

高一

自主学习与水平测试

ZIZHUXUEXIYUSHUIPINGCESHI

SHUXUE

数学

2010

天津科学技术出版社

高一

自主学习与水平测试

ZIZHUXUEXIYUSHUIPINGCESHI

SHUXUE

数学

2010

天津科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

自主学习与水平测试·高一数学/《自主学习与水平测试》编写组编写. —天津:天津科学技术出版社,2010
ISBN 978-7-5308-5860-8

I. ①自... II. ①自... III. ①数学课—高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(210)第 141113 号

责任编辑:曹 阳

责任印制:张军利

天津科学技术出版社出版

出版人:蔡 颢

天津市西康路 35 号 邮编 300051

电话(022)23332393(发行部) 23332390(市场部) 27217980(邮购部)

网址:www.tjkjbs.com.cn

新华书店经销

河北省昌黎县第一印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 25.75 字数 713 000

2010 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

定价:14.90 元

前言

QIAN YAN



《自主学习与水平测试》丛书,是在认真研究普通高中课程改革方案的基础上,依据教育部颁布的普通高中各学科《课程标准》,结合我市使用的新教材编著而成,供高一年级使用。

本丛书包括数学、语文、英语、物理、化学、政治、历史、地理等八个分册,各分册设置了“专题概述”“自主学习”“学习点津”“问题探究”“水平测试”等栏目。此外,还设置了单元同步测试卷、模块测试卷,方便学生在检测学习效果时使用。

本丛书坚持以学生为本,关注学生的学和学生的“体验”,通过“自主学习”,促进学生积极思考、学会学习、学会运用。

本丛书强调教师的辅导要导在关键,导出学生的感思。通过“学习点津”“问题探究”答疑解惑,指导学生归纳知识、总结方法,达到导与学、学与用相互渗透、相互融合、共同进步。

本丛书还注意从深化知识、训练方法、提高能力等多角度精心选编练习题,方便学生与教材同步配套使用,“水平测试”“单元同步测试”“模块测试”栏目所选题目既注重基础性、阶段性、综合性,又注重层次性、渐进性,并增加理论联系实际、贴近学生生活的题目,充分体现针对性和实用性原则,可以进一步帮助学生巩固知识、深化知识,培养学生综合运用所学知识分析和解决实际问题的能力。

本丛书充分体现了基础教育课程改革精神,是新的教育教学理念和教学实践相结合的一次尝试,同时也浓缩了各学科教研员和一线特、高级教师的思想精华以及近几年新课程教学的研究成果。

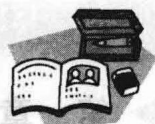
在编写过程中,我们虽竭尽全力,疏漏之处仍在所难免,恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见,以使我们做得更好。

丛书编委会

2010年7月

目 录

CONTENTS



必修 1

第一章 集合与函数概念

1.1.1 集合的含义与表示	(1)
1.1.2 集合间的基本关系	(3)
1.1.3 集合的基本运算	(5)
1.1.4 习题课	(7)
1.1.5 函数的概念	(10)
1.1.6 函数的表示法	(12)
1.1.7 函数的单调性与最值	(15)
1.1.8 奇偶性	(17)
1.1.9 习题课	(19)
单元测试题	(22)

第二章 基本初等函数(I)

1.2.1 指数与指数幂的运算	(24)
1.2.2 指数函数及其性质(I)	(26)
1.2.3 指数函数及其性质(II)	(29)
1.2.4 习题课	(31)
1.2.5 对数与对数运算	(33)
1.2.6 对数函数及其性质	(35)
1.2.7 习题课	(37)
1.2.8 幂函数	(39)
1.2.9 习题课	(42)
单元测试题	(44)

第三章 函数的应用

1.3.1 方程的根与函数的零点	(46)
1.3.2 用二分法求方程的近似解	(49)
1.3.3 几种不同增长的函数模型	(51)
1.3.4 函数模型的应用实例	(54)
单元测试题	(58)

模块测试题..... (61)

第一章 三角函数

4.1.1 任意角	(64)
4.1.2 弧度制	(67)
4.1.3 任意角的三角函数	(70)
4.1.4 同角三角函数的基本关系式	(72)
4.1.5 习题课	(74)
4.1.6 诱导公式	(76)
4.1.7 习题课	(79)
4.1.8 正弦函数、余弦函数的图像	(81)
4.1.9 正弦、余弦函数的性质	(83)
4.1.10 习题课	(86)
4.1.11 正切函数的图像和性质	(89)
4.1.12 习题课	(91)
4.1.13 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	(93)
4.1.14 习题课	(96)
4.1.15 三角函数模型的简单应用	(99)
单元测试题	(103)

第二章 平面向量

4.2.1 平面向量的实际背景及基本概念	(106)
4.2.2 平面向量的线性运算	(109)
4.2.3 习题课	(112)
4.2.4 平面向量的基本定理	(114)
4.2.5 平面向量的坐标运算	(117)
4.2.6 平面向量的数量积	(119)
4.2.7 习题课	(123)
4.2.8 平面向量的应用举例	(125)
单元测试题	(129)

第三章 三角恒等变换

4.3.1 两角差的余弦公式	(132)
4.3.2 两角差的正弦、余弦和正切公式	(134)
4.3.3 二倍角的正弦、余弦和正切公式	(136)
4.3.4 习题课	(139)
4.3.5 简单的三角恒等变换	(142)
4.3.6 习题课	(145)
单元测试题	(148)

► 模块测试题.....	(150)
--------------	-------

必修 5

► 第一章 解三角形

5.1.1 正弦定理	(153)
5.1.2 余弦定理	(155)
5.1.3 解三角形	(157)
5.1.4 应用举例	(160)
单元测试题	(163)

► 第二章 数列

5.2.1 数列的概念与简单表示法	(165)
5.2.2 等差数列	(168)
5.2.3 等差数列的性质	(170)
5.2.4 等差数列的前 n 项和	(173)
5.2.5 习题课	(175)
5.2.6 等比数列	(177)
5.2.7 等比数列的性质	(180)
5.2.8 等比数列前 n 项和	(182)
5.2.9 习题课	(184)
5.2.10 数列的通项	(187)
5.2.11 数列的求和	(189)
5.2.12 数列的应用	(191)
单元测试题	(194)

► 第三章 不等式

5.3.1 不等关系与不等式	(196)
5.3.2 一元二次不等式及其解法	(199)
5.3.3 习题课	(203)
5.3.4 二元一次不等式(组)及平面区域	(206)
5.3.5 简单的线性规划问题	(210)
5.3.6 习题课	(212)
5.3.7 基本不等式	(216)
5.3.8 习题课	(220)
单元测试题	(223)

► 模块测试题.....	(226)
--------------	-------

► 第一章 算法初步

3.1.1 算法的概念	(228)
3.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构	(231)
3.1.3 基本算法语句(一)	(236)
3.1.4 基本算法语句(二)	(239)
3.1.5 算法案例	(243)
单元测试题	(247)

► 第二章 统计

3.2.1 随机抽样	(251)
3.2.2 用样本的频率分布估计总体分布	(254)
3.2.3 用样本的数字特征估计总体的数字特征	(259)
3.2.4 变量间的相关关系	(264)
3.2.5 习题课	(267)
单元测试题	(274)

► 第三章 概率

3.3.1 随机事件的概率	(277)
3.3.2 概率的基本性质	(280)
3.3.3 古典概型	(283)
3.3.4 习题课	(286)
3.3.5 几何概型	(289)
3.3.6 习题课	(291)
单元测试题	(294)

► 模块测试题	(297)
---------------	-------

► 参考答案	(301)
--------------	-------

必修 1

第一章

集合与函数概念

本章学习集合的初步知识和函数的基本概念. 集合的初步知识包括集合的有关概念、集合的表示、集合与集合之间的关系和集合的基本运算. 函数的

基本概念包括函数的定义、函数表示方法以及函数的基本性质.

1.1.1



集合的含义与表示



自主学习

1. 集合中的元素具有的三个特征为: _____、_____、_____.

2. 数学中常用数集的记法

非负整数集(自然数集) _____;

整数集 _____; 有理数集 _____;

实数集 _____.

3. 集合的两种常用表示方法 _____.



学习点津

1. 如果对象 a 是集合 A 中的元素, 就说 a 属于 A , 记为 $a \in A$; 如果对象 a 不是集合 A 中的元素, 就说 a 不属于 A , 记为 $a \notin A$.

2. 集合中的元素具有三个性质.

(1) 确定性: 没有明确的标准, 比较模糊的对象不能构成集合.

(2) 互异性: 集合中的元素不允许重复, 相同的元素只能算作一个元素.

(3) 无序性: 集合中的元素没有顺序.

(4) 用列举法表示集合时要注意以下几点

① 元素间用分隔号“,”; ② 元素不重复.

(5) 描述法的一般形式是 $\{x \in I | P(x)\}$.



问题探究

题型一 集合的判定

1. 下列对象能否构成一个集合?

(1) 大于 3 的实数.

(2) 中国现在的四个直辖市.

(3) 语文、英语、数学、物理、历史这五门课程中难学的课程.

(4) 函数 $y=x^2$ 图像上所有的点.

分析: 主要根据所指对象是否具有确定性来判断.

解: (1) 因为对任意实数 x , 在大于 3 或不大于 3 二者中必居其一, 所以大于 3 的实数是由一些确定的对象构成的一个整体, 即它能构成一个集合.

(2) 所指对象为北京、天津、上海和重庆, 全为确定的对象, 所以它能构成一个集合.

(3) 因为对某门课程学习难易的感觉是因人而异的, 所以所指的对象是不确定的, 即它不能构成集合.

(4) 因为函数 $y=x^2$ 图像上的点是确定的, 所以这些点可以构成集合.

方法与规律: (1) 本题主要考查集合元素的确定性.

(2) 集合中的元素可以是任何对象, 也可以是数学里的对象, 比如数、点、图像、多项式等, 也可以是非数学对象, 比如人、城市、河流等.

[变式 1] 中国较大的城市能否构成一个集合?

题型二 集合性质的应用

2. 已知集合 $\{2a, a^2 + a\}$, 求实数 a 所应满足的条件.

分析: 考查集合元素的互异性.

解: 根据集合元素的互异性, 得 $2a \neq a^2 + a$, 即 $a \neq 0$, 且 $a \neq 1$.

方法与规律: 集合中元素的互异性是指集合中不存在相同的元素.

[变式2] 已知 $1 \in \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 求实数 a 的值.

3. 观察下面三个集合, 说明它们表示的意义.

(1) $\{x | y = x^2 + 1\}$;

(2) $\{y | y = x^2 + 1\}$;

(3) $\{(x, y) | y = x^2 + 1\}$.

解:



水平测试

基础级

1. 下列说法正确的是()

- A. 某个村子里的年轻人组成一个集合
- B. 所有小正数组成的集合
- C. 集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 和 $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ 表示同一个集合

D. $0, 0.5, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \sqrt{\frac{1}{4}}$ 这些数组成的集合有五个元素

2. 集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 不能取的值是()

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

3. 对于 ① $3\sqrt{2} \notin \{x | x \leq \sqrt{17}\}$, ② $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$, ③ $\sqrt{3} \notin \mathbb{N}$, ④ $0 \notin \emptyset$, 其中正确的个数是()个

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

4. 下列集合中, 表示同一集合的是()

- A. $M = \{(3, 2)\}, N = \{(2, 3)\}$
- B. $M = \{(1, 2)\}, N = \{1, 2\}$

C. $M = \{(x, y) | x + y = 1\}, N = \{y | x + y = 1\}$

D. $M = \{3, 2\}, N = \{2, 3\}$

5. 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases}$ 的解集是()

- A. $\{x=2, y=-1\}$
- B. $\{2, -1\}$
- C. $\{(2, -1)\}$
- D. $\langle 2, -1 \rangle$

6. 下面四个命题中, 正确命题的个数是()

- ① 集合 $\mathbb{N}$ 中最小的数是 1;
- ② 0 是自然数;
- ③ $\{1, 2, 3\}$ 是不大于 3 的自然数组成的集合;
- ④ $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, 则 $a+b$ 不小于 2.

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

7. 设 a, b 都是非零实数, $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$

可能取的值组成的集合是()

- A. $\{3\}$
- B. $\{3, 2, 1\}$
- C. $\{3, 1, -1\}$
- D. $\{3, -1\}$

8. 对于集合 $A = \{2, 4, 6\}$, 若 $a \in A$, 且 $6-a \in A$, 则 a 的值_____.

9. 若 $-3 \in \{m-1, 3m, m^2+1\}$, 则 $m =$ _____.

能力级

10. 用描述法表示集合“方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的解集”为_____.

11. 设 $A = \{0, 1\}, B = \{x | x \in A\}$, 用列举法表示 $B =$ _____.

12. 用列举法表示下列集合:

(1) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{2-x} \in \mathbb{Z}\right\}$;

(2) $B = \{y | y = -x^2 + 8, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$.

13. 设集合 $A=\{x|x=2k, k\in\mathbb{Z}\}$, $B=\{x|x=2k+1, k\in\mathbb{Z}\}$. 若 $a\in A, b\in B$, 试判断 $a+b$ 与 A, B 的关系.

14. 若集合 $A=\{x|x^2+ax+b=x\}$ 中仅有一个元素 a , 求 a, b 的值.

15. 已知集合 $A=\{x|ax^2-2x-1=0, x\in\mathbb{R}\}$, 若集合 A 中至多有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

1.1.2



集合间的基本关系



自主学习

1. Venn 图 _____.
2. 子集 _____.
3. 集合相等 _____.
4. 真子集 _____.
5. 空集 _____.



学习点津

1. 空集是任何集合的子集, 是非空集合的真子集. 在研究子集或真子集时, 不要忘记对空集的考查. 任何集合是它本身的子集.

2. 要区分一些容易混淆的符号: “ $\in$ ”, “ $\subseteq$ ”, “ $\emptyset$ ”, “ $\{0\}$ ”, “ $\emptyset$ ”, “ $\{\emptyset\}$ ”.



问题探究

题型一 如何正确选用属于、包含符号

1. 设 $a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $M=\{x|x\leq\sqrt{10}\}$, 则下列各式正确的是()

- A. $a\subseteq M$ B. $M\subseteq\{a\}$
C. $\{a\}\in M$ D. $\{a\}\subseteq M$

分析: 选 D, 因为元素与集合的关系是属于或不属于, 而集合与集合的关系是包含或不包含, 这里 $a=\sqrt{2}+\sqrt{3}<\sqrt{10}$, 所以 $a\in M$ 或 $\{a\}\subseteq M$.

方法与规律: (1) 元素与集合的关系是属于或不属于.

(2) 集合与集合的关系是包含或不包含.

[变式 1] 设 $M=\{x|x\leq 0\}$, 则下列关系中正确的是()

- A. $0\in M$ B. $\{0\}\in M$
C. $\{\emptyset\}\subseteq M$ D. $\emptyset\in M$

题型二 有限集合的子集问题

2. 列举集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集.

分析: 根据子集定义写出有限集合的子集.

解: 含有 0 个元素的子集有: $\emptyset$;

含有 1 个元素的子集有: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$;

含有 2 个元素的子集有: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$;

含有 3 个元素的子集有: $\{1, 2, 3\}$.

共有子集的个数为 8 个.

方法与规律: 当元素个数较多时, 一一求出子集不太现实, 而对于其子集的个数有如下结论.

有限集合的子集个数:

(1) n 个元素的集合有 2^n 个子集.

(2) n 个元素的集合有 2^n-1 个真子集.

(3) n 个元素的集合有 2^n-1 个非空子集.

(4) n 个元素的集合有 $2^n - 2$ 个非空真子集.

[变式 2] 已知: $\{1, 2\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$, 试写出集合 A .

3. 已知集合 $A = \{x, xy, x-y\}$, 集合 $B = \{0, |x|, y\}$, 若 $A=B$, 求实数 x, y 的值.

解:



水平测试

基础级

1. 下列关系式中正确的个数是()个

- ① $\{0\} = \emptyset$; ② $\emptyset = 0$;
③ $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$; ④ $\emptyset \in \{\emptyset\}$;
⑤ $\{0\} \supseteq \emptyset$; ⑥ $0 \notin \emptyset$;
⑦ $\{0\} \neq \emptyset$; ⑧ $\emptyset \neq \{\emptyset\}$.

- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7

2. 下列四个命题中, 正确命题的个数有()

- ① 空集没有子集;
② 空集是任何一个集合的真子集;
③ 空集的元素个数为零;
④ 任何一个集合必有两个或两个以上的子集.

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个

3. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$, 集合 $B =$

$\{(x, y) | \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 4y = 5 \end{cases}\}$, 则下列说法中, 正确的是()

- A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$
C. $A = B$ D. 以上答案都不对

4. 设集合 $M = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{y | y = 4k \pm 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 M 与 N 的关系是()

- A. $M \subseteq N$ B. $M \supseteq N$
C. $M = N$ D. $M \subsetneq N$ 且 $M \supsetneq N$

5. 若集合 $A \subsetneq \{2, 3, 7\}$, 且 A 中至少有 1 个奇

数, 则这样的集合共有()个

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

6. 若 $x, y \in \mathbb{R}$, 集合 $A = \{(x, y) | y = x\}$, $B =$

$\{(x, y) | \frac{y}{x} = 1\}$, 则 A, B 的关系为()

- A. $A = B$ B. $A \subseteq B$
C. $A \subsetneq B$ D. $A \supsetneq B$

7. 已知集合 $U = \{x | 0 < x < 9\}$, $A = \{x | 1 < x < a\}$, 若非空集合 $A \subseteq U$, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $\{a | a < 9\}$ B. $\{a | a \leq 9\}$
C. $\{a | 1 < a < 9\}$ D. $\{a | 1 < a \leq 9\}$

8. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a =$ ()

- A. 1 B. -1
C. 2 D. -2

9. 已知 $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{正方形}\}$, $C = \{\text{平行四边形}\}$, 那么 A, B, C 之间的关系是_____.

10. 设 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | x > a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是_____.

11. 设 $M = \{(x, y) | mx + ny = 4\}$ 且 $\{(2, 1), (-2, 5)\} \subsetneq M$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

12. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subsetneq A$, 则实数 a 的值为_____.

能力级

13. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{x | x = ab, a \in A, b \in A\}$.

(1) 用列举法写出集合 B ;

(2) 试判断集合 A 和集合 B 的关系.

14. 已知集合 $A = \{-1, 3, a\}$, $B = \{-1, a^2 - a + 1\}$, 使 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值集合.

15. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

16. 设集合 $A = \{x | x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$, $B \subseteq A$, 求实数 a 的值.

1.1.3



集合的基本运算



自主学习

1. 并集: _____; 符号表示: _____.
2. 交集: _____; 符号表示: _____.
3. 全集: _____; 符号表示: _____.
4. 补集: _____; 符号表示: _____.



学习点津

有关集合的知识记忆口诀:

集合平时很常用, 数学概念有不同;
理解集合并不难, 三条性质是关键;
元素确定和互异, 还有无序要牢记;
集合不论空不空, 总有子集在其中;
集合用图很方便, 子交并补很明显.



问题探究

类型一 交集概念的应用

1. 设集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a^2+1, 2a-1, a-3\}$, 且 $A \cap B = \{-3\}$, 求实数 a 的值.

分析: 依据交集的定义, 需满足且, 前者显然满足, 而后者需讨论.

解: (1) 若 $a-3 = -3$, 则 $a=0$, 此时 $A = \{0, 1, -3\}$, $B = \{-3, -1, 1\}$,

所以 $A \cap B = \{-3, 1\}$, 不满足题意.

(2) 若 $2a-1 = -3$, 则 $a = -1$, 此时, $A = \{0, 1, -3\}$, $B = \{-3, -4, 2\}$,

所以 $A \cap B = \{-3\}$, 满足题意.

(3) 若 $a^2+1 = -3$, 则无解.

综上所述, 所求值为 $a = -1$.

方法与规律: 本题运用了分类讨论思想, 要注意

检验结果是否符合题意.

[变式1] 设全集 $U = \{3, -4, a^2 + a - 5\}$, 集合 $A = \{3, a - 1\}$ 且 $\complement_U A = \{1\}$, 求实数 a .

题型二 利用数轴解题

2. 设集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$, $B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$, $C = \{x | a < x < 2a\}$, 使 $C \subseteq A \cap B$, 求实数 a 的取值范围.

分析: 需先求出 $A \cap B$, 它是一个确定的集合, 而集合 C 中含有参数 a , 可以理解为它是数轴上的一个活动的区间. 再根据子集概念, 找出区间端点满足的条件, 即 a 满足的条件, 最后解之.

解: $A \cap B = \{x | 1 < x < 4\}$.

当 $a > 0$ 时, $C \neq \emptyset$, 使 $C \subseteq \{x | 1 < x < 4\}$, 需满足

$$\begin{cases} a > 0, \\ a \geq 1, \text{ 所以 } 1 \leq a \leq 2. \\ 2a \leq 4. \end{cases}$$

当 $a \leq 0$ 时, $C = \emptyset$ 满足 $C \subseteq \{x | 1 < x < 4\}$.

综上可得, a 的范围是 $a \leq 0$ 或 $1 \leq a \leq 2$.

方法与规律: (1) 充分体现了数形结合思想.

(2) 注意端点值的情况.

(3) 注意分类讨论思想, 不要丢掉 $C = \emptyset$ 的情况.

[变式2] 已知 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x > a\}$, 当 a 取何值时,

(1) $A \cap B \neq \emptyset$;

(2) $B \cup \complement_U A = \complement_U A$.

3. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 1 < x < 4\}$, $B = \{x | 3 < x < 6\}$, 求: $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, $\complement_U (A \cup B)$.

解:



水平测试

基础级

1. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 4, 5, 7\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ 等于 ()

- A. $\{1, 6\}$ B. $\{4, 5\}$
C. $\{2, 3, 4, 5, 7\}$ D. $\{1, 2, 3, 6, 7\}$

2. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 5\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x > 1\}$, 那么 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 4, 5\}$
C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{x \in \mathbf{R} | 1 < x \leq 5\}$

3. 已知集合 $M = \{-1, 1, -2, 2\}$, 集合 $N = \{y | y = x^2, x \in M\}$, 则 $M \cap N$ 是 ()

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 4\}$
C. $\{1\}$ D. $\emptyset$

4. 已知集合 $M = \left\{x \left| \frac{x}{2} \in \mathbf{Z} \right.\right\}$, $N = \left\{n \left| \frac{n+1}{2} \in \mathbf{Z} \right.\right\}$, 则 $M \cup N$ 是 ()

- A. $\mathbf{Z}$ B. M
C. $\emptyset$ D. $\{0\}$

5. 已知集合 A 是全集 U 的任一子集, 下列关系正确的是 ()

- A. $\emptyset \subsetneq \complement_U A$ B. $\complement_U A \subsetneq U$
C. $A \cap \complement_U A = \emptyset$ D. $A \cap \complement_U A \subsetneq U$

6. 已知集合 $M = \{y | y = -2x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y | y = x - 2, x \in \mathbf{R}\}$, 那么 $M \cap N =$ ()

- A. $(1, -1)$ B. $\{(1, -1)\}$
C. $\{y | y = -1\}$ D. $\mathbf{R}$

7. 若集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{x^2, 1\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则满足条件的实数 x 的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

8. 设全集 $I = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y \neq x + 1\}$, 那么 $\complement_I M \cap \complement_I N$ 等于 ()

- A. $\emptyset$ B. $\{(2, 3)\}$
C. $(2, 3)$ D. $\{(x, y) | y = x + 1\}$

9. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ _____.

10. 设 $S = \{1, 2, 3, 4\}$, 且 $M = \{x \in S | x^2 - 5x +$

$p=0$. 若 $\complement_s M = \{1, 4\}$, 则 $p =$ _____.

11. 集合 $A = \{(x, y) | x + y = 0\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

12. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B \subseteq A$, 且 $1 \in (A \cap B)$, $4 \notin (A \cap B)$, 则满足上述条件的集合 B 的个数是 _____.

能力级

13. 设 $A = \{x | 2x^2 - px + q = 0\}$, $B = \{x | 6x^2 + (p+2)x + 5 + q = 0\}$, 且 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 求 $A \cup B$.

14. 设全集 $U = \{1, 2, x^2 - 2\}$, $A = \{1, x\}$, 求 $\complement_U A$.

15. 设全集 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $A \cap \complement_U B = \{3, 5\}$, $B \cap \complement_U A = \{7, 19\}$, $\complement_U A \cap \complement_U B = \{2, 17\}$, 求集合 A, B .

16. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x < a\}$, $B = \{x | 1 < x < 2\}$, 且 $A \cup (\complement_U B) = \mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.

1.1.4

习题课

自主学习

1. 集合的概念: _____; 集合元素的特征: _____.

2. 集合表示方法: _____.

3. 集合与集合之间的关系: _____.

4. 集合的运算: _____.

学习点津

1. 综合运用集合知识解题, 灵活运用性质, 充分体现数学思想和方法.

2. 注意运算中特殊集合空集的考查和端点值的研究.



问题探究

题型一 集合与集合之间的关系的应用

1. 设 $A = \{x | -2 \leq x < 5\}$, $B = \{x | m+1 < x \leq 2m-1\}$, 求实数 m 的取值范围, 使 $B \subseteq A$.

分析: 可借助于数轴的直观分析, 据子集的概念可得条件, 再解之. 需注意集合 B 可能是空集.

$$\text{解: 当 } \begin{cases} m+1 < 2m-1 \\ m+1 \geq -2 \\ 2m-1 < 5 \end{cases} \quad \text{即 } \begin{cases} m > 2, \\ m \geq -3, \\ m < 3, \end{cases}$$

所以,当 $2 < m < 3$ 时, $B \subseteq A$;

当 $2m-1 \leq m+1$, 即 $m \leq 2$ 时, $B = \emptyset$, 也满足 $B \subseteq A$. 综上, 所求的范围是 $m < 3$.

方法与规律: 本题要特别注意端点处等号的取舍和空集的考查, 要灵活运用分类讨论, 数形结合数学思想.

[变式1] 把例1中条件改为 $B \subsetneq A$ 呢?

题型二 集合中的分类讨论思想

2. 设集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$, $B \neq \emptyset$, 且 $A \cap B = B$, 求 a, b 的值.

分析: $A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A$, 则 B 可以为 $\{-1, 1\}$ 或 $\{-1\}$ 或 $\{1\}$, 需分类讨论求解.

解: 因为 $A \cap B = B$, 所以 $B \subseteq A$.

(1) 当 $B = \{1\}$ 时, 方程有两等根 1, 即 $1 - 2a + b = 0$, 此时 $\Delta = 4a^2 - 4b = 0$, 可得 $a = 1, b = 1$.

(2) $B = \{-1\}$ 时, 方程有两等根 -1, 即 $1 + 2a + b = 0$, 此时 $\Delta = 4a^2 - 4b = 0$, 可得 $a = -1, b = 1$.

(3) 当 $B = \{-1, 1\}$ 时, 方程有两相异实根 -1 和 1, 即 $\begin{cases} 1 - 2a + b = 0, \\ 1 + 2a + b = 0, \end{cases}$ 解得 $a = 0, b = -1$.

综上可得, a, b 的取值为 $a = 1, b = 1$ 或 $a = -1, b = 1$ 或 $a = 0, b = -1$.

方法与规律: 本题分类讨论思想的应用是关键.

[变式2] 把例2中条件若改为 $A \cap B = A$ 呢?

3. 向 50 名学生调查对 A、B 两件事的态度, 有如下结果: 赞成 A 的人数是全体的 $\frac{3}{5}$, 其余的不赞成; 赞成 B 的比赞成 A 的多 3 人, 其余的不赞成; 另外, 对 A、B 都不赞成的学生人数比对 A、B 都赞成的学生人数的 $\frac{1}{3}$ 多 1 人, 问对 A、B 都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人? 使用集合知识解决.

解:



水平测试

基础级

1. 下列四个集合中, 是空集的是 ()

- A. $\{x | x+3=3\}$
- B. $\{(x, y) | x^2 + y^2 = 0, x, y \in \mathbb{R}\}$
- C. $\{x | x^2 \leq 0\}$
- D. $\{x \in \mathbb{R} | x^2 - x + 1 = 0\}$

2. 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 令 $X = S \cap T$, 则 $S \cap X =$ ()

- A. X
- B. T
- C. $\emptyset$
- D. S

3. 下面四个推理中正确的个数是 ()

- ① $a \in (A \cup B) \Rightarrow a \in A$;
- ② $a \in (A \cap B) \Rightarrow a \in (A \cup B)$;
- ③ $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$;
- ④ $A \cup B = A \Rightarrow A \cap B = B$.

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

4. 如图 1-1-1 所示, U 为全集, M, P, S 是 U 的 3 个子集, 则阴影部分所示的集合是 ()

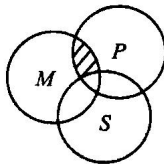


图 1-1-1

- A. $(M \cap P) \cap S$
- B. $(M \cap S) \cap P$
- C. $(M \cap P) \cap (\complement_U S)$
- D. $(M \cap P) \cup (\complement_U S)$

5. 若有非空集合 A, B , 且 $B \subsetneq A$, 全集 $U = \mathbb{R}$, 下列集合中为 $\emptyset$ 的是 ()

- A. $(\complement_U A) \cap B$
- B. $A \cap (\complement_U B)$
- C. $\complement_U (A \cap B)$
- D. $\complement_U (A \cup B)$

6. 已知 $A = \{y | y = x, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{x | x \in \mathbb{R}\}$
- B. $\{y | y \geq 0\}$
- C. $\{(0, 0), (1, 1)\}$
- D. $\emptyset$

7. 设集合 $A = \{x | -5 \leq x < 1\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{x | -5 \leq x < 1\}$
- B. $\{x | -5 \leq x < 2\}$
- C. $\{x | x < 1\}$
- D. $\{x | x \leq 2\}$

8. 已知全集 $U = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$, $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$, $C = \{x | -2 \leq x < 1\}$, 则 ()

- A. $C \subseteq A$
- B. $C \subseteq \complement_U A$

C. $\complement_U B = C$

D. $\complement_U A = B$

9. 已知 $\{a, b\} \subseteq A \subsetneq \{a, b, c, d\}$, 则满足条件的集合 A 的个数为 _____.

10. 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.

11. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 0\}$, 则 $A \cup (\complement_U B) =$ _____.

12. 已知 $U = \mathbf{N}$, $M = \left\{x \mid \frac{x+1}{2} \in \mathbf{N}^*\right\}$, $P = \{x | x = 3k, k \in \mathbf{N}^*\}$, 则 $(\complement_U M) \cap P =$ _____.

能力级

13. 已知 $A = \{x | -2 < x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$, $A \cup B = \{x | x > -2\}$, $A \cap B = \{x | 1 < x < 3\}$, 求集合 B .

14. 设 $A = \{x | x^2 - px + 15 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + q = 0\}$, 且 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求集合 A 和 B .

15. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a - 1 = 0\}$, $C = \{x | x^2 - bx + 2 = 0\}$, ($C \neq \emptyset$), 使 $B \subsetneq A$ 且 $C \subseteq A$, 求实数 a 和 b 的值.

16. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | x > a\}$,

(1) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B \neq A$, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 且 $A \cap B \neq A$, 求实数 a 的取值范围;

(4) 若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围.