -0.5657, -0.8000, -0.5657, \dots\}$,自变量 n 表示第 n 个点, $n = \{\dots, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ 。该信号 $x(n)$ 称为时域离散信号,如图 1.1(b) 所示。

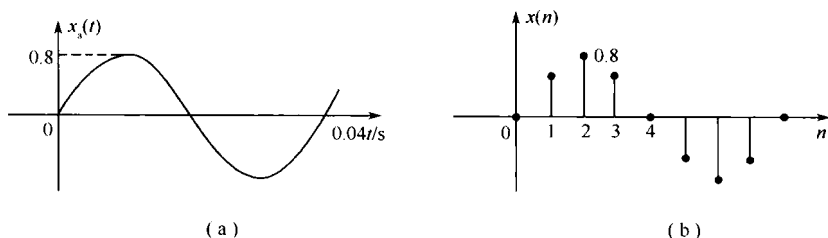


图 1.1 信号 $x(t)$ 的模拟信号和离散信号

(a) 模拟信号; (b) 离散信号。

如果用 4 位二进制数表示 $x(n)$ 的幅度,二进制数第 1 位表示符号位,对该信号 $x(n)$ 进行二进制的编码,用 $x[n]$ 表示,则 $x[n] = \{\dots, 0.000, 0.100, 0.110, 0.100, 0.000, 1.100, 1.110, 1.100, \dots\}$,这里 $x[n]$ 称为数字信号。如果将上面的 $x[n]$ 再换算成十进制,则 $x[n] = \{\dots, 0.5000, 0.7500, 0.5000, 0, -0.5000, -0.7500, -0.5000, \dots\}$ 。比较 $x(n)$ 和 $x[n]$,有两点不同:一是数字信号用有限位二进制编码表示,时域离散信号则不是;二是二进制表示的数据和十进制表示的数据存在误差,称为量化误差。这种量化误差和表示二进制编码的位数有关系。如果用 8 位二进制编码表示 $x(n)$,则 $x[n] = \{\dots, 0.0000000, 0.1001000, 0.1100110, 0.1001000, 0.0000000, 1.1001000, 1.1100110, 1.1001000, \dots\}$,再换算成十进制 $x[n] = \{\dots, 0.5625, 0.7968, 0.5625, 0, -0.5625, -0.7968, -0.5625, \dots\}$,很清楚,用 8 位二进制编码比用 4 位二进制编码数字信号越加接近于时域离散信号。显然,随着二进制编码位数增加,两者的差别越来越小。如果采用 32 位编码,这时数字信号和时域离散信号的幅度值在数值上相差无几,误差可以忽略,认

为是相等的,只是信号形式不同;现在 A/D 采样和计算机的精度都很高,因此分析研究数字信号处理的基本原理时,往往不再强调区分数字信号和离散时间信号。

1.1 离散时间信号

时域离散信号的特点是自变量取离散值,信号幅度值可取连续值。例如,每天记录室内温度,5 天内记录用 $x(n)$ 表示, $x(n) = \{25, 25, 26, 24, 27\}$, n 取值为 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, n 代表第 n 个数据。这里规定自变量 n 只能取整数,非整数无定义。 $x(n)$ 称为时域离散信号。由该例说明,时域离散信号是一串有序的数据序列,因此也可以称 $x(n)$ 为序列。但实际上,很多时域离散信号是由模拟信号产生的,下面介绍如何由模拟信号产生时域离散信号。

假设模拟信号用 $x_a(t)$ 表示,它的波形如图 1.2 所示。按照时间 T 等间隔地对 $x_a(t)$ 取它的幅度值,或者说按照时间 T 等间隔地对 $x_a(t)$ 采样,得到一串有序的数据 $\{x_a(0), x_a(T), x_a(2T), \dots\}$, 如图 1.2(b) 所示。当 n 取 $\{0, 1, 2, \dots\}$ 时, $x_a(nT) = \{x_a(0), x_a(T), x_a(2T), \dots\}$, 现在将这一串数字序列用 $x(n)$ 表示,如图 1.2(c) 所示。

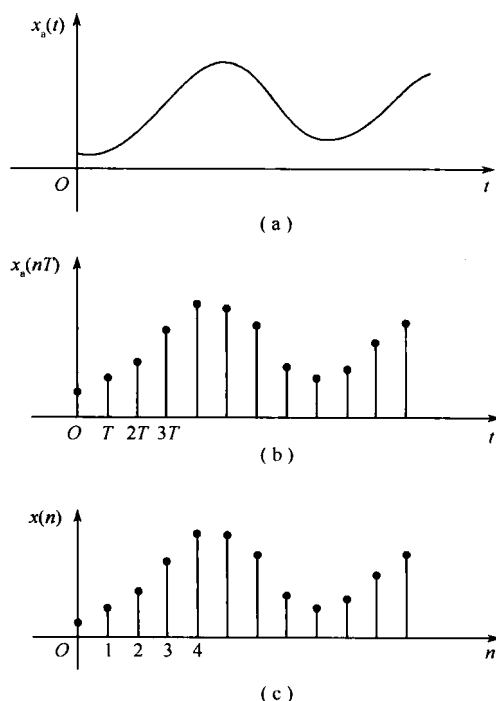


图 1.2 模拟信号产生离散信号的过程

比较图 1.2(b)、(c) 可见,它们幅度值相等,只是横坐标不同, $x_a(nT)$ 的横坐标是时间 t , 单位为秒(s); 时域离散信号 $x(n)$ 的横坐标是 n , 无量纲, 只能取整数。时域离散信号 $x(n)$ 和模拟信号 $x_a(t)$ 之间的关系可用下式表示:

$$x(n) = x_a(nT) = x_a(t) |_{t=nT}, \quad -\infty < n < \infty \quad (1.1)$$

注意式中 n 只能取整数,当 n 取非整数时没有定义。

例 1.1 假设模拟信号 $x_a(t) = \sin(2\pi \times 50t) + \sin(2\pi \times 200t)$, 令 $f_s = 1/T$, $T = 0.00125\text{s}$, $f_s = 800\text{Hz}$, 这里 T 称为采样间隔, f_s 称为采样频率。要求用 f_s 对该模拟信号进行采样, 得到时域离散信号 $x(n)$, 试写出 $x(n)$ 的表达式, 并画出波形图。

解:

$$\begin{aligned} x(n) &= x_a(nT) = x_a(t)|_{t=nT} \\ &= \sin(2\pi \times 50 \times nT) + \sin(2\pi \times 200 \times nT) \end{aligned}$$

将 $T = 0.00125\text{s}$ 代入上式, 得

$$\begin{aligned} x(n) &= \sin(2\pi \times 50 \times 0.00125n) + \sin(2\pi \times 200 \times 0.00125n) \\ &= \sin(0.125\pi n) + \sin(0.5\pi n) \end{aligned}$$

其波形如图 1.3 所示。

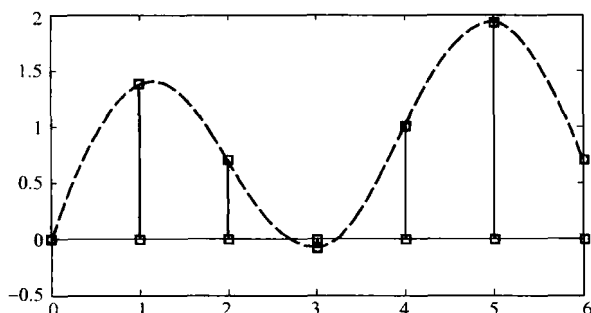


图 1.3 例 1.1 图

由上述可知, 时域离散信号是一个有序的数据序列, 它可以是十几种通过实验测试得到的一组有序数据序列, 也可以是由模拟信号等间隔采样得到的信号。

1.2 序列的表示方法

1) 用集合符号表示序列

数的集合可以用集合符号 $\{\cdot\}$ 表示, 时域离散信号是一个有序的数的集合, 可用集合表示。例如, 当 $n = \{\dots, 0, 1, 2, \dots\}$ 时, $x(n) = \{\dots, 0, 11, 0.134, 0.12, \dots\}$, 就是用集合符号表示的离散信号。

2) 用公式表示序列

序列也可以用公式表示, 例如:

$$x(n) = a^n, \quad 0 < |a| < 1 \quad (1.2)$$

式中: n 为 $(-\infty, +\infty)$ 间的整数。

3) 用图表示

用图表示是一种很直观表示方法, 图 1.1(b) 就是用图表示的离散信号。以上 3 种表示方法根据具体情况可以灵活运用。对于一般序列, 包括由实际信号采样得到的序列, 或者是一些没有明显规律的数据, 可以用集合或图表示。

1.3 常用典型序列

1) 单位采样序列 $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

单位采样序列也称为单位脉冲序列,如图 1.4 所示。其特点是,仅在 $n=0$ 处取值为 1,其他取值均为 0。

2) 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

单位阶跃序列如图 1.5 所示。其特点是,只有在 $n \geq 0$ 时,它才取非 0 值 1;当 $n < 0$ 时,均取 0 值。

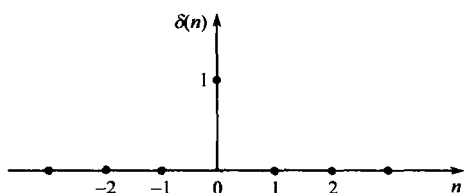


图 1.4 单位采样序列

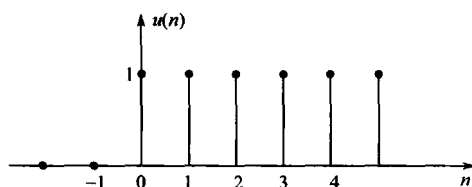


图 1.5 单位阶跃序列

$u(n)$ 可以用单位采样序列表示,公式如下:

$$u(n) = \sum_{m=-\infty}^n \delta(n-m) \quad (1.5)$$

3) 矩形序列 $R_N(n)$

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.6)$$

式中:下标 N 称为矩形序列的长度。例如,当 $N=4$ 时,矩形序列 $R_4(n)$ 如图 1.6 所示。矩形序列的特点是,只有在 $0 \leq n \leq N-1$ 时,采取非 0 值 1;其他均取 0 值。

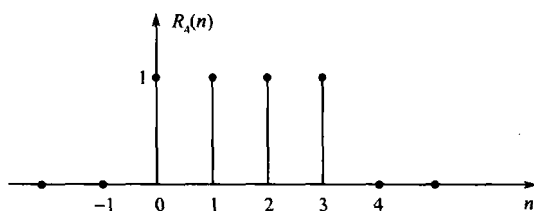


图 1.6 矩形序列 $R_4(n)$

4) 实指数序列

$$x(n) = a^n u(n) \quad (1.7)$$