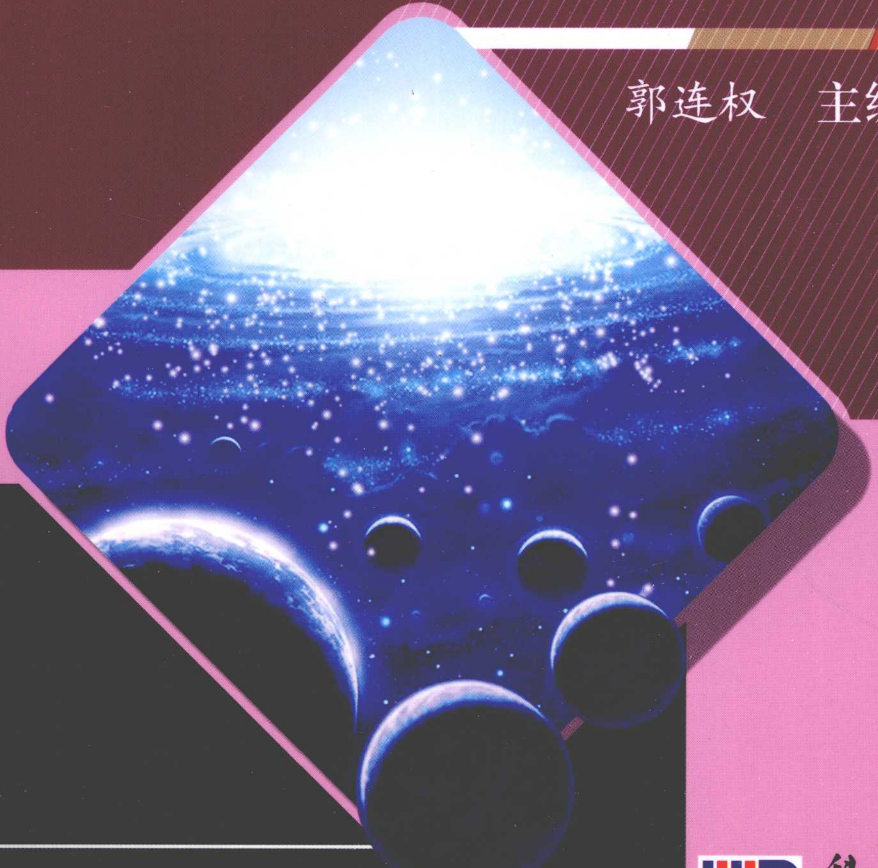
大学物理学习指南

郭连权 主编



科学出版社
www.sciencep.com

大学物理学习指南

主　编　郭连权
副主编　王　维
参　编　（以姓氏笔画为序）
李　讴
李志杰
姜　伟

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书是作者在多年教学实践的基础上，参考《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2008年版)，结合学生特点和授课内容编写而成的. 编写中，力求做到内容的系统性强、概念性强、题型新颖及多样化.

本书适合普通高等学校理工科类学生学习大学物理课程时使用，也可供教师等相关人员参考使用.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指南/郭连权主编. —北京：科学出版社，2010
ISBN 978-7-03-026876-1

Ⅰ.①大… Ⅱ.①郭… Ⅲ.①物理学-高等学校-教学参考资料
Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 033228 号

责任编辑：于俊杰 胡云志 唐保军 杨 然 / 责任校对：赵桂芬
责任印制：张克忠 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年3月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2010年3月第一次印刷 印张：19 1/2
印数：1—4 000 字数：393 000

定价：32.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

物理学是研究物质运动普遍规律和物质基本结构的科学，是自然科学中最基本的学科之一．物理学的研究范围其空间尺度之广和时间跨度之大是任何一门学科所不能比拟的．物理学不但是一切自然科学的基础，而且是一切工程技术的基础．物理学在培养高级人才，特别是在培养高水平的工程技术人才方面具有不可替代的重要作用．

培养21世纪高素质的人才，突出对学生的学习能力和创新能力的培养，适应经济社会发展的需要，是时代赋予物理教育工作者的重要任务，也是向物理教学提出的重要课题．在目前大学物理教学学时少、内容多的情况下，为学生提供一本具有强调物理内涵、注重学习方法、提高物理素养、增强学习成效的大学物理学习参考书是非常有意义的．

基于以上理由，编者综合多年的大学物理教学经验，组织编写了《大学物理学习指南》一书．希望通过本书，引导学生改变“学习方法不当、概念和规律掌握不牢、物理模型难以建立、学习效果不良”的被动状态，促进学生深入正确地理解物理概念及规律，同时，加强对学生解题方法及技巧的训练，提高学生分析问题和解决问题的能力，提高大学物理的学习成效．

本书内容包括6篇，即力学、热学、电磁学、机械振动与机械波、波动光学、近代物理学基础．这些内容又分成18章，每章包括5个部分，即：①基本要求，指出了学习中需要了解、理解或掌握的内容；②本章小结，给出了基本概念、基本规律和基本公式；③典型思考题与习题，其中含有思考题、典型计算题或证明题，并给出了详细的解答；④检测复习题，供学生自检复习用，其中含有判断题、填空题、选择题、计算或证明题；⑤检测复习题解答，该部分除判断题外，每题均给出了解答的全部过程．

在本书编写过程中，编者阅读了诸多有关的参考书及资料，吸取了其中较好的内容．同时，结合编者的教学实践，也自编了一些题目．编写中，力求做到内容的系统性强、概念性强、题型新颖及多样化．从整体上看，其内容符合《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2008年版)．但是，为了满足一些同学的要求，在编写中也编入了一些提高的内容．

本书的第3章由李志杰教授编写，第9章、第10章由李讴副教授编写，第11章由姜伟教授编写，第13～15章由王维副教授编写，其余11章由郭连权教授编

写. 全书由郭连权教授最后定稿. 本书的电子文档由研究生武鹤楠、李大业、冷利同学完成，书中插图由李大业同学完成，刘嘉慧老师对书稿进行了校对. 在此，编者对于他们为本书早日与读者见面所付出的辛勤劳动表示衷心的感谢.

由于编者水平有限，书中不妥之处在所难免，敬请读者批评指正.

编　者

2009 年 11 月于沈阳

目　录

第三篇　电　磁　学

第四篇　机械振动与机械波

第五篇　波 动 光 学

第六篇 近代物理学基础

第一篇　力　　学

第 1 章　质点运动学

1.1　基 本 要 求

1. 理解质点、参考系和惯性系等概念.

2. 掌握位矢、位移、速度、加速度等描述质点运动和运动变化的物理量.

3. 能借助于直角坐标系熟练地计算质点在平面内运动时的速度和加速度;能熟练地计算质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法相加速度.

1.2　本 章 小 结

一、特点

矢量性、瞬时性、相对性.

二、基本物理量

1. 位矢

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$$

2. 位移

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} = \Delta x\boldsymbol{i} - \Delta y\boldsymbol{j}$$

3. 速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j}$$

大小:$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

方向:$\boldsymbol{v}$ 与 x 轴正向夹角 $\theta=\arctan\frac{v_y}{v_x}$.

4. 速率

$$v = |\boldsymbol{v}| = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} \quad (S\text{ 为路程})$$

5. 加速度

直角坐标系中

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$$

大小：$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$

方向：$\boldsymbol{a}$ 与 x 轴正向夹角 $\theta=\arctan\frac{a_y}{a_x}$.

自然坐标系中

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\mathrm{t}+\boldsymbol{a}_\mathrm{n}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\mathrm{t}+\frac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$$

大小：$a=\sqrt{a_\mathrm{t}^2+a_\mathrm{n}^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{r}\right)^2}$

方向：$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{e}_\mathrm{t}$ 夹角 $\theta=\arctan\frac{a_\mathrm{n}}{a_\mathrm{t}}$.

三、运动及轨迹方程

1. 运动方程 $\begin{cases}\text{矢量式 } \boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}\\ \text{标量式}\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\end{cases}\end{cases}$

2. 轨迹方程 $F(x,y)=0$ （由标量式运动方程得到 x 和 y 的关系）.

四、运动类型

1. $a_\mathrm{n}\equiv 0$（直线运动）

$$a_\mathrm{t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\begin{cases}>0, & \text{加速直线运动}\quad (\mathrm{d}v>0)\\ <0, & \text{减速直线运动}\quad (\mathrm{d}v<0)\\ =0, & \text{匀速直线运动}\quad (\mathrm{d}v=0)\end{cases}$$

2. $a_\mathrm{n}\neq 0$（曲线运动）

$$a_\mathrm{t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\begin{cases}>0, & \text{加速曲线运动}\quad (\mathrm{d}v>0)\\ <0, & \text{减速曲线运动}\quad (\mathrm{d}v<0)\\ =0, & \text{匀速曲线运动}\quad (\mathrm{d}v=0)\end{cases}$$

3. 曲线运动特例 $\begin{cases}\text{圆周运动}\begin{cases}\text{加速圆周运动}\\ \text{减速圆周运动}\\ \text{匀速圆周运动}\end{cases}\\ \text{抛体运动}\begin{cases}\text{竖直上、下抛}\\ \text{平抛}\\ \text{斜抛}\end{cases}\end{cases}$

4. 一维运动：一维运动情况下，由 Δx、v_x、a_x 的正负就能判断位移、速度和加速度的方向，故一维运动可用标量式代替矢量式.

5. 运动的二类问题

$$\text{运动方程} \underset{\text{第二类问题：积分}}{\overset{\text{第一类问题：微分}}{\rightleftarrows}} \boldsymbol{v}\text{、}\boldsymbol{a}\text{ 等}$$

五、角量与线量的关系

1. 角速度（标量式）

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \quad (\theta\text{ 为角坐标})$$

2. 角加速度（标量式）

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

3. 角量与线量的关系 $\begin{cases} \text{速率与角速度大小关系为 } v=r\omega \\ \text{切向加速度大小与角加速度大小关系为 } a_t=r\alpha \\ \text{法向加速度大小与角加速度大小关系为 } a_n=r\omega^2 \end{cases}$

六、相对运动

设有参考系 E、M，M 相对于 E 运动. 质点 P 相对于 E、M 运动.

1. 相对速度：$\boldsymbol{v}_{PE}=\boldsymbol{v}_{PM}+\boldsymbol{v}_{ME}$，即 P 对 E 的速度等于 P 对 M 的速度与 M 对 E 的速度的矢量和.

2. 相对加速度：$\boldsymbol{a}_{PE}=\boldsymbol{a}_{PM}+\boldsymbol{a}_{ME}$，即 P 对 E 的加速度等于 P 对 M 的加速度与 M 对 E 的加速度的矢量和.

1.3　典型思考题与习题

一、思考题

1. 指出下列各量的物理意义：

$$\boldsymbol{r}\text{、}r\text{、}\Delta\boldsymbol{r}\text{、}\Delta r\text{、}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}\text{、}\frac{\Delta S}{\Delta t}\text{、}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\text{、}\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\text{、}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\text{、}\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|\text{、}\frac{\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}\text{、}\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}.$$

解　$\boldsymbol{r}$ 表示质点在某时刻的位矢；

$r=|\boldsymbol{r}|$ 表示质点在 t 时刻位矢的大小；

$\Delta\boldsymbol{r}$ 表示质点在 t 时刻附近 Δt 时间间隔内位移；

Δr 表示质点在 t 时刻附近 Δt 时间间隔内位矢长度增量；

$\Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$ 表示质点在 t 时刻附近 Δt 时间间隔内的平均速度；

$\Delta S/\Delta t$ 表示质点在 t 时刻附近 Δt 时间间隔内的平均速率；

$\mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$ 表示质点在 t 时刻的速度；

$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t|$ 表示质点在 t 时刻的速率；

$\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 表示质点在 t 时刻的加速度；

$|\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t|$ 表示质点在 t 时刻的加速度的大小；

$\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|/\mathrm{d}t$ 表示质点在 t 时刻的切向加速度(标量式)；

$\mathrm{d}S/\mathrm{d}t$ 表示质点在 t 时刻的速率.

2. 讨论下列结果是否正确：

(1) 设 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$，则质点在某一点的速度和加速度分别为

(a) $v=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$；(b) $a=\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$.

(2) 设 $\boldsymbol{v}$ 为一质点的运动速度，则一定有 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$.

解　(1) 两种说法都不正确.

(a)
$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$$

因为 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$ 与 $\mathrm{d}r$ 含义不同，所以 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$ 不能用 $\mathrm{d}r$ 代替. 故 $v\neq\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$.

(b) $a=|\boldsymbol{a}|=\left|\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right|$ 表示质点位矢对时间二次导数的大小；而 r 与 $\boldsymbol{r}$ 的含义不同，所以 $\left|\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right|$ 不能用位矢大小对时间二次导数 $\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$ 来代替. 故 $a\neq\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$.

(2) 不正确.

可知 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=|\boldsymbol{a}|=a$ 及 $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}=a_{\mathrm{t}}$. 例如，在曲线运动时，$a_{\mathrm{n}}\neq0$，因为 $a=\sqrt{a_{\mathrm{n}}^2+a_{\mathrm{t}}^2}$，而 $a_{\mathrm{n}}\neq0$，所以 $a\neq a_{\mathrm{t}}$. 即 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$.

那么，有没有 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$ 的情况呢？回答是：有. 这是在 $a_{\mathrm{n}}\equiv0$，即直线运动时，且 $a_{\mathrm{t}}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\geqslant0$ 时，才有此结果.

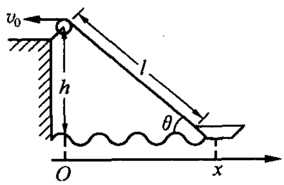


图 1-1

3. 如图 1-1 所示. 河中有一小船，当有人在离河面有一定高度的岸上以匀速率 v_0 收绳子时，小船即向岸边靠拢. 不考虑河水流速，这时关于小船运动的情况如何？

解　如图 1-1 所示取坐标. 可有

$$l^2=h^2+x^2 \tag{1-1}$$

将(1-1)式两边对时间 t 求导数，有

$$2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{1-2}$$

因为 $\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}<0$，所以 $\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=-v_0$. 而 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，故

$$v=-\frac{l}{x}v_0=-\frac{v_0}{\cos\theta}$$

即船运动方向沿 x 轴负向，速率$>v_0$.

将(1-2)式两边对 t 求导数有

$$\left(\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}\right)^2=\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+x\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

注意$\frac{\mathrm{d}^2l}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(-v_0)=0$. 由上式有

$$(-v_0)^2=\left(-\frac{v_0}{\cos\theta}\right)^2+xa$$

即

$$a=v_0^2\left(\frac{-1}{\cos^2\theta}+1\right)\Big/x=-v_0^2\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\frac{1}{h/\tan\theta}=-\frac{v_0^2}{h}\tan^3\theta$$

因为 $\boldsymbol{a}$ 方向与 $\boldsymbol{v}$ 方向一致，所以船是变加速运动.

二、典型习题

1. 如图 1-2 所示，一质点由 O 点出发，沿边长为 2m 的正方形路径 $OABCO$ 经 2s 的时间返回出发点. 在此期间求：

(1) 质点的位移；

(2) 质点通过的路程；

(3) 质点的平均速度；

(4) 质点的平均速率；

(5) 若出发时速率为 $3\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，返回到出发点时速率为 $4\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则此期间质点的平均加速度为何？

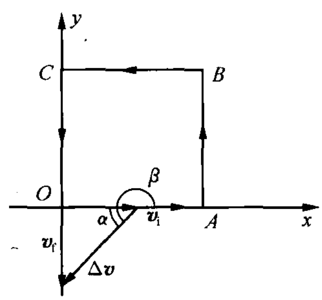


图 1-2

解　(1)
$$\Delta\boldsymbol{r}=0$$

(2)
$$\Delta S=8\mathrm{m}$$

(3)
$$\boldsymbol{v}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=0$$

(4)
$$\bar{v}=\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{8}{2}=4(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

(5)
$$\boldsymbol{a}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

$\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{a}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}\right| = \frac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3^2+4^2}}{2} = 2.5(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$$

$\boldsymbol{a}$ 的方向：与 x 轴正向夹角为

$$\beta = \pi + \alpha = \pi + \arctan\frac{|\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}|}{|\boldsymbol{v}_{\mathrm{i}}|} = \pi + \arctan\frac{4}{3}.$$

注意：i) 位移与路程的区别；

ii) 平均速率与平均速度的区别；

iii) 求矢量结果时要指明其大小和方向.

2. 已知一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=b\sin\omega t\,\boldsymbol{i}+c\cos\omega t\,\boldsymbol{j}$，式中 b、c、ω 均为常量.

求：(1) 质点标量形式的运动方程；

(2) 质点速度；

(3) 质点加速度；

(4) 质点的轨迹方程，并做图（设 $|b|>|c|$）；

(5) 第 1s 末质点的位移.

解　(1) 依题意有

$$\begin{cases} x = b\sin\omega t \\ y = c\cos\omega t \end{cases}$$

(2)
$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j}$$

因为

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = b\omega\cos\omega t \\ v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -c\omega\sin\omega t \end{cases}$$

所以 $\boldsymbol{v} = b\omega\cos\omega t\,\boldsymbol{i} - c\omega\sin\omega t\,\boldsymbol{j}$.

(3) $\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j}$

因为

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -b\omega^2\sin\omega t \\ a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -c\omega^2\cos\omega t \end{cases}$$

所以 $\boldsymbol{a} = -b\omega^2\sin\omega t\,\boldsymbol{i} - c\omega^2\cos\omega t\,\boldsymbol{j}$.

(4) 由(1)得轨迹方程为

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1$$

即轨迹为椭圆，如图 1-3 所示.

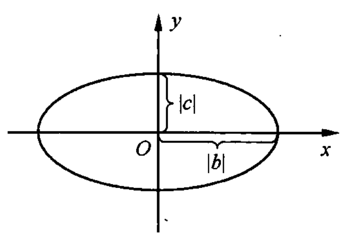


图 1-3

(5) 位移为

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_0 &= (x_1 - x_0)\boldsymbol{i} + (y_1 - y_0)\boldsymbol{j} \\ &= (b\sin\omega - 0)\boldsymbol{i} + (c\cos\omega - c)\boldsymbol{j} \\ &= b\sin\omega \boldsymbol{i} + c(\cos\omega - 1)\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

注意:i) 运动方程的两种表达方法;

ii) 位移的概念及计算方法;

iii) 运动学中有两类问题,即已知运动方程求 $\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 等;或已知 $\boldsymbol{a}$(或 $\boldsymbol{v}$)及初始条件求运动方程. 此题属于前一类.

3. 质点沿半径为 $R=2\text{m}$ 的圆周做逆时针方向运动,路程 S 随时间 t 变化关系为 $S=t+\frac{1}{3}t^3$(SI),设 θ 为总加速度与半径夹角. 求:

(1) 质点速度的大小;

(2) 质点切向加速度的大小;

(3) 质点法向加速度的大小;

(4) 第 3s 末 θ 值;

(5) 第 3s 末总加速度大小;

(6) 第 3s 末质点角速度大小;

(7) 第 3s 末质点角加速度大小.

解　(1) 速度的大小即速率为

$$v = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = 1 + t^2$$

(2) 质点切向加速度的大小为

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 S}{\mathrm{d}t^2} = 2t$$

(3) 质点法向加速度的大小

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(1+t^2)^2}{2}$$

(4) 第 3s 末 θ 值

$$\theta = \arctan\frac{a_t}{a_n} = \arctan\frac{2\times 3}{\dfrac{(1+3^2)^2}{2}} = \arctan\frac{3}{25}$$

(5) 第 3s 末总加速度大小

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(2\times 3)^2 + \left[\frac{(1+3^2)^2}{2}\right]^2} = 50.4(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

(6) 第 3s 末质点角速度大小

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{1+3^2}{2} = 5(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$$

(7) 第 3s 末质点角加速度大小

$$a=\frac{a_t}{R}=\frac{2\times 3}{2}=3(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

4. 在 $t=0$ 时刻,将一物体(看成质点)从原点以初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 沿抛射角 θ 方向抛出,如图 1-4 所示,不计空气阻力.

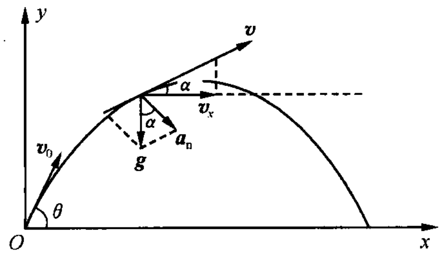


图 1-4

(1) 试求任意时刻物体的法向加速度的大小;

(2) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$是否变化 ($\boldsymbol{v}$ 为物体速度)?

(3) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$是否变化 ($v$ 为物体速率)?

(4) 轨道上何处曲率半径最大? 其值为何?

(5) 轨道最高点的曲率半径为何?

解 (1) 如图 1-4 所示,可知物体的运动方程为

$$\begin{cases} y=v_0\sin\theta t-\dfrac{1}{2}gt^2 \\ x=v_0\cos\theta t \end{cases} \tag{1-3}$$

〈方法一〉:$a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

由(1-3)式有

$$\begin{cases} v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v_0\cos\theta \\ v_y=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v_0\sin\theta-gt \end{cases}$$

将 v_x、x_y 代入 v 中,有

$$v=\sqrt{(v_0\cos\theta)^2+(v_0\sin\theta-gt)^2}=\sqrt{v_0^2-2v_0\sin\theta gt+g^2t^2} \tag{1-4}$$

设曲率半径为 ρ,有

$$\frac{1}{\rho}=\frac{|y''|}{(1+y'^2)^{3/2}} \tag{1-5}$$

$$y'=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}y/\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x/\mathrm{d}t}=\frac{v_y}{v_x}=\frac{v_0\sin\theta-gt}{v_0\cos\theta}$$

$$y''=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}y'=\frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{v_0\sin\theta-gt}{v_0\cos\theta}\right)\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\frac{-g}{v_0\cos\theta}\cdot\frac{1}{v_0\cos\theta}=-\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta}$$

将 y'、y''代入(1-5)式中,有