





外切密率

戴煦撰

編主五雲王

編初成集書叢

率密切外

中華民國二十五年十二月初版

撰者

戴

煦

發行人

王

上海河南路

五

印刷所

商

上海河南路

館

發行所

商

上海及各埠

館

狂喜鼓舞不能已已惜哲人云々
不及欣賞展讀是編不禁師門之痛也丙辰初冬愚
姪夏鸞翔拜題

方圓率不相通通之以極細分通弦杜氏靛爲簡術
方立董氏申其意吾師梅侶項先生滙其全秋級李
君又著弧矢啟祕而術乃大備杜術先以本數比例
後以用數入之李術先定率數乘除後以本數入之
究其指歸實出一理所惜者杜氏有弦矢術無切割
術李氏有其術而分母分子之源未經解釋欲依杜
氏例釋之罕有得其通者顧弦矢與切割本可互爲
比例弦矢二綫之實數本弦矢率率數而生是弦矢
率可當弦矢綫也綫可比例率率豈不可比例惟用率
內諸率各自爲率必須累次乘除且必令切割率分
母同於弦矢率分母乃驗所得分子爲切割率分子
每得一分子卽爲一次乘法乘法可變而除法不
可變於是以比例所得之率數乘除法乘除弧背其
求得之數必仍爲比例所得之切割矣父執戴鄂士
先生本此意以立術可謂渺慮凝思無幽不燭尤妙
者爲餘弧求切割二術蓋弦矢綫聯于圓中任極大
不能至弧背三之二切割線出于圓外若將近九十
度切割之大殆有無量數求至數十數後諸數之差
甚微萬不能降至單位以此二術濟其窮則三率餘
弧之小可至纖微除二率半徑得一率爲第一數亦
可大至無量數而難者反易矣析理之精固如是乎
昔吾師嘗以弧分不通切割爲憾若見此術解必且

不無遺憾耳咸豐壬子中秋錢唐戴煦鄂士識于友
某書屋

新法推步必資八線求八線必資六宗三要二簡法而布算基繁且無徑求之術自泰西杜氏德美以連比例九術入中國而割圓之法始簡顧其術但能求弦矢而不能求切割二線鈞卿徐氏有切線弧背互求二術而于割線尙未全也間嘗與梅侶項先生議及欲補全之深思累年始悟連比例率既可互相乘除自可互相比例則借求弦矢諸術變通之而求切割二線諸術靡不在是矣因推衍數術以呈先生而先生以未有術解爲嫌于是更爲術解以取徑迂回深慮言難達意又復累年始竟錄未及半而先生遽歸道山無可印證用是嗒焉神喪輒棄置不復道至去歲獲交海昌壬叔李君以所著對數探源弧矢啟祕見示其對數探源與予對數簡法後一術殊途同歸而弧矢啟祕則用尖堆立算別開生面兼有割線諸術特未及餘弧耳緣出予未竟殘藁請正而壬叔頗賞予餘弧與切割二線互求之術再四促成今歲又寄札詢及遂謝絕繁冗局戶鈔錄閱月乃竟嗟乎及朋之助曷可少哉記曩演四元玉鑑細草十餘載或作或輟迄未成書得吉勇王君屢次迫促始克告竣茲非壬叔之勸成則以予之懶散必至廢擱以終其身雖立術猥瑣不足道而一時精神所寄亦可惜也特他日止能質之壬叔而無復能質之梅侶先生

外切密率

例言

一茲編推算杜氏九術而補其未備以弦矢二絛容于圓內切割二絛出于圓外故名曰外切密率至杜氏術解則已闕發于明靜庵氏董方立氏不復重贅

一算理最爲深晦解釋頗難曉暢 國初定九梅氏著述各種每拈一義挾一自靡不委曲詳盡務令閱者豁然極可奉爲準則竊嘗慕效之故縷晰條分演說重複亦欲窮其義蘊而後已不以辭費爲嫌也

一割圓用連比例率本屬無窮無盡茲但截演數率以明遞推之例蓋推得數率而知此數率中之正負若何以及分母之遞加若何分子之乘除若何皆有一定之例而不可紊既得一定之例則舉而推之千百率而此千百率之正負母子莫不可見矣故術中或推至十率或十一率非謂連比例盡于此也特截演以起例耳

一凡連比例各率相乘其率數可變通假如相連比例自一率至五率其二率自乘一率除之得三率故二率乘二率亦可云一率乘三率或云三率乘一率其二三率相乘一率除之得四率故二

率乘三率亦可云一率乘四率其三率自乘一率除之得五率或二率除之得四率故三率乘三率亦可云一率兼五率或云二率乘四率茲于各率相乘之後視除法之首位起幾率卽命爲幾率所乘如除法首位起一率則本二率乘二率者命爲一率乘三率本二率乘四率者命爲一率乘五率餘可類推所以便除也

一割圓用連比例率均屬零分其分母漸加漸多似可并爲一母而實不可并如云二分又三分之一并之可云六分之一以二三相乘得六也如云二分又三分又四分又五分之一并之亦可云一百二十分之一以二三四五疊乘得一百二十也然并之則挨次遞求之例反隱而不顯矣故不得云六分之一而必曰二三分之一不得云一百二十分之一而必曰二三四五分之一

一割圓各率之分母分子大者似可約之而小而實不可約如云二分又三分之二約之可云三分之一然遞求之分母必挨次遞加方可推至多率此率可約彼率不可約則分母紊亂而無能自數率而推至千百率矣故不得云三分之一而必曰二三分之二

一凡求分子之乘除似有可省者而實不可省如

云一乘或云兩次一乘或既用三除復用三乘用四乘復用四除似均可省矣然遞求非此不明若悉從省則挨次之例反晦矣故人算時可省而立術時不可省

一凡各率既屬零分則分母分子最易雜糅茲于分母用一二三四五等字於分子用天元算式庶母子釐然而不混矣天元算式者其自一至九則作一〇二〇三〇四〇五〇六〇七〇八〇九〇十〇凡自十而十萬而十萬並同此式若係負算于式之末位加

一凡言算者或但明其術而不及于數故有其術而不適於用者有之茲每立一術必增算式于後非敢謂必適于用也特欲藉以驗其數之合與否而已

一凡增算式必取其極繁重者如弧背求切線其三十度以內用本弧求切線術則求三十度之切線爲最繁重其三十度以外用餘弧求切線術亦求三十度之切線爲最繁重故算式俱係求三十度切線其弧背求割線以及切割二線求弧背諸術並同此例

一借線求弧凡諸線皆可借茲于切線惟借距弧

切線于割線惟借半弧切線三率及倍弧割線者以此數線均可比例而得若借他線或須開方布算較煩故置不用且借此數線已足敷求弧之用矣

外切密率目錄

卷之一

本弧求切線術解

餘弧求切線術解

弧背求切線算式

卷之二

本弧求割線術解

餘弧求割線術解

弧背求割線算式

卷之三

切線求本弧術解

切線求餘弧術解

切線求距弧術解

切線求弧背算式

卷之四

割線求本弧術解

割線求餘弧術解

割線求半弧術解

割線求倍弧術解

割線求弧背算式

四率 大句 本弧求切線各率分數

依泰西杜氏演得弧背求正弦各率分數為二率

一少四率一分又二分又三分之一

即六分之二蓋一二三疊乘即六也茲求切線率

又一分之二不可合併故不曰六分之二而曰一分

三分之一多六率一分又二分又三分又四分又

五分之一即一百二十分之一以一二少八率一

分又二分又三分又四分又五分又六分又七分

之一即五分之一四十率一分又二分又三分又

四分又五分又六分又七分又八分又九分之一

即三十六萬二千八百八十分之一原求演得弧

各線率分數本無盡茲截五位以見例

背求正矢各率分數為三率一二分之一即二分

之一茲少五率一二三四分之一即一分又二分

從省文多七率自一至六分之一即三分又四分

又五分又六分之一茲少九率自一至八分之一

從省文以下均做此

以弧背求正矢各率分數減一率半徑得弧背求

餘弦各率分數為一率一少三率一二分之一多

五率一二三四分之一一少七率自一至六分之一

多九率自一至八分之一也

推演本弧求正切線總圖

乘十	一	二	三	四	五	六	七	八	九
除	一	二	三	四	五	六	七	八	九
大	一	二	三	四	五	六	七	八	九
明	一	二	三	四	五	六	七	八	九
除	一	二	三	四	五	六	七	八	九
外	一	二	三	四	五	六	七	八	九
七	一	二	三	四	五	六	七	八	九
八	一	二	三	四	五	六	七	八	九
九	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十一	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十二	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十三	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十四	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十五	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十六	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十七	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十八	一	二	三	四	五	六	七	八	九
十九	一	二	三	四	五	六	七	八	九
二十	一	二	三	四	五	六	七	八	九

一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商
一層初商	二層初商	三層初商	四層初商	五層初商	六層初商	七層初商	八層初商	九層初商	十層初商

如圖先置弧背求正弦各率分數以一率半徑乘之所得如首層為一率乘二率一少一率乘四率一二三之一多一率乘六率自一至五分之一少一率乘八率自一至七分之一多一率乘十率自一至九分之一為乘得數便為初商實乃以餘弦各率分數除之置初商實首位一率乘二率一以除法首位一率一約之得二率一即為初商乃以二率一乘法所得如二層一率乘二率一少一率乘四率一二三之一本屬二率乘三率而二乘多一率乘六率一二三四分之一本屬三率乘下同此例少一率乘八率自一至六分之一多一率乘十率自一至八分之一為初商乘法式應減

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十	三十一	三十二	三十三	三十四	三十五	三十六	三十七	三十八	三十九	四十	四十一	四十二	四十三	四十四	四十五	四十六	四十七	四十八	四十九	五十	五十一	五十二	五十三	五十四	五十五	五十六	五十七	五十八	五十九	六十	六十一	六十二	六十三	六十四	六十五	六十六	六十七	六十八	六十九	七十	七十一	七十二	七十三	七十四	七十五	七十六	七十七	七十八	七十九	八十	八十一	八十二	八十三	八十四	八十五	八十六	八十七	八十八	八十九	九十	九十一	九十二	九十三	九十四	九十五	九十六	九十七	九十八	九十九	一百
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----

初商實其首位一率乘二率一相減却盡其一率乘四率則原實分母係一二三而初商乘法式分母係一二應加三乘以其母其一率乘六率原實分母係一二三四五乘法式分母係一二三四應加五乘其一率乘八率原實分母與乘法式相較應加七乘其一率乘十率相較應加九乘通計乘得如第三層少一率乘四率一二三分之三多一率乘六率自一至五分之五少一率乘八率自一至七分之多一率乘十率自一至九分之九為初商同母式既與初商實同母乃可相減矣其減餘數如第四層為一率乘四率一二三分之二少一率乘六率自一至五分之四多一率乘八率自一至七分之二少一率乘十率自一至九分之八為次商實分母同初商實故不重列但列分子置次商實首位一率乘四率一二三分之二以除法首位一率一約之得四率一二三分之二即為次商以乘法所得如第五層一率乘四率一二三分之二少一率乘六率一二分之二又一二三分之三分之二少一率乘六率一二分之二又一二三分之二乃次商分母不可合併故別言之 多一率乘

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十	三十一	三十二	三十三	三十四	三十五	三十六	三十七	三十八	三十九	四十	四十一	四十二	四十三	四十四	四十五	四十六	四十七	四十八	四十九	五十	五十一	五十二	五十三	五十四	五十五	五十六	五十七	五十八	五十九	六十	六十一	六十二	六十三	六十四	六十五	六十六	六十七	六十八	六十九	七十	七十一	七十二	七十三	七十四	七十五	七十六	七十七	七十八	七十九	八十	八十一	八十二	八十三	八十四	八十五	八十六	八十七	八十八	八十九	九十	九十一	九十二	九十三	九十四	九十五	九十六	九十七	九十八	九十九	一百
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----

八率一二三四分又一二三分之二少一率乘十率自一至六分又一二三分之二為次商乘法式有後四率乘九率一位以即一率乘十率而原實至十率而止故減去此應減次商實其首位一率乘四率一二三分之二相減却盡其一率乘六率則原實分母係一二三四五乘法式分母係一二分之二又一二三分應以一二三除之三四五乘之以同其母方可相減其一率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式係一二三四分又一二三分應一二三除之五六七乘之其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式係一二三四五六分又一二三分應以一二三除之七八九乘之通計乘除得如第六層少一率乘六率自一至五分之二十多一率乘八率自一至七分之二少一率乘十率自一至九分之十為次商同母式以減次商實其減餘數如第七層一率乘六率自一至五分之十六少一率乘八率自一至七分之二少一率乘十率自一至九分之十六為三商

乘十率 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	乘八率 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	乘六率 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

置三商實首位一率乘六率自一至五分之十六以除法首位一率一約之得六率自一至五分之十六即為三商以乘法得第八層一率乘六率自一至五分之十六少一率乘八率二分又自一至五分之十六多一率乘十率一二三四分又自一至五分之十六為三商乘法式應減三商實其首位一率乘六率自一至五分之十六減盡其一率乘八率原實分母係一二三四五六七乘法式分母係一二分又一二三四五應以一二三四五除之三四五六七乘之以同其母其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式係一二三四分又一二三四五應以一二三四五除之五六七八九乘之通計乘除得如第九層少一率乘八率自一至七分之三百三十六多一率乘十率自一至九分之二千〇十六以減三商實其減餘數如第十層為一率乘八率自一至七分之二百七十二少一率乘十率自一至九分之一千八百五十六為四商

置四商實首位一率乘八率自一至七分之二百

乘十率 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	乘八率 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	乘六率 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	一 二 三 四 五 六 七 八 九 十	一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

七十二以除法首位一率一約之得八率自一至七分之二百七十二即為四商以乘法得第十一層一率乘八率自一至七分之二百七十二少一率乘十率一二分又自一至七分之二百七十二為四商乘法式應減四商實其首位一率乘八率自一至七分之二百七十二減盡其一率乘十率原實分母係一二三四五六七八九乘法式分母係一二分又一二三四五六七應以一二三四五六七除之三四五六七八九乘之以同其母計乘除得如第十二層少一率乘十率自一至九分之九千七百九十二以減四商實其減餘數如第十三層為一率乘十率自一至九分之七千九百三十六為五商實置五商實一率乘十率自一至九分之七千九百三十六以除法首位一率一約之得十率自一至九分之七千九百三十六即為五商以乘法得第十四層一率乘十率自一至九分之七千九百三十六為五商乘法式以減五商實却盡通計求得本弧求切線各率分數為二率一又四率一二三分之

	初商同分子	除	除	除
	初商同分子	四七乘	五六七乘	七八九乘
初減數	次高同母式分子	除	除	除
	減數餘	三四五除	二四五除	一四五六除
次減數	三高同母式分子	三四五六七乘	五六七八九乘	七八九乘
	減數餘	除	除	除
三減數	四高同母式分子	除	一二三四五六七除	三四五六七八九乘
	此作數	除	除	除

細審切線率分其分母與正弦率分同是其
遞求各率之除法亦必與求正弦同而起二
除三除繼以四除五除而遞加矣惟其各率
分子則由逐次遞減而成當分別其遞減之
所由來而後求分子之法可見乃由前圖去
繁就簡爲第二圖其初商實分子均爲單一
其初商同母式分子爲三五七九各奇數是
逐率數根之所起均以各奇數減一矣而一

三相減得二卽爲第一分子
其初減數卽次商同母式分子則皆生
於第一分子之二六率初減
爲一二三除三四五乘而三
乘三除可相抵是一二除四
五乘也八率初減亦一二三
除而用五六七乘以較六率
初減之乘除則除法均爲一
二三惟乘法則多六七乘少
三四乘是以六率初減三四
除之六七乘之卽八率初減

矣其十率初減亦一二三除而用七八九乘以較
八率初減除法亦同惟多八九乘少五六乘是以
八率初減五六除之八九乘之卽十率初減矣而
第一減餘十六卽爲第二分子其次減數卽三商
同母式
子分則皆生於第二分子之十六八率次減用一二
三四五除三四五六七乘而三四五乘除可相抵
是一二除六七乘也十率次減亦爲一二三四五
除而用五六七八九乘以較八率次減其除法相
同惟乘法則多八九乘少三四乘是以八率次減
三四除之八九乘之卽十率次減也而第一減餘
二百七十二卽第三分子其三減數卽四商同
母式分子則
生於第三分子之二百七十二十率三減用一二
三四五六七除三四五六七八九乘而三四五六
七乘除可相抵是一二除八九乘也而減餘卽爲
第四分子

復由前圖變爲第三圖第一層爲初商實分子均爲單一第二層爲三五七九各率分子均起奇數減一第三層爲減餘卽數根其首位二爲四率分子卽第一乘法第四層爲初減數以第一乘法爲實一二除四五乘爲第一初減再加三四除

餘弧求切線

六七乘爲第二初減再加五六除八九乘爲第三初減通計其除法自一二而遞加其乘法則自四五而遞加第五層爲減餘其首位六率分子卽第二乘法第六層爲次減數以六率分子爲實一二除六七乘爲第一次減再加三四除八九乘爲第二次減通計其除法亦自一二而遞加其乘法則自六七而遞加第七層爲減餘其首位八率分子卽第三乘法第八層三減數以八率分子爲實一二除八九乘爲第一三減計其除法亦起一二其乘法則起八九雖圖止十率而遞加之例已可類推也而第九層減餘卽四乘法細按初減二減三減迭次乘除之例橫豎視之皆秩然而不紊則自二率至十率旣然而自十率至千百率亦莫不皆然惟各率自爲分子非如弦矢求弧背之分子可以累次加乘而得故必先按分母逐率遞除爲各率用數而後以各分子爲乘法乘之此本弧求切線立法之所由來也

餘弧求切線

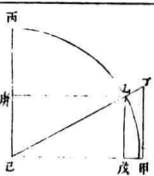
術曰先求各率分子爲遞次乘法 以二爲數根又爲第一乘法 三乘前數根以四乘二除得十二爲數根三乘前乘法四五遞乘之二三遞除之得二十爲初減數數根減初減得八爲第二乘法 置前數根六乘四除得十八爲數根置前初減六七遞乘之四五遞除之得四十二爲初減數置前乘法六七遞乘之二三遞除之五十六爲次減數數根減初減得二十四再減次減得三十二爲第三乘法 五乘前數根八乘六除得一百二十爲數根五乘前初減八九遞乘之六七遞除之得三百六十爲初減數五乘前次減八九遞乘之四五遞除之得一千〇〇八爲次減數五乘前乘法八九遞之二三遞除之得一千九百二十爲三減數數根減初減得二百四十再減次減得七百六十八再減三減得一千一百五十二爲第四乘法 置前數根十乘八除得一百五十爲數根置前初減十與十一遞乘之八九遞除之得五百五十爲初減數置前次減十與十一遞乘之六七遞除之得二千六百四十爲次減數置前三減十與十一遞乘之四五遞除之得一萬〇五百六十爲三減數置前乘法十與十一遞乘之二三遞除之得二萬一千一百二十爲四減數數根減初減得四百再

減次減得二千二百四十再減三減得八千三百二十
 十再減四減得一萬二千八百為第五乘法 凡數
 根起於相連兩耦數挨次一乘一除如第二乘法四
 法六乘又問位加一奇數乘如第二乘法三乘前數
 四乘其求各減數則用耦奇二數乘而逐次乘法遞
 加如第三乘法用八乘七再用耦奇二數除而逐次
 乘第四用八乘九乘減數遞降如第二乘法減四減
 如第二乘法三乘前乘法第四乘法亦問位加一奇數乘
 五乘前初減并前次減及前乘法 乘法降一位則
 多一減如是遞求得各率分子即為遞次乘法
 乃以半徑為連比例二率本弧減象限得餘弧弧分
 為三率二率自乘三率除之得一率為第一數正
 次置三率餘弧二三遞除之為五率用數第一乘法
 乘之為第二數負 次以三率自乘二率除之得四
 率於是三除五率用數四率乘之二率除之得五率
 四五遞除之為七率用數第二乘法乘之為第三數
 負 置七率用數四率乘之二率除之得七率六七
 遞除之為九率用數第三乘法乘之為第四數負
 五除九率用數四率乘之二率除之得九率八九遞
 除之為十一率用數第四乘法乘之為第五數負
 置十一率用數四率乘之二率除之得十一率十與
 十一遞除之為十三率用數第五乘法乘之為第六
 數負 凡逐數除用耦奇二數再用各奇數間一數

除之如三除五率用數第一數為正第二數以下均
 為負如是遞求至單位下乃置第一正數以并諸負
 數減之得切線

凡將近九十度其切線極大僅以弧背為第一數
 挨次遞加數屬難合茲術本弧愈大則餘弧愈小
 餘弧愈小則所得之第一數乃愈大故求之反易
 可以濟本弧求切線之窮不可不備其本弧求割
 線後有餘弧求割線一術亦同此義

解曰凡餘弧正弦為小股餘弧餘弦為小句半徑
 為大股則切線為其大句故以半徑乘弧背求餘
 弦各率分數以弧背求正弦各率分數除之即得
 餘弧求切線各率分數



如圖甲乙為本弧甲丙為象限乙
 丙為餘弧丁甲為所求本弧切線
 庚乙與己戊同為餘弧正弦庚己
 與乙戊同為餘弧餘弦己甲類為
 半徑以己戊小股庚乙比乙戊小

句即庚若己甲大股與丁甲大句
 一率 小股 弧背求正弦各率分數
 二率 小句 弧背求餘弦各率分數
 三率 大股 半徑
 四率 大句 餘弧求切線各率分數

[illegible]

三率二三分之三多三率乘五率二
三四五分又三分之十五少三率乘
七率自二至七分又三分之二十一
多三率乘九率自二至九分又三分
又五分之一百三十五少三率乘十
一率自二至十一分又三分又五分
之一百六十五爲乘得數便爲初商
實以弧背求正弦率分爲法除之置
初商實首位三率乘一率一以除法
首位三率一約之得一率一卽爲初
商以乘法所得如次層三率乘一
率一少三率乘三率二三分之一多
三率乘五率二三四五分之一少三率乘七率自
三至七分之一多三率乘九率自二至九分之一
少三率乘十一率自二至十一分之一爲初商乘
法式應減初商實其首位三率乘一率一減盡其
三率乘三率分母相同其三率乘五率與三率乘
七率則原實分母多三分應加三乘其三率乘九
率與三率乘十一率則原實分母多三分又五分
應加三乘又五乘通計乘得如第三層三率乘五
率二三四五分又三分之三少三率乘七率自二
至七分又三分之三多三率乘九率自二至九分

又三分又五分之十五少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之十五爲初商同母式內加少三率乘三率二三分之一以減初商實其減餘如第四層少三率乘三率二三分之二多三率乘五率二三四五分又三分之十二少三率乘七率自二至七分又三分之十八多三率乘九率自二自九分又三分又五分之一一百二十少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一一百五十爲次商實

置次商實首位少三率乘三率二三分之二以除
法首位三率一約之得少三率二三分之二卽爲

[illegible]

三	五	七	九	十一
一	三	五	七	九
二	四	六	八	十
三	五	七	九	十一
四	六	八	十	十二
五	七	九	十一	十三
六	八	十	十二	十四
七	九	十一	十三	十五
八	十	十二	十四	十六
九	十一	十三	十五	十七
十	十二	十四	十六	十八
十一	十三	十五	十七	十九
十二	十四	十六	十八	二十
十三	十五	十七	十九	二十一
十四	十六	十八	二十	二十二
十五	十七	十九	二十一	二十三
十六	十八	二十	二十二	二十四
十七	十九	二十一	二十三	二十五
十八	二十	二十二	二十四	二十六
十九	二十一	二十三	二十五	二十七
二十	二十二	二十四	二十六	二十八
二十一	二十三	二十五	二十七	二十九
二十二	二十四	二十六	二十八	三十
二十三	二十五	二十七	二十九	三十一
二十四	二十六	二十八	三十	三十二
二十五	二十七	二十九	三十一	三十三
二十六	二十八	三十	三十二	三十四
二十七	二十九	三十一	三十三	三十五
二十八	三十	三十二	三十四	三十六
二十九	三十一	三十三	三十五	三十七
三十	三十二	三十四	三十六	三十八
三十一	三十三	三十五	三十七	三十九
三十二	三十四	三十六	三十八	四十
三十三	三十五	三十七	三十九	四十一
三十四	三十六	三十八	四十	四十二
三十五	三十七	三十九	四十一	四十三
三十六	三十八	四十	四十二	四十四
三十七	三十九	四十一	四十三	四十五
三十八	四十	四十二	四十四	四十六
三十九	四十一	四十三	四十五	四十七
四十	四十二	四十四	四十六	四十八
四十一	四十三	四十五	四十七	四十九
四十二	四十四	四十六	四十八	五十
四十三	四十五	四十七	四十九	五十一
四十四	四十六	四十八	五十	五十二
四十五	四十七	四十九	五十一	五十三
四十六	四十八	五十	五十二	五十四
四十七	四十九	五十一	五十三	五十五
四十八	五十	五十二	五十四	五十六
四十九	五十一	五十三	五十五	五十七
五十	五十二	五十四	五十六	五十八
五十一	五十三	五十五	五十七	五十九
五十二	五十四	五十六	五十八	六十
五十三	五十五	五十七	五十九	六十一
五十四	五十六	五十八	六十	六十二
五十五	五十七	五十九	六十一	六十三
五十六	五十八	六十	六十二	六十四
五十七	五十九	六十一	六十三	六十五
五十八	六十	六十二	六十四	六十六
五十九	六十一	六十三	六十五	六十七
六十	六十二	六十四	六十六	六十八
六十一	六十三	六十五	六十七	六十九
六十二	六十四	六十六	六十八	七十
六十三	六十五	六十七	六十九	七十一
六十四	六十六	六十八	七十	七十二
六十五	六十七	六十九	七十一	七十三
六十六	六十八	七十	七十二	七十四
六十七	六十九	七十一	七十三	七十五
六十八	七十	七十二	七十四	七十六
六十九	七十一	七十三	七十五	七十七
七十	七十二	七十四	七十六	七十八
七十一	七十三	七十五	七十七	七十九
七十二	七十四	七十六	七十八	八十
七十三	七十五	七十七	七十九	八十一
七十四	七十六	七十八	八十	八十二
七十五	七十七	七十九	八十一	八十三
七十六	七十八	八十	八十二	八十四
七十七	七十九	八十一	八十三	八十五
七十八	八十	八十二	八十四	八十六
七十九	八十一	八十三	八十五	八十七
八十	八十二	八十四	八十六	八十八
八十一	八十三	八十五	八十七	八十九
八十二	八十四	八十六	八十八	九十
八十三	八十五	八十七	八十九	九十一
八十四	八十六	八十八	九十	九十二
八十五	八十七	八十九	九十一	九十三
八十六	八十八	九十	九十二	九十四
八十七	八十九	九十一	九十三	九十五
八十八	九十	九十二	九十四	九十六
八十九	九十一	九十三	九十五	九十七
九十	九十二	九十四	九十六	九十八
九十一	九十三	九十五	九十七	九十九
九十二	九十四	九十六	九十八	一百
九十三	九十五	九十七	九十九	一百零一
九十四	九十六	九十八	一百	一百零二
九十五	九十七	九十九	一百零一	一百零三
九十六	九十八	一百	一百零二	一百零四
九十七	九十九	一百零一	一百零三	一百零五
九十八	一百	一百零二	一百零四	一百零六