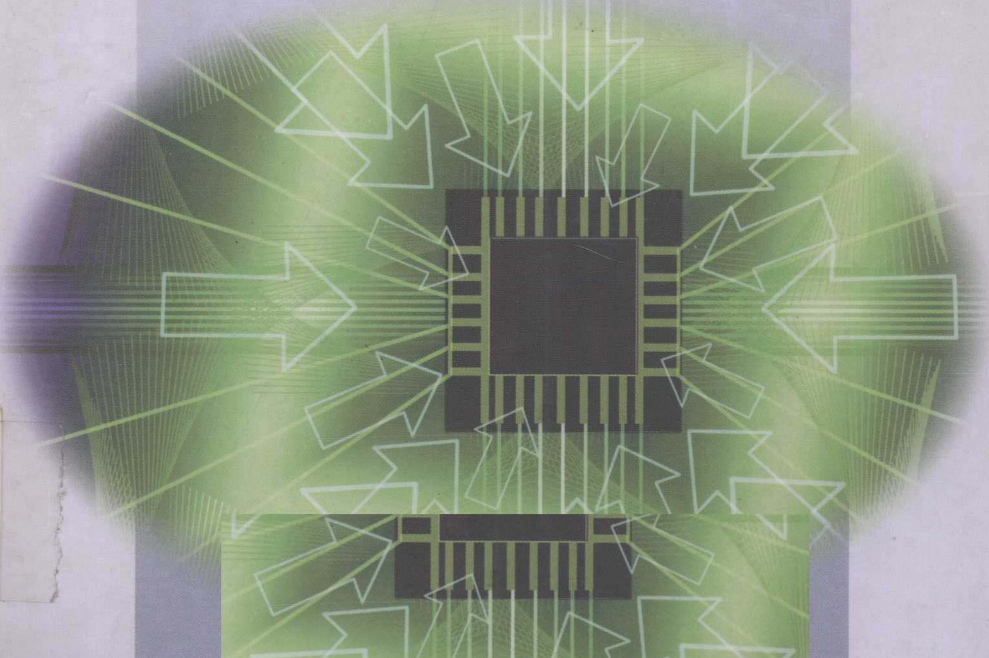
高等农林院校十五规划教材

全国高等农业院校教材

全国高等农业院校教学指导委员会审定

概率论与数理统计

吴素文　张丽梅　主编



中国农业出版社

全国高等农业院校教材

全国高等农业院校教学指导委员会审定

概率论与数理统计

吴素文　张丽梅　主编

中国农业出版社

吕振环

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计 / 吴素文,张丽梅主编.—北京:
中国农业出版社,2002.12
全国高等农业院校教材
ISBN 7-109-07948-1

Ⅰ.概… Ⅱ.①吴…②张… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 079322 号

中国农业出版社出版
(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)
(邮政编码 100026)
出版人:傅玉祥
责任编辑 朱 雷

中国农业出版社印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行
2003 年 1 月第 1 版 2003 年 1 月北京第 1 次印刷

开本:787mm×960mm 1/16 印张:19.5
字数: 351 千字
定价: 25.90 元

前　　言

概率论与数理统计是高等农业院校的一门重要基础课,也是很多新兴学科的基础.随着计算机的发展,数理统计的理论与方法的广泛应用得以实现.它与许多学科相互渗透、相互交叉、相互结合已成为近代科学技术发展的一个重要特征.在农业方面,数理统计与生物统计、农业经济管理等学科间均有着密切联系.因而掌握概率论与数理统计这门学科已成为现代农业科技人才的一个重要标志.

本教材是根据高等农业院校概率论与数理统计课程的教学大纲与农业部学科组关于"概率论与数理统计教学基本要求(讨论稿)",遵照数学为农业生产实际与农业科学研究服务的宗旨,并结合农业院校学生的数学基础及编者在长期教学实践中的积累编写的.本教材主要作为高等农、林、水产院校的本科生教材,也可供广大农业科技工作者参考使用.

本教材分为两部分.第一部分:概率论(第一章至第五章),是基础知识,也是全书的重点,它为数理统计的学习提供了必要的理论基础.第二部分:数理统计分析(第六章至第十章),主要介绍了数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析.

严格来讲,"概率论与数理统计"课程的开设应建立在"实变函数论"与"测度论"的基础上进行.但在农业院校,学生的数学基础只是"高等数学",因而在编写中,我们注意了以下几点:

1.致力于提高教材的质量,力求做到概念准确而又清晰易懂,推理严谨而又能使学生接受.

2.对某些需用较深的数学知识才能证明的统计学原理略去了证明,而给予一定的说明.

3.在例题与习题的选择上,在注重典型性、代表性的同时,更注重其在农业中的应用,以加强培养学生的统计计算能力.

4.本教材对目前流行的SAS语言作了简单介绍.

在本教材编写过程中得到了编者们所在院校及同事们的大力支持和鼓励，在此表示感谢．特别感谢主审人蔡贤如教授，她对保证本书的质量起到了重要作用．在编写中，我们参考了一些资料，在这里无法一一列出．

限于编者的水平，书中难免有不足之处，恳请读者批评指正．

编　者

2002年8月

目　　录

第二部分　数理统计分析

绪　论

在客观世界中，存在着两类不同的现象：确定性现象与随机现象．比如，标准大气压下，将水加热到 100 ℃，“水沸腾”是必然出现的现象，我们称这种在一定的条件下进行试验，每次试验结果都相同的现象为确定性现象．又如，我们随意地抛掷一枚硬币进行观察，就会发现出现的结果有两种可能性：“分值面向上”或“国徽面向上”，也就是说，在这个试验的每次试验中，某个试验结果（比如，“分值面向上”）是可能出现也可能不出现的．这种在一定条件下进行试验，每次试验的结果有多种可能性，且在每次试验结束前，不能预知哪个结果出现的现象为不确定性现象．对于这种不确定性现象，如果我们做大量的重复试验就会发现，某个试验结果在试验中出现的可能性大小会呈现出某种规律（参看表 1－1），我们将这种规律性称为统计规律性，将这类现象称为随机现象．

观察随机现象的试验称为随机试验．这里我们对试验作一个广义的理解，它包括各种各样的科学试验，也包括对某一事物的某一个特征的观察．

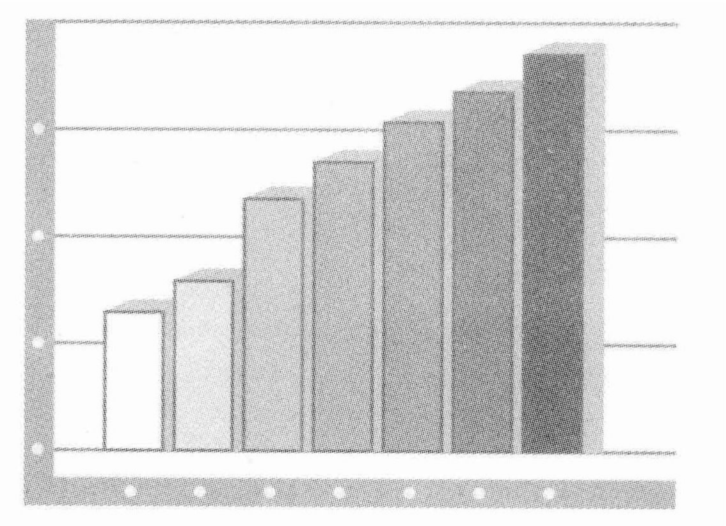
概率论与数理统计就是研究和揭示随机现象统计规律性的一门学科．其中，概率论在于阐明客观世界中随机现象的统计规律性，数理统计则是研究将这种统计规律性反转来应用于客观世界的各种方法．它们都以数学形式来抽象概括，是数学的一个分支．

概率论的研究始于 17 世纪中叶，到 20 世纪，在理论上日趋完善，已形成了严格的数学体系．今天，应用概率统计原理，依据数学信息做出判断决策，已成为政治、经济、军事、企业、科研、生产等各个领域里处理问题的日趋普及的方式了．例如，使用概率统计方法可以进行气象预报、水文预报及地震预报、产品的抽样验收；在培育新品种时，为寻求最佳的育种方案，可以进行试验设计与数据处理；在自动控制中，可用给出数学模型以便通过电脑控制工业生产等．如今，概率统计已是许多新型重要学科的基础，更是当今农业科技工作者必备的一种数学工具．

掌握概率论与数理统计这门学科已成为现代科技人才的一个重要标志之一．

第一部分

概 率 论



第一章　事件与概率

第一节　随机事件

一、随机事件与样本空间

我们在绪论中已经介绍了随机试验，现在进一步明确它的含意. 一个试验 “E” 如果满足下述条件：

(1) 试验可以在相同的条件下重复进行； —— 可重复性

(2) 试验的所有可能结果是明确知道的，并且不止一个； 不唯一性

(3) 每次试验总是恰好出现这些可能结果中的一个，但试验前不能确切知道会出现何种结果. 不确定性

这样的试验称之为随机试验，用字母 E 表示，简称试验 E. (样本点)

随机试验的每一个不可再分解的可能结果，称为基本事件. 因为随机试验的所有可能结果是知道的，故所有的基本事件也是明确知道的. 我们把一个随机试验 E 的所有基本事件组成的集合称为 E 的样本空间，记为 Ω. 集合中的元素就是基本事件，有时也称为样本点，常用 ω 表示，即 $\Omega = \{\omega\}$.

例 1　一个袋中装有 8 个大小完全相同的球，其中有 4 个是白色的，4 个是红色的，搅匀后从中任意摸取一球，令

$$\omega_1 = \{取得白球\}, \omega_2 = \{取得红球\}$$

则

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2\} \text{ 或表示为 } \Omega = \{白球, 红球\}$$

例 2　随意投掷一颗骰子，观察出现的点数. 令

$$i = \{出现的点数为\ i\}, i = 1,2,3,4,5,6$$

则

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

例 3　观察某电话交换台在单位时间内收到的呼唤次数. 令

$$i = \{收到的呼唤次数为\ i\}$$

则

$$\Omega = \{0,1,2,\cdots\}$$

例 4　在一批灯泡中，任意抽取一只，以小时为单位，测试所抽灯泡的寿命.

令

$$t = \{灯泡寿命\}$$

则

$$\Omega = \{t \mid t \geqslant 0\}$$

在随机试验中,有时我们所关心的是带有某些特征的基本事件是否发生.比如在例 2 中,如果我们设

$$A = \{出现的点数为 4\}$$
$$B = \{出现的点数为偶数\}$$
$$C = \{出现的点数小于 3\}$$

则可以研究这些结果在试验中是否发生?其中 A 是一个基本事件,而 B 与 C 由多个基本事件组成,相对于基本事件,就称它们是复合事件.无论是基本事件还是复合事件,它们在试验中发生与否都带有随机性,所以都叫做随机事件,即,随机试验 E 的一个结果称为**随机事件**,或简称为事件.通常用大写字母 A、B、C 等表示.

人们已经知道样本空间 Ω 包含了全体基本事件,而随机事件是由具有某些特征的基本事件所组成,从集合论的观点来看,随机事件就是样本空间 Ω 中的一个子集,比如在例 2 中,$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$,显然上述的 A、B、C 都是它的子集.

每次出现'事件'一个出现 当且仅当 基本事件发生

必定发生的事件称作**必然事件**,必然事件包含所有的样本点,因而为 Ω,这样我们可以把样本空间 Ω 也作为一个事件,因为在每次试验中必然出现 Ω 中的某个样本点,也即 Ω 必然发生,所以常称 Ω 为必然事件.类似地,我们把不可能发生的事件称作**不可能事件**,它不包含任何样本点,记作 $\varnothing$(空集).这样,空集 $\varnothing$ 也作为一个事件,它在每次试验中,都不会发生,称为不可能事件,必然事件与不可能事件可以说不是随机事件,因为它们的发生与否不存在着随机性问题,但为了今后研究上的方便,我们还是把必然事件与不可能事件作为随机事件的两个极端情形来统一处理.

二、事件间的关系及运算

一个样本空间 Ω 中,可以有很多的随机事件,研究事件间的关系及运算能帮助我们通过对较简单事件规律的研究去掌握更复杂事件的规律.

设试验 E 的样本空间为 Ω,A、B、C、A_1、A_2…是试验 E 的事件.

1. 包含关系:若事件 A 发生必然导致事件 B 发生,则称事件 B 包含事件 A(或称事件 A 是事件 B 的子事件),记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

显然对任何事件 A，有 $\Omega \supset A \supset \varnothing$.

2. 相等关系：若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称事件 A 与事件 B 相等(或称等价)，记作 $A=B$.

3. 和事件：称事件 A、B 至少有一个发生所构成的事件为事件 A 与事件 B 的和事件，记作 $A \cup B$.

若 $B \supset A$，则 $A \cup B = B$.

设 $A=\{t \mid 0<t\leqslant 4\}$，$B=\{t \mid 3<t\leqslant 5\}$，

则 $A\cup B=\{t \mid 0<t\leqslant 5\}$.

类似地，称事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中至少有一个发生所构成的事件为事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的和事件，记作 $A_1 \cup A_2 \cdots \cup A_n$，简记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$.

称事件 $A_1, A_2, \cdots$ 中至少有一个发生所构成的事件为 $A_1, A_2, \cdots$ 的和事件，记作 $A_1 \cup A_2 \cup \cdots$，简记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{+\infty} A_i$.

例如，在例 2 中，$B=\{$出现的点数为偶数$\}$，$C=\{$出现的点数小于 3$\}$，$B\cup C=\{1,2,4,6\}$.

性质：(1) $A\subset(A\cup B)$；$B\subset(A\cup B)$.

(2) $A\cap(A\cup B)=A$；$B\cap(A\cup B)=B$.

(3) $A\cup A=A$.

4. 积事件：称事件 A、B 同时发生所构成的事件为事件 A 与事件 B 的积事件，记作 $A\cap B$ 或 AB.

若 $B\supset A$，则 $AB=A$.

在例 2 中，$BC=\{$点数为 2$\}$.

有 $A\cap A=A$.

类似地，可以定义 $n(n>2)$ 个事件的积：

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$$

及可数个事件的积：

$$A_1 \cap A_2 \cap \cdots = \bigcap_{i=1}^{+\infty} A_i$$

5. 互斥事件：若事件 A、B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则称事件 A 与事件 B 是互斥事件或互不相容事件. 当两事件互斥时，可将 $A\cup B$ 记作 $A+B$.

6. 互逆事件：若事件 A 与事件 B 在一次试验中必有且只有其中之一发生，即事件 A、B 满足条件：

$$A \cup B = \Omega \text{ 且 } AB = \varnothing$$

则称事件 A 与事件 B 为互逆事件，或称事件 A、B 互为对立事件. 事件 A 的对

立事件记作$\overline{A}$.

由定义知,对立一定互斥,互斥不一定对立.

若 $A\supset B$,则 $\overline{A}\subset\overline{B}$.

7. **差事件**:称事件 A 发生而事件 B 不发生所构成的事件为事件 A 与事件 B 的差事件,记作 $A-B$. 由于 $A-B=A\overline{B}$,故在事件的运算中,可以不给出差事件的概念.

由于引入了样本空间的概念,事件的关系及运算可以归结为集合的关系及运算,故事件的关系和运算可用图来直观示意,见图 1-1.

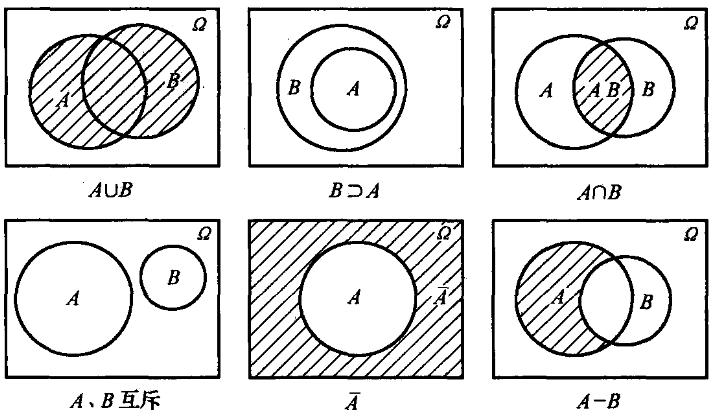


图 1-1

三、事件的运算定律 熟记

1. 交换律:$A\cup B=B\cup A$, $AB=BA$.

2. 结合律:$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$, $(AB)C=A(BC)$.

3. 分配律:$(A\cup B)C=AC\cup BC$, $(AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$.

4. 德·摩根律(对偶律):$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B}$, $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$, $\overline{\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap\limits_{i=1}^{n}\overline{A}_i$, $\overline{\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup\limits_{i=1}^{n}\overline{A}_i$, $\overline{\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}\overline{A}_i$, $\overline{\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i}=\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}\overline{A}_i$.

反证

例 5 按长度和直径两个指标检验某种圆柱形产品是否为合格品. 若设 $A=\{$长度合格$\}$, $B=\{$直径合格$\}$,试用 A、B 的运算式表示事件 $C=\{$产品为合格品$\}$, $D=\{$产品为不合格品$\}$.

解 圆柱形产品尺寸合格必须是长度与直径同时合格,即 A、B 两事件同