各类成人高考复习指导丛书

数学

（文史类用）

高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

数　　学

（文 史 类 用）

郑洪深 主编

高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

数　学

（文史类用）

郑洪深　主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印装

*

开本787×1092　1/32　印张 10.375　字数 220 000

1987年6月第1版　1987年6月第1次印刷

印数 000 001—100 130

ISBN 7-04-000062-8/O·27

书号 13010·01444　定价 1.55元

出版前言

在国家教育委员会召开的审订《一九八六年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》会议上，与会的长期从事成人教育的教师们**强烈要求根据《复习大纲》编写出版一套便于成人复习自学的指导丛书，这一要求得到国家教委主管部门的赞同和支持．为此，我社约请《复习大纲》的起草人或审订人主编了这套《各类成人高考复习指导丛书》，供1987年考生使用．**

本丛书从成人教育的实际出发，通过自学或辅导，使考生经系统复习后，能够掌握普通中学毕业生应具备的基础知识和相应的能力，为报考各类成人高等学校（包括广播电视大学、职工高等学校、农民高等学校、管理干部学院、独立设置的函授学院和普通高等学校举办的干部专修科、中等学校教师班、函授部、夜大等）打好基础．

本丛书可作为自学复习用书和各类成人高考辅导班的教材，也可供各类成人高中学员、教师及其他有关成人教育工作者参考．

鉴于本丛书初版编写时间仓促，难免存在一些问题，并且国家教委根据形势发展对《政治》《历史》两个科目的《复习大纲》作了局部修订，因此有必要**对本丛书作一次全面修订，以进一步满足1988年成人考生复习自学的需要．**

为提高考生的应考能力，本丛书各教材一律以附录形式编入1986年全国成人高等学校统考试题与解答．为不影响本丛书修订本及时供应，1987年全国成人高等学校统考试题与解答，我社将按文科（含外语）与理科分别汇编成册，单独

发行.

为加强对文史类考生的复习指导，本丛书修订版将《数学》按文理科分开编写. 又鉴于《政治》的“经济常识”部分的内容可能由于形势发展而需要补充修改，《政治》的修订本分上、下册出版，以便及时增删修订，从而满足考生的复习要求. 这样，**本丛书修订版包括：《政冶》(上、下册)；《语文》(上、下册)；《数学》(文史类用)；《数学》(理工农医类用)；《物理》；《化学》；《历史》；《地理》；《英语》；《俄语》；《日语》以及《1987年全国成人高等学校招生统一考试题目与解答》(文史类、理工农医类)共十三种十五册.**

本书考虑到文史类考生的特点，注意选材适当，难易适度，重点突出，叙述详尽，便于自学.

考生使用本书时，应在掌握内容提要的基础知识的前提下学习例题与解题指导. 学习这一部分内容既要注意基础知识的灵活运用，又要注意解题思路,解题方法和解题技巧.习题与综合练习题是全书的重要组成部分，习题是为了检查基础知识及前面有关知识的掌握程度，综合练习题是为了检查对所学知识的综合运用能力.考生应认真独立完成这项作业.

本书主编为郑洪深(《一九八六年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》审订人),参加编写本书的还有丁鹤龄、文小西等同志.本书请北京师范大学数学系王家銮副教授审定.

对本书存在的缺点、错误，欢迎批评指正. 意见请寄北京沙滩后街55号高等教育出版社总编室.

高等教育出版社

1987年7月

目　录

第一章　函　　数

第一节　集　　合

[大纲要求]

1. 了解集合的意义及其表示法，掌握空集、子集、真子集、交集、并集、补集等概念.

2. 会正确使用集合与集合、元素与集合之间的关系符号.

3. 掌握表示自然数集合、整数集合、有理数集合、正实数集合、负实数集合以及实数集合等数集的符号和它们之间的关系.

[内容提要]

一、集合的概念

1. 集合　集合是数学中最基本的概念之一，正如几何中的点、直线、平面的概念一样，不能用更简单的概念去定义它. 我们只给予一种描述，把按某种属性能确定的一些对象看成一个整体就形成了一个集合. 例如，自然数的全体构成一个集合，线段 AB 上所有的点构成一个集合. 集合简称为集，一般用大写拉丁字母 $A, B, C, \cdots$ 表示.

2. 元素　组成一个集合的每一个对象叫做这个集合的**元素或元**. 例如，每一个自然数是自然数集合中的一个元素；线段 AB 上的每一点是该线段(点集合)中的一个元素. 元素一般用小写拉丁字母 $a, b, c, \cdots$ 表示.

3．元素与集合的关系　对于一个给定的集合，它和元素之间的关系是整体和个别的关系，即集合包含它的每一个元素；它的每一个元素也都包含在集合中．于是，把 a 是集合 A 的元素，记作 $a \in A$，读作"a 属于 A"；把 a 不是集合 A 的元素，记作 $a \overline{\in} A$（或 $a \notin A$），读作"a 不属于 A"。

4．有限集与无限集

1）**有限集**　含有有限个元素的集合叫做**有限集**；

2）**空集**　不含任何元素的集合叫做**空集**，用$\varnothing$表示；

3）**无限集**　含有无限个元素的集合叫做**无限集**；

4）**单元素集**　只含有一个元素的集合叫做**单元素集**。

5．数集　元素为数的集合叫做数集．常用的数集有：

1）**自然数集**　全体自然数组成的集合叫做**自然数集**，常用 $\boldsymbol{N}$ 表示；

2）**整数集**　全体整数组成的集合叫做**整数集**，常用 $\boldsymbol{Z}$ 表示．形如 $2n(n\in \boldsymbol{Z})$ 的整数叫做**偶数**，其全体叫做**偶数集**；形如 $2n+1(n\in \boldsymbol{Z})$ 的整数叫做**奇数**，其全体叫做**奇数集**；

3）**有理数集**　全体有理数组成的集合叫做**有理数集**；常用 $\boldsymbol{Q}$ 表示．有时还用 $\boldsymbol{Q}^+$ 表示正有理数集，$\boldsymbol{Q}^-$ 表示负有理数集；

4）**实数集**　全体实数组成的集合叫做**实数集**，常用 $\boldsymbol{R}$ 表示．有时还用 $\boldsymbol{R}^+$ 表示正实数集，$\boldsymbol{R}^-$ 表示负实数集．

二、集合的表示法

1．列举法　把集合的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**列举法**．如"大于-3且小于5的整数"这个集合的元素有且仅有$-2,-1,0,1,2,3,4$，可表示为

$$\{-2,-1,0,1,2,3,4\}.$$

注意：用列举法表示集合时，列出的元素要求不遗漏、不增加、不重复，但与元素的列出顺序无关.

2. 描述法 把集合中的元素的公共属性写在大括号内表示集合的方法，叫做**描述法**. 这时，先在大括号内左端写出元素的一般形式(常用字母 x, y 等表示)，然后画一条竖线，在竖线右边列出集合的元素的公共属性. 例如，方程 $x^2+x-6=0$ 的根构成的集合 A 可写作

$$A=\{x \mid x^2+x-6=0\}.$$

注意：用描述法表示集合时，有时可省去竖线及元素的一般形式. 如"所有等腰直角三角形"组成的集合可写成

{等腰直角三角形}，

不要写成{等腰直角三角形集}，因大括号已表示"所有"，表示"集".

集合有时可用图来表示，如图 1.1.

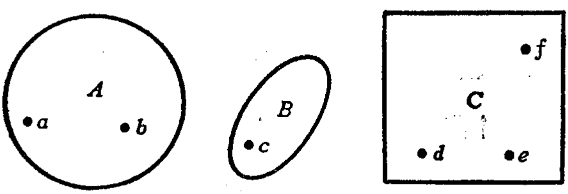

图 1.1

三、集合与集合的关系

一些给定的集合，它们之间可以有种种关系，不过，最基本的要算"包含"与"相等"的关系.

1. 子集 对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的**子集**，记作

$$A \subseteq B \quad \text{或} \quad B \supseteq A,$$

读作“A包含于B”，或“B包含A”，如以下数集之间的包含关系：

$$\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}, \ \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}, \ \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}.$$

子集的性质：

1）任何一个集合A是它本身的子集：$A \subseteq A$，因为集合A的任何一个元素都属于集合A本身；

2）空集是任何一个集合A的子集：$\varnothing \subseteq A$；

3．对于集合A、B、C，如$A \subseteq B$，$B \subseteq C$，则$A \subseteq C$。

2．真子集 如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，则集合A叫做集合B的**真子集**，记作

$$A \subset B \quad \text{或} \quad B \supset A.$$

3．集合相等 对于两个集合A与B，如果$A \subseteq B$，同时$B \subseteq A$，那么称集合A与集合B**相等**，记作

$$A = B,$$

读作“A等于B”．这就是说，集合A的任何一个元素都是集合B的元素；反之，集合B的任何一个元素都是集合A的元素．因而这两个集合所包含的元素完全一样，两个集合是同一个集合．

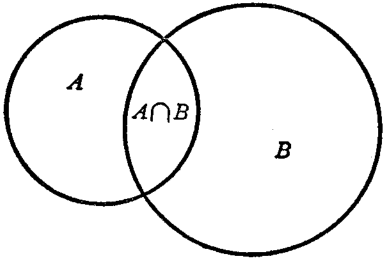

图 1.2

4．交集 由所有既属于集合A又属于集合B的元素所组成的集合，叫做集合A与集合B的**交集**，记作$A \cap B$，读作“A交B”(图1.2)，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

交集的性质：

1） $A\cap A=A$；

2） $A\cap\varnothing=\varnothing$；

3） $A\cap B=B\cap A$（交换律）.

5. 并集 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A 与集合 B 的**并集**，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”（如图 1.3），即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

并集的性质：

1） $A\cup A=A$；

2） $A\cup\varnothing=A$；

3） $A\cup B=B\cup A$（交换律）.

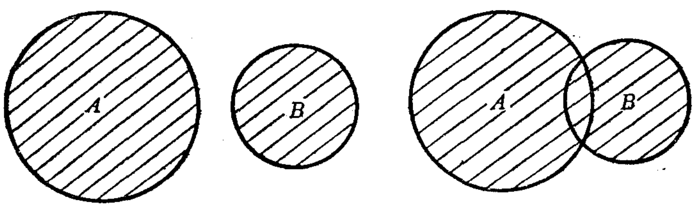

图 1.3

6. 全集与补集

1） **全集** 在研究某些集合与集合之间的关系时，如果这些集合都是某一给定集合的子集，则这个给定的集合叫做**全集**，用符号 I 表示. 这就是说，全集含有所要研究的各个集合的全部元素.

例如，在研究数集时，常常把实数集 $\boldsymbol{R}$ 作为全集；在研究

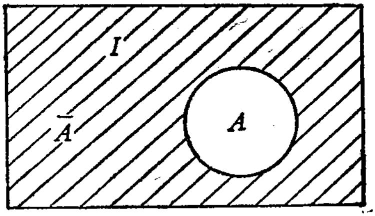

图 1.4

图形的集合时，常常把所有的空间图形组成的集合作为全集.

注意：全集是相对于所讨论的问题而言的，一个集合在一定条件下是全集，在另一个条件下就可能不是全集. 例如，讨论的集合仅含整数元时，则整数集可作为全集；若讨论的集合包括分数元时，则整数集不是全集，而有理数集或实数集则可作为全集.

2）**补集** 如果已知全集为 I，且集合 $A\subseteq I$，则由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的**补集**，记作 $\overline{A}$（读作"A 补"），即

$$\overline{A}=\{x\,|\,x\in I \text{ 且 } x\overline{\in} A\}.$$

图 1.4 中的长方形内表示全集 I，圆内表示集合 A，斜线部分表示集合 A 在集合 I 中的补集 $\overline{A}$. 换句话说，集合 A 的补集 $\overline{A}$ 是从全集 I 中除去集合 A 的元素后剩下的元素组成的集合. 如 $I=\mathbf{R}=\{$实数$\}$，$\mathbf{Q}=\{$有理数$\}$，则 $\mathbf{Q}$ 的补集为

$$\overline{\mathbf{Q}}=\{\text{无理数}\}.$$

全体无理数的集合 $\overline{\mathbf{Q}}$ 叫做**无理数集**.

补集的性质：

1）$A\cup\overline{A}=I$；　　2）$A\cap\overline{A}=\varnothing$；

3）$\overline{\overline{A}}=A$（$\overline{\overline{A}}$表示$\overline{(\overline{A})}$）；　　4）$\overline{\varnothing}=I$；

5）$\overline{I}=\varnothing$.

[例题与解题指导]

例 1 已知集合 $A=\{3,4,5,6\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，若取

全集 $I=\{x\mid x<8, x\in \boldsymbol{N}\}$,求 $A\cup B, A\cap B, \bar{A}\cup B, A\cap \bar{B}$。

解 因为 $A=\{3,4,5,6\}$, $B=\{1,2,3,4\}$,

$$I=\{x\mid x<8, x\in \boldsymbol{N}\}=\{1,2,3,4,5,6,7\},$$

所以 $A\cup B=\{3,4,5,6\}\cup\{1,2,3,4\}=\{1,2,3,4,5,6\}$,

$A\cap B=\{3,4,5,6\}\cap\{1,2,3,4\}=\{3,4\}$。

又因为 $\bar{A}=\{1,2,7\}$, $\bar{B}=\{5,6,7\}$,

所以 $\bar{A}\cup B=\{1,2,7\}\cup\{1,2,3,4\}=\{1,2,3,4,7\}$,

$A\cap \bar{B}=\{3,4,5,6\}\cap\{5,6,7\}=\{5,6\}$。

说明 在求集合的并集、交集、补集时,注意元素不要重复、不要增加、不要遗漏. 如 $A\cup B$ 不能写成 $\{1,2,3,3,4,4,5,6\}$。

例 2 设集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$, $B=\{x\mid x>0\}$,求 $A\cup B$ 与 $A\cap B$。

解 因为 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$, $B=\{x\mid x>0\}$,

所以
$$\begin{aligned} A\cup B&=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}\cup\{x\mid x>0\}\\ &=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2 \text{ 或 } x>0\}\\ &=\{x\mid x\geqslant -1\},\\ A\cap B&=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}\cap\{x\mid x>0\}\\ &=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2 \text{ 且 } x>0\}\\ &=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}. \end{aligned}$$

说明 本题可先在数轴上表示 A 和 B①, 然后求出它们的并集和交集(图 1.5).

例 3 已知集合 $A=\{x\mid (x^2-5x+6)(x^2-12x+35)=0\}$,集合 B 为元素小于 10 的素数(质数),求证 $A=B$。

---

① 图 1.5 中 0 这点用圆圈,表示集合 $B=\{x\mid x>0\}$ 不包括 0 点; -1 与 2 两点用黑点,表示集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$ 包括 -1 与 2 的点.

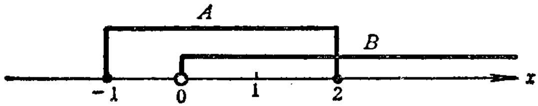

图 1.5

分析 集合 A 是方程 $(x^2-5x+6)(x^2-12x+35)=0$ 的解集，即方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集和方程 $x^2-12x+35=0$ 的解集的并。

解 因为

$$\begin{aligned}A&=\{x\mid(x^2-5x+6)(x^2-12x+35)=0\}\\&=\{x\mid x^2-5x+6=0 \text{ 或 } x^2-12x+35=0\}\\&=\{x\mid x^2-5x+6=0\}\cup\{x\mid x^2-12x+35=0\}\\&=\{2,3\}\cup\{7,5\}=\{2,3,7,5\},\end{aligned}$$

$$B=\{\text{小于 10 的素数}\}=\{2,3,5,7\}.$$

所以 $$A=B.$$

例 4 已知 A 为奇数集，B 为偶数集，$\boldsymbol{Z}$ 为整数集，求 $A\cap\boldsymbol{Z}, B\cap\boldsymbol{Z}, A\cap B, (A\cap B)\cup\boldsymbol{Z}, (A\cup B)\cap\boldsymbol{Z}$.

解 因为 $A=\{\text{奇数}\}$，$B=\{\text{偶数}\}$，$\boldsymbol{Z}=\{\text{整数}\}$，

所以

$$\begin{aligned}&A\cap\boldsymbol{Z}=\{\text{奇数}\}\cap\{\text{整数}\}=\{\text{奇数}\}=A,\\&B\cap\boldsymbol{Z}=\{\text{偶数}\}\cap\{\text{整数}\}=\{\text{偶数}\}=B,\\&A\cap B=\{\text{奇数}\}\cap\{\text{偶数}\}=\varnothing,\\&(A\cap B)\cup\boldsymbol{Z}=\varnothing\cup\{\text{整数}\}=\{\text{整数}\}=\boldsymbol{Z},\\&(A\cup B)\cap\boldsymbol{Z}=(\{\text{奇数}\}\cup\{\text{偶数}\})\cap\{\text{整数}\}\\&\qquad=\{\text{整数}\}\cap\{\text{整数}\}=\{\text{整数}\}=\boldsymbol{Z}.\end{aligned}$$

说明 $\{\text{整数}\}=\{\text{奇数}\}\cup\{\text{偶数}\}$.