高中数学教学理论与实践

——丛书之五

LILUN

SHIJIAN

《数学通讯》丛书编审组

主　编　伍家德

副主编　毛经中　朱噐荟

湖北教育出版社

高中数学教学理论与实践

LILUN

SHIJIAN

高中数学教学理论与实践

——丛书之 5

《数学通讯》丛书编审组

主　编　　伍家德
副主编　　毛经中　朱翠蓉
编审组成员（按姓氏笔划为序）
毛经中　刘楚炤　刘诗雄　李汉
朱运才　伍家德　朱翠蓉　汪跃中
陈传理　金为明　林友智　郑学群
徐学文　黄邦本　黄能容　裴光亚

湖 北 教 育 出 版 社

内 容 简 介

本书是《高中数学教学理论与实践》丛书之五. 本书着眼于高中数学基础理论的系统复习和基本能力的全面训练. 主要内容包括高中数学十三个系列' 基础知识、基本方法和六个培养综合能力的训练专题. 取材坚持"源于课本,有所变通,适当提高,富有新意"的原则. 知识覆盖面宽,内容重点突出,题目针对性强. 它适合于高三数学教师和学生总复习教学参考 也适合于自学青年使用.

鄂新登字02号

高中数学教学理论与实践
——丛书之五
《数学通讯》丛书编审组
*
湖北教育出版社出版、发行
咸宁地区印刷厂印刷
787×1092毫米32开本　14.5印张　414 000字
1991年6月第1版
1992年5月第2版　1992年5月第3次印刷
ISBN 7－5351－0711－7/G·549

定价：3.90元

说　明

在当前教育改革深入发展的新形势下，中学师资水平亟需提高．编写这套丛书的目的，在于为中学师生提供一个正确理解和把握高中数学——它的内容、方法和思想的指南，以期帮助广大中学数学教师提高专业素质、教学水平和指导课外活动的能力，并帮助广大中学生搞清对数学概念的认识，提高分析问题和解决问题的能力．写作中根据现行教学大纲并参照新大纲的精神，注意从中学实际出发，源于课本，但不拘于课本，居高临下地提出问题、引导思考、发展思维；在理论与实践相结合的基础上，把揭示数学规律与数学解题方法论、数学教育经验紧密结合，使丛书既有较高的理论价值，又具有较强的可读性和实用性．

这套丛书共分五册，丛书之一、之二分别为代数（部分）、立体几何内容，供高一用；丛书之三、之四分别为代数（部分）、解析几何内容，主要供高二、高三用．前四册的每一册的内容都包括高中数学的基本理论、解题指导、问题研究、历史镜头几个方面．丛书之五为基础知识系列复习与综合能力专题训练，供高三总复习使用．

这套丛书是在华中师范大学副校长邓宗琦教授的关怀、数学系领导的直接指导下，由《数学通讯》丛书编审组总体设计、详细规划，聘请第一线有丰富教学经验的数学教师编写，华中师大数学系部分教师参加审查，最后由编审组统编、审定完成．如果这套丛书能对提高教学质量和学生学习成绩有所帮助，那将是我们的最大愿望．限于编者水平，缺点和错误难免，欢迎指正．

这是本书第二版．排印前，对原书进行了必要的修改．

《数学通讯》丛书编审组

1992年1月

目　　录

第一篇　基础知识复习

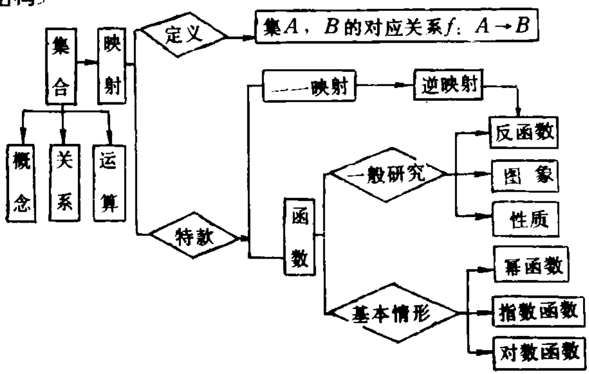
第二篇　综合解题能力训练

答案、提示或解答

第一篇　基础知识复习

第一章　幂函数、指数函数与对数函数

〔**结构**〕



〔**要点**〕　重点：有关集合的概念和性质；函数的概念、单调性和奇偶性；幂函数、指数函数、对数函数的图象、性质及其灵活运用．难点：反函数的概念，指数函数、对数函数的单调性与其底数的关系．

第一课　集　　合

〔**知识点**〕　集合、子集、交集、并集、补集、全集的概念，集合的基本性质、表示方法及有关符号的意义．

例1　回答下列问题

(1) $\{a,b\}$ 与 $\{(a,b)\}$；$\{(a,b)\}$ 与 $\{(b,a)\}$；0 与 $\{0\}$；0 与 $\varnothing$；$\{0\}$ 与 $\varnothing$ 各是什么关系？

(2) 设 $A=\{0,1\}$，$B=\{x\mid x\subseteq A\}$，问 A 与 B 是什么关系？并用列举法写出 B.

(3) 集合 $A=\{(x,y)\mid xy\leqslant 0, x、y\in R\}$ 表示怎样的几何意义？

解 (1) $\{a,b\}\neq\{(a,b)\}$；$\{(a,b)\}\neq\{(b,a)\}$（当 $a\neq b$），$\{(a,b)\}=\{(b,a)\}$（当 $a=b$）；$0\in\{0\}$；$0\notin\varnothing$；$\varnothing\subset\{0\}$

(2) 由 B 的表示式可知，x 代表 A 的子集，因而 B 是 A 的所有子集（包括 A 自身）构成的集合，所以 $A\in B$；$B=\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{0,1\}\}$.

(3) A 表示坐标平面上不在 Ⅰ、Ⅲ 象限内的点的集合.

例 2 设

$$I=R, A=\{x\mid x^2-x-6<0\}, B=\{x\mid |x|=y+2, y\in A\}$$

求 $\overline{B}$，$A\cap B$，$A\cup B$，$A\cup\overline{B}$，$A\cap\overline{B}$，$\overline{A\cup B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$.

解 易知 $A=(-2,3)$，$B=(-5,0)\cup(0,5)$，所以

$$\overline{B}=(-\infty,-5]\cup\{0\}\cup[5,+\infty)$$

$$A\cap B=(-2,0)\cup(0,3)\qquad A\cup B=(-5,5)$$

$$A\cup\overline{B}=(-\infty,5]\cup(-2,3)\cup[5,+\infty)$$

$$A\cap\overline{B}=\{0\}, \overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}=(-\infty,-5]\cup[5,+\infty)$$

注 将 A、B 用区间表示.

例 3 已知 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$

$B=\{x\mid \log_2(x^2-5x+8)=1\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$

且 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求 a 的值.

解 易得 $B=\{2,3\}$，$C=\{2,-4\}$. 因为 $A\cap C=\varnothing$，所以 $2\notin A$，$-4\notin A$. 又 $A\cap B\neq\varnothing$，所以 $3\in A$.

由 $3^2-3a+a^2-19=0$ 得 $a=5$ 或 $a=-2$. 当 $a=5$ 时，$A=\{2,3\}$（不合，舍去）；当 $a=-2$ 时，$A=\{-5,3\}$，这时 $A\cap C=\varnothing$，所以 $a=-2$.

习 题 1·1

1. 选择题

(1) 若非空集合 A、B 存在关系 $A \subset B$，I 为全集，下列集合中为空集的是（　　）.

(A)$A \cap B$　　(B)$A \cap \overline{B}$　　(C)$\overline{A \cup B}$　　(D)$\overline{A} \cup \overline{B}$

(2) 集合 $M = \left\{x \middle| \dfrac{x-a}{x-b} \geqslant 0\right\}$，$N = \{x \mid (x-a)(x-b) \geqslant 0\}$，$P = \{x \mid 2^{(x-a)(x-b)} \geqslant 1\}$，则（　　）.

(A)$M = N = P$　　(B)$M \subset N \subset P$

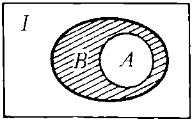
(C)$M \subseteq N \subset P$　　(D)$M \subset N \subseteq P$

2. 填空题

(1) 设 $A = \{$三角形$\}$，$B = \{$等腰三角形$\}$，$C = \{$等边三角形$\}$，$D = \{$直角三角形$\}$，则 A ______ D；C ______ A；$D \cap A =$ ______；$C \cup B =$ ______；$C \cap D =$ ______；$A \cup D =$ ______；$D \cap B =$ ______.

(2) 集合 $A = \{$一条边为 1、一个角为 40° 的等腰三角形$\}$ 中的元素个数为______.

(3) 设集合 A、B 的关系如图所示，则图中阴影部分表示的集合是______.



第 2(3) 题图

(4) 设全集 $I = R$，又集合

$$A = \{x \mid -5 < x < 5\}, B = \{x \mid 0 \leqslant x < 7\}$$

则 $A \cap B =$ ______；$A \cup B =$ ______；$\overline{A} \cap \overline{B} =$ ______；$\overline{A} \cup \overline{B} =$ ______；$\overline{A \cap B} =$ ______；$\overline{A \cup B} =$ ______.

3. 已知　$A = \{x \mid x^3 - px^2 + \pi x = 0\}$

$$B = \{x \mid x^3 - (e+i)x^2 + qx = 0\}, A \cup B = \{0, 1, i, \pi, e\}$$

求 p、q、A、B.

4. 集合

$$A = \left\{x \middle| x = \cos\frac{n\pi}{3}, n \in Z\right\}$$

与　$B = \left\{y \middle| y = \sin\dfrac{(2m-3)\pi}{6}, m \in Z\right\}$ 之间是什么关系？为什么？

第二课　映射与函数

〔**知识点**〕　对应、映射、原象、象、一一映射、逆映射、函数、反函数等概念；反函数的求法.

例1　下列对应是否为 A 到 B 的映射？一一映射？并写出其中一一映射的逆映射.

(1) $A=R, B=R^{+}$,　　$f: x \to |x|$　象找不到

(2) $A=\{0\}\cup N, B=N$,　　$f: x \to |x-3|$　3……

(3) $A=\{x \mid x \geqslant 2, x \in N\}, B=\{y \mid y \geqslant 0, y \in Z\}$

$f: x \to y = x^2 - 2x + 2$

(4) $A=\{x \mid x \leqslant 0, x \in R\}, B=\{y \mid y \geqslant 1, y \in R\}$

$f: x \to y = x^2 + 1$

解　(1)、(2) 不是映射；(3) 是映射，但不是一一映射；(4) 是一一映射，其逆映射为 $f^{-1}: y \to x = -\sqrt{y-1}$.

例2　下列各题中，函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否表示同一函数？为什么？

(1) $f(x)=\ln x^2, g(x)=2\ln x$

(2) $f(x)=\pi-\arcsin x\,(0 \leqslant x \leqslant 1)$

$g(x)=\pi/2+\arcsin x\,(0 \leqslant x \leqslant 1)$

(3) $f(x)=|x|, g(x)=\begin{cases} x, x \in [0,+\infty) \\ -x, x \in (-\infty, 0) \end{cases}$

(4) $f(x)=\begin{cases} x+1, x \in (-1,0) \\ x-1, x \in (0,1) \end{cases}, g(x)=f^{-1}(x)$

解　(1) 中两函数定义域不同，不是同一函数；(2) 中两函数对应法则不同，不是同一函数；(3)、(4) 中两函数分别是同一函数.

注　分辨函数的对应法则，重要的是对应规律的实质，而不是表示它的公式的形式.

例3　已知 $y=f^{-1}(x)$ 的图象如图 1－2－1，求 $f(x)$ 的表达式并作出其图象.

解　$\because f^{-1}(x)=\begin{cases} x+1\,(-1 \leqslant x \leqslant 0) \\ -x\,(0 < x \leqslant 1) \end{cases}$

$$\therefore f(x)=\begin{cases}-x(-1\leqslant x<0)\\ x-1(0\leqslant x\leqslant 1)\end{cases}$$

其图象如图 1－2－2.

注 画图时应写出曲线与坐标轴的交点的坐标.

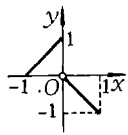


图 1－2－1

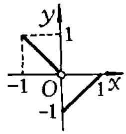


图 1－2－2

习 题 1·2

1. 选择题

(1) 下列各说法中，正确的是(　　).

(A) 对于任意两个集合 A 和 B，都可建立一个从 A 到 B 的映射.

(B) 对于两个无限集合 A 和 B，一定不能建立一个从 A 到 B 的映射.

(C) 如果集合 $A=\{a\}$，集合 $B=\{1,2\}$，那么从 A 到 B 只能建立一个映射.

(D) 如果集合 $A=\{1,2\}$，集合 $B=\{a\}$，那么从 A 到 B 只能建立一个映射.

(2) 已知集合 $M=\{(x,y)\mid x+y=1\}$，映射 $f: M\rightarrow N$，在 f 作用下点 (x,y) 的象是 $(2^x,2^y)$，则集合 $N=$(　　).

(A) $\{(x,y)\mid x+y=2,x>0,y>0\}$

(B) $\{(x,y)\mid xy=1,x>0,y>0\}$

(C) $\{(x,y)\mid xy=2,x<0,y<0\}$

(D) $\{(x,y)\mid xy=2,x>0,y>0\}$

(3) 设 R^- 是负实数集. 按对应法则 $f: x\rightarrow x^2$，使集合 A 的元素对应于集合 B 的元素，那么 f 是从 A 到 B 的一一映射的条件是(　　).

(A) $A=\overline{R^-},B=\overline{R^-}$　　　(B) $A=\overline{R^-},B=R$

(C) $A=R,B=\overline{R^-}$　　　(D) $A=R,B=R$

2. 填空题

(1) 给定映射 $f:(x,y)\rightarrow(x+y,x-y)$，在映射 f 下，$(3,1)$ 的原象是______；

(2) 函数 $f(x)=x^2-1(x\leqslant -1)$ 的反函数是______；

(3) 已知 $f(x)=4^x$，则 $f^{-1}(2^x+2)=$ ______；

(4) 如果 $f(x)=f^{-1}(x)=ax+b$，那么 a、b 满足______；

(5) 如果 $f(1/x)=x/(1-x)$，则 $f(x)$ ______；

(6) 已知 $f(x)=9x+1, g(x)=x^2$，那么满足关系式 $f[g(x)]=g[f(x)]$ 的 x 的值是______.

3. 判断下列函数是否有反函数：

(1) $f(x)=x^2, x\in R$　　(2) $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$

4. 集合 $A=N, B=\{m|m=\dfrac{2n-1}{2n+1}, n\in N\}$，$f$ 是从 A 到 B 的映射，且 $f: x\to y=\dfrac{2x-1}{2x+1}, x\in A, y\in B$.

(1) 在 f 作用下，求象为 9/11 的原象；

(2) 说出它是否为一一映射. 若是，写出逆映射.

5. 已知 $A=\{1,2,3,k\}, B=\{4,7,a^4,a^2+3a\}$，且 a、$k\in N$, $x\in A$, $y\in B$, $f: x\to y=3x+1$ 是 A 到 B 上的一个函数，求 a、k、A、B.

6. 已知函数 $y=2\sqrt{1-x^2}\,(0\leqslant x\leqslant 1)$，求它的反函数，并分别画出它们的图象.

7. 若 $f(x)=3x-1, g(x)=2x+3$，求满足 $f[h(x)]\equiv g(x)$ 的函数式 $h(x)$.

第三课　函数的定义域和值域

〔**知识点**〕　函数定义域和值域的概念和求法.

例 1　求下列函数的定义域：

(1) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x-x^2}}{\lg(2x-1)}+\sqrt{\sin x}$

(2) $f(x)=\sqrt{25-x^2}+\lg\cos x$

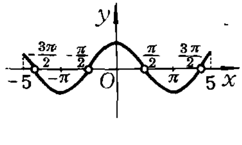


图 1－3－1

解 (1)$\begin{cases}2x-x^2\geqslant 0\\2x-1>0\\2x-1\neq 1\\\sin x\geqslant 0\end{cases}\Longleftrightarrow x\in(1/2,1)\cup(1,2]$

(2)$\begin{cases}25-x^2\geqslant 0\\\cos x>0\end{cases}\Longleftrightarrow\begin{cases}-5\leqslant x\leqslant 5\\\cos x>0\end{cases}$

观察其图象(图 1 — 3 — 1)得函数定义域是

$$[-5,-3\pi/2)\cup(-\pi/2,\pi/2)\cup(3\pi/2,5]$$

例 2 求函数 $f(x)=\ln(a^x-k\cdot 2^x)(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的定义域.

略解 即求满足 $a^x-k\cdot 2^x>0(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的 x 的范围.

(1)$k\leqslant 0$ 时,x 可取所有实数;

(2)$k>0$ 时,(i) 若 $a>2$,则 $x>\log_{a/2}k$;(ii) 若 $0<a<2$,且 $a\neq 1$,则 $x<\log_{a/2}k$;(iii) 若 $a=2$,且 $0<k<1$,则 x 可取所有实数.

注 对含参数的问题要注意对参数分类讨论.

例 3 求下列函数的值域:

(1)$y=\dfrac{x-2}{x+1}$ (2)$y=\dfrac{1}{2+x-x^2}$ (3)$y=\sqrt{-x^2+x+2}$

(4)$y=\dfrac{a+bx}{a-bx}(a>b>0,-1\leqslant x\leqslant 1)$

略解 (1) 其反函数存在且为 $y=\dfrac{x+2}{1-x}$,其反函数的定义域为 $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$,此即所给函数的值域;

(2) 由所给函数式,得

$$yx^2-yx-2y+1=0 \tag{i}$$

因必有实数 x 满足方程(i),并且对任何实数 x 都有 $y\neq 0$,于是

$$\Delta=y^2-4y(1-2y)\geqslant 0\Longleftrightarrow y<0 \text{ 或 } y\geqslant 4/9$$

当 $x=2$、-1 时,所给函数式无意义.但这时关于 y 的方程(i) 无解.故所求值域为$(-\infty,0)\cup[4/9,+\infty)$.

(3) $\because -x^2+x+2=-(x-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{9}{4}\leqslant\dfrac{9}{4}$,且 $y\geqslant 0$

$\therefore\quad 0\leqslant y\leqslant 3/2$

(4) 由原函数式得 $x=\dfrac{a(y-1)}{b(y+1)}$,于是

$$-1 \leqslant \frac{a(y-1)}{b(y+1)} \leqslant 1 \Longleftrightarrow \frac{a-b}{a+b} \leqslant y \leqslant \frac{a+b}{a-b}$$

注　第(1)题是通过求反函数的定义域得到原函数的值域；第(2)题是通过判别式法求函数的值域；第(3)题是运用配方法求函数值域；第(4)题是运用函数的定义域得到其值域. 另外，还可通过观察函数图象，运用数形结合方法得到函数值域，或利用某些已知函数的值域，通过解不等式得到别的函数的值域.

习　题　1·3

1. 选择题

(1) $y=\log_2\frac{x^2-7x+10}{3-x}$ 的定义域是(　　).

(A) $2<x<5$　　(B) $2<x<3$ 或 $x>5$

(C) $3<x<5$　　(D) $x<2$ 或 $3<x<5$

(2) 若函数 $f(x)=\log_2 x+3(x\geqslant 1)$，那么 $f^{-1}(x)$ 的定义域是(　　).

(A) R　　(B) $\{x|x\geqslant 1\}$

(C) $\{x|0<x<1\}$　　(D) $\{x|x\geqslant 3\}$

(3) 函数 $y=2^{\arcsin x}$ 的定义域和值域分别是(　　).

(A) $x\in R, y>0$　　(B) $|x|\leqslant 1, y>0$

(C) $|x|\leqslant 1, |y|\leqslant \pi/2$　　(D) $|x|\leqslant 1, 2^{-\pi/2}\leqslant y\leqslant 2^{\pi/2}$

(4) 已知函数 $y=-\sqrt{x-1}(x\geqslant 1)$，那么它的反函数是(　　).

(A) $y=x^2+1(x\in R)$　　(B) $y=x^2+1(x\leqslant 0)$

(C) $y=x^2+1(x>0)$　　(D) 不存在

2. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\frac{1}{\sqrt{7-|x-2|}}+\lg|x+1|$

(2) $y=\sqrt{1+\log_a(x+a)}$

3. 求下列函数的值域：

(1) $y=\frac{1}{(x-1)(2x-1)}$　　(2) $y=\frac{x}{|x|+1}$

(3)$y=\sqrt{(x+1)^2}-|x-1|$

4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是$[a,b]$,且 $b>-a>0$,求函数 $\varphi(x)=f(x)-f(-x)$ 的定义域.

5. 已知 $f(x)$ 的定义域为$(0,1]$,求下列函数的定义域:

(1)$f(x^2)$　　(2)$g(x)=f(x+a)\cdot f(x-a)$,$(a\leqslant 0)$

6. 设三角形的顶点为 $A(3,3)$,$B(1,0)$,$C(4,0)$. 过底边 BC 上的点 $P(x,0)$ 作 BC 的垂线,把三角形分成两部分,若将靠顶点 B 一侧的面积作为 x 的函数,试求此函数.

第四课　函数的奇偶性和单调性

[**知识点**]　函数的奇偶性、单调性等有关概念;某些函数的奇偶性和单调性的判定;某些函数的单调区间的确定.

例 1　判断下列函数的奇偶性:

(1)$f(x)=\dfrac{1}{3^x-1}+\dfrac{1}{2}$　　(2)$f(x)=\dfrac{2x-1}{5-x}$

(3)$f(x)=x^{k/2}(k\in Z)$

解　(1) 对于任意 $x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,有 $-x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,又

$$f(-x)=\frac{1}{3^{-x}-1}+\frac{1}{2}=\frac{1}{1-3^x}-\frac{1}{2}=-f(x)$$

所以 $f(x)$ 为奇函数;

(2) 此函数的定义域为 $x\neq 5$,这表明定义域不是关于原点成中心对称,所以 $f(x)$ 既是非奇函数,又是非偶函数;

(3) 当 $k=4m(m\in Z)$ 时,$f(x)$ 是偶函数;当 $k=4m+2(m\in Z)$ 时,$f(x)$ 是奇函数;当 $k=4m+1$ 或 $k=4m+3(m\in Z)$ 时,$f(x)$ 是非奇非偶函数.

注　确定函数的奇偶性可先考查函数的定义域是否关于原点对称,再研究 $f(-x)=-f(x)$ 或 $f(-x)=f(x)$ 是否恒成立.

例 2　讨论函数 $f(x)=\dfrac{ax}{x^2-1}(-1<x<1)$ 的单调性.

解 设 $-1 < x_1 < x_2 < 1$，则 $x_1x_2 + 1 > 0, x_2 - x_1 > 0, x_1^2 - 1 < 0, x_2^2 - 1 < 0$，又

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{a(x_1x_2 + 1)(x_2 - x_1)}{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}$$

所以 $f(x)$ 在定义域$(-1,1)$内，当 $a > 0$ 时，为减函数；当 $a < 0$ 时，为增函数；当 $a = 0$ 时，为常数.

例 3 求函数

$$f(x) = \log_{0.5}|x^2 - x - 12|$$

的单调区间.

解 设 $y_1 = |x^2 - x - 12|$，观察其图象(图 1－4－1)可知，函数 y_1 的递增区间为$(-3,1/2)$和$(4,+\infty)$，此即 $f(x)$ 的递减区间；y_1 的递减区间为$(-\infty,-3)$和$[1/2,4)$，此即 $f(x)$ 的递增区间.

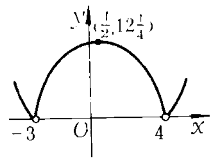


图 1－4－1

例 4 已知奇函数 $f(x)$ 在$[2,4]$上单调递减，比较 $a = f(\log_{\frac{1}{2}}8)$ 与 $b = f(\ln(1/e)^{\pi})$ 的大小.

略解 依题意，$[-4,-2]$ 是 $f(x)$ 的定义域的子集，故 $f(-3)$ 有意义，于是

$$a = f(\log_{\frac{1}{2}}8) = f(-3) = -f(3)$$

$$b = f(\ln(1/e)^{\pi}) = f(-\pi) = -f(\pi)$$

因为 $f(3) > f(\pi)$，所以 $-f(3) < -f(\pi)$，即 $a < b$.

习 题 1·4

1. 选择题

(1) 下列函数中，既是奇函数，又在其定义域上是增函数的是(　　).

(A)$y = 2^x$　(B)$y = x^3 + x^{-\frac{1}{3}}$　(C)$y = \lg x$　(D)$y = x^{\frac{1}{3}}$

(2) 下列各命题中，正确的是(　　).

(A) 若 $k \neq 0, f(x) = x/k$ 是减函数

(B) 函数 $f(x) = (\sqrt{x})^4$ 是偶函数

(C) 函数 $f(x)=\lg(1/x)$ 是增函数

(D) $f(x)=\lg(\sqrt{1+x^2}+x)$ 是奇函数

(3) 已知函数 $y=f(x)$ 是偶函数($x\in R$);又当 $x<0$ 时,$f(x)$ 是增函数;又对于 $x_1<0,x_2>0$ 时,有 $|x_1|<|x_2|$,则(　　)

(A) $f(-x_1)<f(-x_2)$　(B) $f(-x_1)=f(-x_2)$

(C) $f(-x_1)>f(-x_2)$　(D) $f(-x_1)$ 与 $f(-x_2)$ 的大小关系不定

2. 填空题

(1) 已知 $f(x)$ 为偶函数,当 $-1\leqslant x<0$ 时,$f(x)=x+1$.那么,当 $0<x\leqslant 1$ 时,$f(x)=$ ______.

(2) 函数 $y=\dfrac{x^2-2x}{1-|x-1|}$ 在区间______上是增函数,在区间______上是减函数.

(3) $f(x)$ 是偶函数,$g(x)$ 是奇函数,且 $f(x)+g(x)=1/(x-1)$,则 $f(x)=$ ______;$g(x)$ ______.

3. 判断下列函数的奇偶性:

(1) $y=kx+b(k\neq 0)$　　(2) $y=1/(x^2+x)$

(3) $y=x^{\frac{k}{3}}\cdot\sqrt{1-x^2}(k\in Z)$　　(4) $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$

4. 当 $x\in(-\infty,0)$ 时,函数 $f(x)=\log_a\dfrac{1}{x^2+1}(0<a<1)$ 是增函数还是减函数?

5. 已知函数 $f(x)=2x^2+bx$ 可以化为 $f(x)=2(x+m)^2-4$ 的形式,其中 $b>0$,求 $f(x)$ 为增函数的区间.

6. 已知 $y=f(x)$ 在它的定义域上是增函数,证明:

(1) $y=f^{-1}(x)$ 在它的定义域上也是增函数;

(2) 若 $f(x)=f^{-1}(x)$,则 $f(x)=x$.

第五课　一次函数、二次函数

〔**知识点**〕　一次函数和二次函数的图象以及它们在闭区间上的最值;判别式和韦达定理的应用.