



21 世纪高等院校创新精品规划教材

离散数学

主 编 邱晓红

副主编 艾施荣 李光泉 熊焕亮



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

21 世纪高等院校创新精品规划教材

离散数学

主 编 邱晓红

副主编 艾施荣 李光泉 熊焕亮



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书包含四部分内容：数理逻辑、集合论、代数结构、图论。每部分内容结合建构主义教学理论，设计不同离散数学应用案例，提供学习《离散数学》知识点的应用场景。每一章选择有意义的范例和实验项目，有利于学生通过编程实践增进对离散数学知识的理解和应用，提高学生的学习兴趣。全书体系严谨、叙述深入浅出。

每部分内容都分为基础知识章节和高级应用章节（带*部分），便于教师根据学时要求选讲章节内容，适合不同学时的授课，也方便软件开发人员参考应用。

本书可作为普通高等学校计算机及相关专业本科生“离散数学”课程的教材，也可供其他专业学生、工作人员及软件开发人员阅读和参考。有些高级应用范例还可供硕士研究生学习参考。

图书在版编目（CIP）数据

离散数学 / 邱晓红主编. — 北京：中国水利水电出版社，2010.1

21世纪高等院校创新精品规划教材
ISBN 978-7-5084-6547-0

I. ①离… II. ①邱… III. ①离散数学—高等学校—教材 IV. ①O158

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第228431号

策划编辑：石永峰 责任编辑：张玉玲

书 名	21世纪高等院校创新精品规划教材 离散数学
作 者	主 编 邱晓红 副主编 艾施荣 李光泉 熊焕亮
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (营销中心)、82562819 (万水) 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京市天竺颖华印刷厂
规 格	170mm×227mm 16开本 21.25印张 427千字
版 次	2010年2月第1版 2010年2月第1次印刷
印 数	0001—3000册
定 价	34.00元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换
版权所有·侵权必究

前 言

离散数学是计算机学科的核心课程，是一门理论抽象、内容广泛、结构严谨的计算机相关专业的基础课程。它不仅与后续课程，如数据结构、数据库原理、操作系统、人工智能等有紧密联系，而且对于训练和培养学生的抽象和逻辑思维能力，提高学生的科研素质方面都有着十分重要的作用。

为了适应省级示范性软件学院及计算机相关专业《离散数学》教学改革的需要，提高学生应用理论知识解决实际问题能力的需要，根据教育部高等学校计算机科学与技术教学指导委员会颁布的计算机相关专业教学基本要求，针对地方院校的教学对象、教学特点和方法进行研究，我们提出了“《离散数学》软件工程化教学改革”研究课题和编写应用型《离散数学》教材任务，并得到教育主管部门的立项支持。为了编写好本教材，参考了美国俄克拉荷马（Oklahoma）大学的 Beseme 项目出版的《软件工程数学》等教材。编写教材内容注重理论知识的讲解和逻辑推理的训练，也注重应用离散数学知识分析专业课程的实际问题，讨论离散数学对后续专业课的影响，引入软件工程化应用范例和实践性内容，加强实践能力的培养。

本书包含数据逻辑、集合论、代数结构、图论四部分内容。每部分内容结合建构主义教学理论，设计不同离散数学应用案例，提供学习《离散数学》的应用场景。每一章选择了有意义的范例和实验项目，有利于学生通过编程实践增进对离散数学知识的理解和应用，提高学生的学习兴趣。全书体系严谨、叙述深入浅出。每部分内容都分为基础知识章节和高级应用章节（带*部分），便于教师根据学时要求选讲章节内容，适合不同学时的授课（删除带**章节，可采用 90 学时教学，再删除带*章节，可采用 70 学时教学），也方便软件开发人员参考应用。

本书的数理逻辑部分（第 1~3 章）由邱晓红编写，集合论部分（第四 4~7 章）由李光泉编写，代数结构部分（第 8~10 章）由艾施荣编写，图论部分（第 11~13 章）由熊焕亮编写。全书由邱晓红教授进行组织整理和统一风格。本书配套的实验程序源代码和演示范例，很多出自教学过程中指导学生参加各类软件大赛的作品，有些内容是“《离散数学》软件工程化教学改革”（JXJG-08-4-28）、“教学与科研有机结合提高教学质量和学生综合素质的研究”（2008B2ZB04）、“实施本科生全程导师制教育培养模式的研究——以江西省高校软件学院为例”（08YB078）等教改课题的研究成果，在此特别感谢有关单位领导和作者的支持。在编写过程中还参阅了大量的离散数学书籍和有关教学研究论文资料，在此向有

关作者表示衷心的感谢。南昌大学幸冬梅博士审阅全稿，提出了宝贵的意见和建议，在此深表谢意。

由于时间仓促及编辑者水平有限，恳请广大读者及同行专家批评指正。

编 者

2009 年 11 月

目 录

前言

第一部分 数理逻辑

第 1 章 命题逻辑	3
1.1 命题及其表示	3
1.1.1 命题的基本概念	3
1.1.2 命题分类	4
1.1.3 命题标识符	4
1.2 逻辑联结词	5
1.2.1 否定联结词	5
1.2.2 合取联结词	5
1.2.3 析取联结词	6
1.2.4 条件联结词	7
1.2.5 双条件联结词	7
1.2.6 字位运算与布尔检索	8
1.3 命题公式与解释	9
1.3.1 命题公式	9
1.3.2 命题的符号化	10
1.4 真值表与等价公式	12
1.4.1 真值表	12
1.4.2 等价公式	13
1.5 命题公式的分类与蕴含式	17
1.5.1 命题公式的分类	17
1.5.2 重言式与矛盾式的性质	18
1.5.3 蕴含式	18
1.6 其他逻辑联结词和最小功能完备联结词组	21
1.6.1 其他逻辑联结词	21
1.6.2 最小功能完备联结词组	22
1.6.3 联结词的逻辑电路表示	23
1.7 对偶与范式	24
1.7.1 对偶式与对偶原理	24
1.7.2 命题公式的范式	26

1.7.3 命题公式的主析取范式和主合取范式	28
1.8 推理理论	37
1.8.1 直接证法	38
1.8.2 间接证法	40
习题一	42
实验一 真值表的程序计算	47
第2章 谓词逻辑	49
2.1 谓词的基本概念	49
2.1.1 个体和谓词	49
2.1.2 量词	51
2.2 谓词公式与解释	52
2.2.1 谓词公式	52
2.2.2 谓词公式的解释	53
2.3 变元的约束	54
2.3.1 约束变元和自由变元	54
2.3.2 换名规则	55
2.3.3 代替规则	56
2.4 谓词演算的等价式与蕴含式	56
2.4.1 谓词公式的赋值	56
2.4.2 谓词公式的分类	57
2.4.3 谓词演算的等价式	58
2.4.4 谓词演算的蕴含式	62
2.5 谓词公式范式	64
2.5.1 前束范式	64
2.5.2 斯柯林范式	65
2.6 谓词演算的推理理论	66
2.6.1 US 规则(全称指定规则) (Universal Specification)	66
2.6.2 UG (全称推广规则) (Universal Generalization)	66
2.6.3 ES (存在指定规则) (Existential Specification)	66
2.6.4 EG (存在推广规则) (Existential Generalization)	67
习题二	71
实验二 命题逻辑简单推理系统	73
第3章 基于归结原理的推理证明**	75
3.1 谓词公式与子句集	75
3.1.1 斯柯林(Skolem)标准范式	75
3.1.2 子句与子句集	76
3.1.3 不可满足意义下的一致性	76

3.1.4	$P=P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n$ 的子句集	76
3.2	海伯伦 (HERBRAND) 理论	77
3.2.1	H 域	77
3.2.2	原子集	77
3.2.3	H 域上的解释	77
3.3	归结原理 (RESOLUTION METHOD)	78
3.3.1	置换与合一	78
3.3.2	命题逻辑中的归结原理	79
3.3.3	一阶谓词逻辑中的归结原理	80
3.3.4	归结原理的完备性	81
3.3.5	利用归结原理进行定理证明	81
3.3.6	应用归结原理进行问题求解	81
3.4	归结过程的控制策略	83
3.4.1	引入控制策略	83
3.4.2	归结控制策略及其应用举例	83
	习题三	84
	实验三 归结原理的程序实现	85

第二部分 集合论

第 4 章	集合及其运算	89
4.1	集合的概念及其表示	89
4.1.1	集合的概念	89
4.1.2	集合与集合间的关系	90
4.1.3	幂集 (Power Set)	91
4.2	集合的基本运算	91
4.2.1	集合的并 (Union) 运算	91
4.2.2	集合的交 (Intersection) 运算	92
4.2.3	集合的交运算与并运算之间的关系	93
4.2.4	集合的补 (Substraction) 运算	93
4.2.5	集合的对称差 (Symmetric Difference) 运算	94
4.2.6	集合的计算机表示	96
4.3	集合中元素的计数	97
4.3.1	两个基本原理	97
4.3.2	排列、组合	97
4.3.3	容斥原理	98
4.4	集合的应用	100
4.4.1	数据表的并 ($\cup$) 运算	101

4.4.2	数据表的差 ($-$) 运算	101
4.4.3	数据表的交 ($\cap$) 运算	101
习题四		102
实验四	集合的基本运算	104
第 5 章	二元关系	106
5.1	集合的笛卡儿积	106
5.1.1	序偶 (Ordered Pair)	106
5.1.2	笛卡儿积 (Cartesian Product)	107
5.2	二元关系	109
5.2.1	二元关系的基本概念	109
5.2.2	二元关系的表示	109
5.2.3	关系的运算	110
5.2.4	关系的性质	114
5.2.5	关系的闭包 (Closure) 运算	116
5.3	等价关系与集合的划分	122
5.3.1	集合的划分 (Partion of Set)	122
5.3.2	等价关系 (Equivalent Relation) 与等价类	124
5.4	相容关系与集合的覆盖*	127
5.4.1	集合的覆盖 (Covering)	127
5.4.2	相容关系 (Consistent Relation) 与相容类	127
5.5	偏序关系	130
5.5.1	偏序关系 (Partial Relation) 与偏序集的概念	130
5.5.2	偏序集的哈斯 (Hasse) 图	131
5.5.3	偏序集中的特殊元	132
5.5.4	全序关系 (Complete Partial Relation) 及其应用	134
5.6	关系的应用	135
5.6.1	等价关系在计算机中的应用	135
5.6.2	序关系在项目管理中的应用	136
习题五		137
实验五	求关系的闭包	140
第 6 章	函数	142
6.1	函数的概念	142
6.1.1	函数 (Function) 的概念	142
6.1.2	几类特殊函数	143
6.2	逆函数与复合函数	145
6.2.1	逆函数	145
6.2.2	复合函数	146

习题六	147
实验六 函数的图形可视化	150
第 7 章 集合的基数**	151
7.1 集合的等势与优势	151
7.2 基数、可数集与不可数集	151
7.2.1 基数	152
7.2.2 可数集与不可数集	153
7.2.3 基数的比较	157
习题七	159
实验七 自然数性质的可视化表示	160

第三部分 代数结构

第 8 章 半群、语言和自动机	163
8.1 半群和语言	163
8.2 语言和文法	166
8.3 有限状态机	168
8.4 有限状态自动机	170
8.5 语言与自动机的关系*	174
习题八	178
实验八 设计输出状态自动机实验	182
第 9 章 代数系统	184
9.1 代数系统的概念	184
9.2 代数系统的运算及其性质	186
9.3 群与子群	191
9.4 同态与同构*	196
9.5 交换群与循环群、置换群	203
9.5.1 交换群	203
9.5.2 循环群	204
9.5.3 置换群	205
9.6 子群与群的陪集分解*	207
9.7 环与域*	210
习题九	215
实验九 代数系统的基本运算	219
第 10 章 格与布尔代数*	221
10.1 格的概念	221
10.2 分配格	229
10.3 有补格	233

10.4 布尔代数与布尔表达式**	235
10.5 数字电路逻辑运算	244
习题十	247
实验十 代数系统综合课程设计	248

第四部分 图论

第 11 章 图的基本概念	252
11.1 图的概念	252
11.1.1 无向图和有向图	252
11.1.2 简单图、多重图 and 同构图	253
11.1.3 完全图和正则图	255
11.1.4 几种特殊的图	256
11.1.5 子图	257
11.1.6 图的操作	258
11.2 图的连通性	259
11.2.1 通路与回路	259
11.2.2 连通图	261
11.2.3 二部图	263
11.3 图的矩阵表示	264
11.3.1 关联矩阵	265
11.3.2 邻接矩阵	266
11.3.3 可达矩阵	268
11.4 图的运算	268
11.5 欧拉图	269
11.5.1 欧拉通路和回路	269
11.5.2 半欧拉图和欧拉图	270
11.5.3 哥尼斯堡七桥问题	273
11.6 哈密顿图	273
11.6.1 哈密顿图	274
11.6.2 哈密顿图的充分条件	275
11.7 带权图	278
11.8 平面图	278
11.8.1 平面图的基本概念及性质	278
11.8.2 库拉托夫基定理	280
11.8.3 平面图着色及应用	281
11.8.4 边着色	283
11.9 应用举例*	285

11.9.1	中国邮路问题	285
11.9.2	冰箱分隔问题	287
11.9.3	排课表问题	287
习题十一		288
实验十一	应用邻接矩阵方法求解锁具装箱问题	292
第 12 章	树	294
12.1	树的概念及性质	294
12.1.1	树的定义	294
12.1.2	树的一些性质	294
12.2	最小生成树	295
12.2.1	生成树	295
12.2.2	最小代价生成树	297
12.3	根树	298
12.3.1	根树的定义	298
12.3.2	根树的分类	299
12.4	树的应用*	300
12.4.1	决策树	300
12.4.2	博弈树	300
习题十二		301
实验十二	应用生成树算法求解旅行商问题	304
第 13 章	支配集、覆盖集、独立集与匹配理论*	305
13.1	支配集、覆盖集、独立集概念	305
13.1.1	支配集	305
13.1.2	覆盖集	305
13.1.3	独立集	306
13.2	边覆盖集与匹配	307
13.3	二部图中的匹配	310
13.4	图论的综合应用举例**	311
13.4.1	会议议程安排问题	311
13.4.2	大中型工程项目的优化	314
习题十三		319
实验十三	程序求解支配集、独立集问题	321
《离散数学》常用符号表		322
参考文献		326

第一部分 数理逻辑

数理逻辑是用数学方法研究形式逻辑的科学。数学方法即符号方法，故数理逻辑又称符号逻辑。包含命题逻辑、谓词逻辑、证明论、模型论、递归函数、公理化集合论、归纳逻辑、模态逻辑、多值逻辑和时态逻辑等内容，与计算机有密切关系。

逻辑是研究思维形式及其规律的科学，是探索、阐述和确立有效推理原则的学科，最早由古希腊学者亚里士多德（Aristotle）创建，而数理逻辑则是用数学的方法来研究逻辑问题。数理逻辑也叫做符号逻辑，即将人类思维中的演绎推理转化成数学演算，用形式化方法研究思维的形式结构和规律。数理逻辑的发展为电子计算机和人工智能的产生创造了前提条件。因为电子计算机不能识别人类的语言，只有将包含丰富内容的人类思维转化为抽象的、没有歧义的符号和运算规则，才能使“机器思维”和“人工智能”成为可能。它已在逻辑电路、自动控制、程序设计、人工智能以及计算机科学的其他领域有着广泛的应用。

从古希腊的亚里士多德逻辑到现代数理逻辑，逻辑学已形成了一个包括数理逻辑、语言逻辑、辩证逻辑在内的科学体系。逻辑学的发展始终与科学的进步和人类思维能力的提高同步。如今，逻辑学已渗透到计算机软件研发、工程项目管理、商业谈判、法庭论辩等诸多领域，发挥着越来越重要的作用。逻辑是人们正确思维的工具，学习一些逻辑知识能提高人们的思维能力和学习能力。

现代逻辑包括数理逻辑、逻辑语义学和语用学等。其中以数理逻辑的发展对人类认识的贡献最大。数理逻辑的产生源于17世纪末德国哲学家莱布尼茨提出的建立“普遍语言”和“思维演算”的设想。他认为思维也可以像数学一样进行演算，并把这种思维演算称为“通用代数”或“数理逻辑”。他认为，演算就是用符号作运算，在数量方面、思维方面都起作用。在这样的演算中，一切推理的正确性将化归于计算，除了事实的错误之外，所有错误将只产生于计算失误。

1847年，英国数学家布尔（G.Boole）发表了《逻辑的数学分析》，建立了“布尔代数”，并创造一套符号系统，利用符号来表示逻辑中的各种概念。布尔还建立了一系列的运算法则，利用代数的方法研究逻辑问题，初步奠定了数理逻辑的基础。19世纪末20世纪初，数理逻辑有了比较大的发展，德国数学家弗雷格（G.Frege）和美国数学家皮尔斯（C.S.Peirce）都分别在其著作中引入了逻辑符号，从而逐步形成了现代数理逻辑的理论基础，使数理逻辑成为一门独立的学科。

数理逻辑这门学科建立以后，发展比较迅速，促进它发展的因素也是多方面的。比如，非欧几何的建立，促进人们去研究非欧几何和欧氏几何的无矛盾性，从而促进了数理逻辑的发展。

20世纪30年代，在逻辑史上相继取得了三项划时代的重大成果。第一项成果是1931年哥德尔提出的不完全性定理，它证明了包括数论在内的一切形式系统都是不完全的，其中至少有一个判断不能在本系统中得到证明。这一理论揭示了人

类认识的局限性,对数学基础研究和数理逻辑的现代发展产生了重大的影响。第二项成果是塔尔斯基于1933年建立的逻辑语义学。在其理论中,他区分了元语言和对象语言,确立了真谓词的逻辑原则。这一理论对于认识 and 解决诸如“撒谎者悖论”之类的语义悖论有重要意义。第三项成果是英国数学家、逻辑学家图灵于1937年建立的图灵机理论,第一次为人类提出了计算机应用的理想模型,标志着人工智能时代的到来。

非欧几何的产生和罗素悖论的发现,说明数学本身还存在许多问题,为了研究数学系统的无矛盾性问题,需要以数学理论体系的概念、命题、证明等作为研究对象,研究数学系统的逻辑结构和证明的规律,这样又产生了数理逻辑的另一个分支——证明论。

数理逻辑新近还发展了许多新的分支,如递归论、模型论等。递归论主要研究可计算性理论,它和计算机的发展和应用有密切的关系。模型论主要研究形式系统和数学模型之间的关系。数理逻辑近年来发展特别迅速,主要原因是这门学科对于数学其他分支如集合论、数论、代数、拓扑学等的发展有重大的影响,特别是对新近形成的计算机科学的发展起了推动作用。反过来,其他学科的发展也推动了数理逻辑的发展。

本书介绍数理逻辑的两个最基本也是最重要的部分:命题逻辑和谓词逻辑。各章节主要知识点关联如图1.0.0所示。

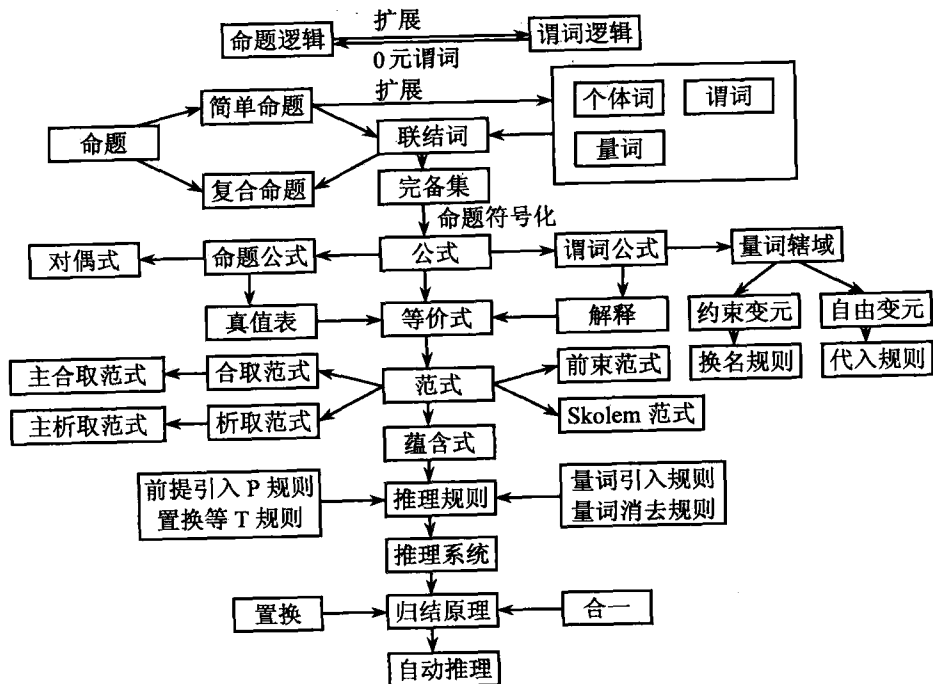


图 1.0.0 第一部分各章节主要知识点关联图

第 1 章 命题逻辑

逻辑是研究人的思维的科学，包括辩证逻辑和形式逻辑。辩证逻辑是研究反映客观世界辩证发展过程的人类思维形态的科学。**形式逻辑**是研究思维的形式结构和规律的科学，它撇开具体的、个别的思维内容，从形式结构方面研究概念、判断和推理及其正确联系的规律。**数理逻辑**是用数学方法研究推理的形式结构和推理的规律的数学学科。所谓的数学方法也就是用一套有严格定义的符号，即建立一套形式语言来研究。因此数理逻辑也称为**符号逻辑**。数理逻辑的基础部分是命题逻辑和谓词逻辑。

本章首先介绍命题逻辑，谓词逻辑将在第 2 章讨论。

命题逻辑是研究命题如何通过一些逻辑连接词构成更复杂的命题以及逻辑推理的方法。命题是指具有具体意义且又能判断它是真还是假的句子。

如果把命题看做运算的对象，如同代数中的数字、字母或代数式，而把逻辑连接词看做运算符号，就像代数中的“加、减、乘、除”那样，那么由简单命题组成复合命题的过程就可以当作逻辑运算的过程，也就是命题的演算。

逻辑运算同代数运算一样具有一定的性质，满足一定的运算规律。例如满足交换律、结合律、分配律，同时还满足逻辑上的同一律、吸收律、双重否定律、德·摩根定律等。利用这些定律，就可以进行逻辑推理，可以简化复合命题，可以推证两个复合命题是否等价等。这些推理和证明在计算机程序设计、程序正确性证明和程序设计语言以及人工智能等诸多方面都得到了应用。

1.1 命题及其表示

1.1.1 命题的基本概念

数理逻辑研究的中心问题是推理 (Inference)，而推理就必然包含前提和结论，前提和结论都是表达判断的陈述句，因而表达判断的陈述句就成为推理的基本要素。在数理逻辑中，将能够判断真假的陈述句称为命题。因此命题就成为推理的基本单位。在命题逻辑中，对命题的组成部分不再进一步细分。

定义 1.1.1 能够判断真假的陈述句称为**命题** (Proposition)。命题的判断结果称为命题的**真值**，常用 T (True 或 1) 表示**真**， F (False 或 0) 表示**假**。真值为真的命题称为**真命题**，真值为假的命题称为**假命题**。

从上述的定义可知，判定一个句子是否为命题要分为两步：一是判定是否为陈述句；二是能否判定真假，二者缺一不可。

例 1.1.1 判断下列句子是否为命题:

- (1) 北京是中国的首都。
- (2) 请勿吸烟!
- (3) 雪是黑的。
- (4) 明天开会吗?
- (5) $x+y=8$ 。
- (6) 我正在说谎。
- (7) $19+15 \leq 12$ 。
- (8) $1+101=110$ 。
- (9) 今天天气多好啊!
- (10) 别的星球上有生物。

解 在上述的十个句子中, (2)、(9) 为祈使句, (4) 为疑问句, (5)、(6) 虽然是陈述句, 但 (5) 没有确定的真值, 其真假随 x 、 y 取值的不同而有改变, (6) 是悖论 (Paradox) (即由真能推出假, 由假也能推出真), 因而 (2)、(4)、(5)、(6)、(9) 均不是命题。(1)、(3)、(7)、(8)、(10) 都是命题, 其中 (10) 虽然现在无法判断真假, 但随着科技的进步是可以判定真假的。

需要进一步指出的是, 命题的真假只要求它有就可以, 而不要求立即给出。如例 1.1.1 的 (8) $1+101=110$, 它的真假意义通常和上下文有关, 当作为二进制的加法时, 它是真命题, 否则为假命题。还有的命题的真假不能马上给出, 如例 1.1.1 的 (10), 但它确实有真假意义。

1.1.2 命题分类

根据命题的结构形式, 命题分为原子命题和复合命题。

定义 1.1.2 不能被分解为更简单的陈述语句的命题称为**原子命题** (Simple Proposition)。由两个或两个以上原子命题组合而成的命题称为**复合命题** (Compound Proposition)。

例如, 例 1.1.1 中的命题全部为原子命题, 而命题“小张和小李都去北京。”是复合命题, 是由“小张去北京。”与“小李去北京。”两个原子命题组成的。

1.1.3 命题标识符

定义 1.1.3 表示原子命题的符号称为**命题标识符** (Identifier)。

通常用大写字母 $A, B, C, \dots, P, Q, \dots$ 表示命题, 如 P : 今天下雪。

命题标识符依据表示命题的情况, 分为**命题常元**和**命题变元**。一个表示确定命题的标识符称为命题常元 (或命题常项) (Propositional Constant); 没有指定具体内容的命题标识符称为命题变元 (或命题变项) (Propositional Variable)。命题变元的真值情况不确定, 因而命题变元不是命题。只有给命题变元 P 一具体的命题取代时, P 有了确定的真值, P 才成为命题。

1.2 逻辑联结词

一个复合命题，不论其构成多么复杂，一般都可以分析出构成该命题的原子命题。下面介绍 5 种常用的**逻辑联结词** (Logical Connectives)，分别是“非” (**否定联结词**)、“与” (**合取联结词**)、“或” (**析取联结词**)、“若…则…” (**条件联结词**)、“…当且仅当…” (**双条件联结词**)，通过这些联结词可以把多个原子命题复合成一个复合命题。

1.2.1 否定联结词

定义 1.2.1 设 P 为一命题， P 的**否定** (Negation) 是一个新的命题，记为 $\neg P$ (读作非 P)。规定若 P 为 T ，则 $\neg P$ 为 F ；若 P 为 F ，则 $\neg P$ 为 T 。

$\neg P$ 的取值情况依赖于 P 的取值情况，真值表如表 1.2.1 所示。

表 1.2.1 $\neg P$ 的真值

P	$\neg P$
F	T
T	F

在自然语言中，常用“非”、“不”、“没有”、“无”、“并非”等来表示否定。

例 1.2.1 P : 北京是中国的首都。 $\neg P$: 北京不是中国的首都。

P 是真命题， $\neg P$ 是假命题。

Q : 所有的海洋动物都是哺乳动物。 $\neg Q$: 不是所有的海洋动物都是哺乳动物。
 Q 为假命题， $\neg Q$ 为真命题。

1.2.2 合取联结词

定义 1.2.2 设 P 、 Q 为两个命题， P 和 Q 的**合取** (Conjunction) 是一个复合命题，记为 $P \wedge Q$ (读作 P 与 Q)，称为 P 与 Q 的**合取式**。规定 P 与 Q 同时为 T 时， $P \wedge Q$ 为 T ，其余情况下， $P \wedge Q$ 均为 F 。

联结词“ $\wedge$ ”的真值表如表 1.2.2 所示。

表 1.2.2 $P \wedge Q$ 的真值

P	Q	$P \wedge Q$
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T