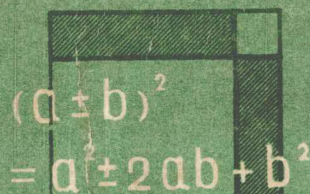
DAISHU

初级中学课本

代数

第二册



人民教育出版社

初级中学课本
代　　数
第二册
人民教育出版社数学室编
*
人民教育出版社出版
湖北人民出版社重印
湖北省新华书店发行
湖北省新华印刷厂印装
*
开本 787×1092 1/32　印张 5.75　字数 97,000
1983 年 6 月第 1 版　1984 年 11 月湖北第 2 次印刷
印数 710,501—1,210,500
书号 K7012·0487　　定价 0.35 元
0.49元

说　明

一、这套《初级中学课本代数》第一至四册，是在中小学通用教材数学编写组编的《全日制十年制学校初中课本(试用本)数学》第一至六册中的代数部分的基础上，吸收了几年来各地在试用中的一些意见编写而成的.

二、本书内容包括：二元一次方程组、整式的乘除、因式分解和分式，供初中一年级第二学期使用，每周5课时.

三、本书的习题共分三类：练习、习题、复习参考题.

1. 练习　供课内练习使用.

2. 习题　供课内课外作业选用.

3. 复习参考题　供每章复习选用，其中少量带有“*”号的题，仅供学有余力的学生参考使用.

四、本书由人民教育出版社数学室编写. 参加编写工作的有蔡上鹤、陶振宗、贾云山、袁明德等. 全书由张孝达、吕学礼校订.

目　　录

第五章　二元一次方程组

5.1　二元一次方程

我们来看下面的问题:

已知两个数的和是 7, 求这两个数.

这个问题里有两个未知数, 如果设一个数是 x, 另一个数是 y, 那么根据题意, 可以列出方程

$$x+y=7.$$

这个方程含有两个未知数, 并且含有未知数的项的次数都是 1, 这样的方程叫做**二元一次方程.**

当 $x=3$, $y=4$ 时, 方程 $x+y=7$ 左右两边的值相等, 我们说 $x=3$, $y=4$ 是适合(或满足) 方程 $x+y=7$ 的. 适合一个二元一次方程的每一对未知数的值, 叫做**这个二元一次方程的一个解**. 例如 $x=3, y=4$ 就是方程 $x+y=7$ 的一个解, 我们把它记作

$$\begin{cases} x=3, \\ y=4. \end{cases}$$

要求二元一次方程 $x+y=7$ 的解, 可以把这个方程变形, 用含有 x 的代数式表示 y, 得

$$y=7-x.$$

在这个方程里, 如果 x 取一个值, 就可以求出与它对应

的 y 的一个值．例如:

取 $x=-1$, 可以得到 $y=8$;

取 $x=0$, 可以得到 $y=7$;

取 $x=2.7$, 可以得到 $y=4.3$;

取 $x=5$, 可以得到 $y=2$;

………　　　　………．

这样得到的每一对未知数的值都适合方程 $x+y=7$, 所以它们都是这个方程的解．

对于任何一个二元一次方程，让其中一个未知数取任意一个值，都可求出与它对应的另一个未知数的值．因此，任何一个二元一次方程都有无数个解．

由二元一次方程的所有的解组成的集合，叫做这个二元一次方程的解集．

练　习

1. （口答）下列方程中，哪些是二元一次方程，哪些不是，为什么?

(1) $2x-3y=9$;　　　　(2) $x+1=6z$;

(3) $\frac{1}{x}+4=2y$;　　　　(4) $x-5=3y^2$.

2. （口答）在

$$\begin{cases}x=0,\\y=-2,\end{cases}\qquad\begin{cases}x=2,\\y=-3,\end{cases}\qquad\begin{cases}x=1,\\y=-5\end{cases}$$

三对数值中，

(1) 哪几对是方程 $2x-y=7$ 的解?

(2) 哪几对是方程 $x+2y=-4$ 的解?

3. 在下列方程中，用含 x 的代数式表示 y:

(1) $2x+y=3$;　　(2) $3x-y=2$;

(3) $x+3y=0$;　　(4) $2x-3y+5=0$.

4. 在方程 $3x+2y=12$ 中，设 $x=2, 3, 4, 5$, 分别求出对应的 y 的值。

5.2 二元一次方程组

我们再来看下面的问题:

有甲、乙两个数，甲数的 3 倍比乙数的 2 倍多 11, 甲数的 2 倍与乙数的 3 倍的和是 16, 求甲、乙两数.

这个问题，用设一个未知数列一元一次方程的方法来求解，比较困难. 如果设两个未知数，例如设甲数是 x, 乙数是 y, 那么就可以列出下面两个二元一次方程:

$$3x-2y=11, \tag{1}$$

$$2x+3y=16. \tag{2}$$

上面的问题就是要求出既适合方程(1), 又适合方程 (2) 的 x 与 y 的值，也就是求出这两个方程的公共解.

把这两个方程变形，用含有 x 的代数式表示 y, 得

$$y=\frac{3}{2}x-\frac{11}{2}, \tag{3}$$

$$y=\frac{16}{3}-\frac{2}{3}x. \tag{4}$$

从(3)可以求得方程(1)的一些解

$$\begin{cases}x=0,\\ y=-\dfrac{11}{2},\end{cases}\quad \begin{cases}x=1,\\ y=-4,\end{cases}\quad \begin{cases}x=5,\\ y=2,\end{cases}\quad \cdots;$$

从(4)可以求得方程(2)的一些解

$$\begin{cases}x=3,\\ y=\dfrac{10}{3},\end{cases}\qquad \begin{cases}x=5,\\ y=2,\end{cases}\qquad \begin{cases}x=7,\\ y=\dfrac{2}{3},\end{cases}\quad \cdots.$$

可以看出，其中的

$$\begin{cases}x=5,\\ y=2\end{cases}$$

既是方程(1)的一个解，又是方程(2)的一个解，所以它就是这两个方程的公共解.

上面所说，可以用图 5-1 来表示.

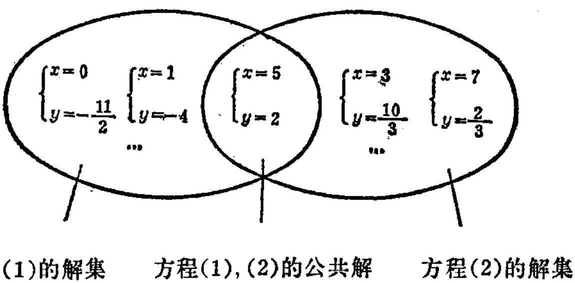


图 5-1

由几个方程组成的一组方程，叫做**方程组**. 由几

个一次方程组成并含有两个未知数的方程组，叫做**二元一次方程组**. 例如，上面的方程(1)，(2)合在一起，就组成一个二元一次方程组，记作

$$\begin{cases}3x-2y=11,\\2x+3y=16.\end{cases}$$

本章中所说的二元一次方程组，都是指由两个一次方程组成的二元一次方程组.

方程组里各个方程的公共解，叫做这个**方程组的解**. 例如，上面的方程(1)，(2)的公共解

$$\begin{cases}x=5,\\y=2\end{cases}$$

就是方程组

$$\begin{cases}3x-2y=11,\\2x+3y=16\end{cases}$$

的解.

练　习

1. (口答)下列方程组中，哪些是二元一次方程组，哪些不是，为什么?

(1) $\begin{cases}x+3y=5,\\2x-3y=3;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+3y=6,\\x^2-y^2=8;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x+3y=9,\\y+z=7;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}x+3y=5\\xy=2;\end{cases}$

(5) $\begin{cases} x+3y=3, \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{2y}{3}=1; \end{cases}$　　　　(6) $\begin{cases} x+3y=2, \\ \dfrac{6}{x}-2y=3. \end{cases}$

2. (口答)在

$$\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases} \qquad \begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases} \qquad \begin{cases} x=4, \\ y=5 \end{cases}$$

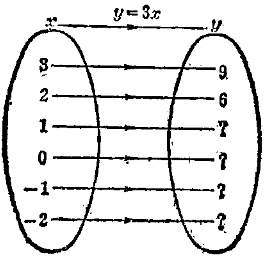
三对数值中，哪一对是下列方程组的解？

(1) $\begin{cases} 2x-y=3, \\ 3x+4y=10; \end{cases}$　　　　(2) $\begin{cases} y=2x-3, \\ 4x-3y=1. \end{cases}$

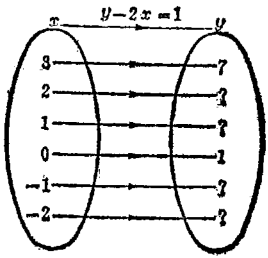
3. 根据已知条件，求出 y 的值，分别填入下列各图的右圈里，并找出方程组

$$\begin{cases} y=3x, \\ y-2x=1 \end{cases}$$

的解。



(1)



(2)

(第 3 题)

5.3　用代入法解二元一次方程组

求方程组的解的过程，叫做**解方程组**。

下面我们来学习解二元一次方程组的两种常用方法．

我们已经学过解一元一次方程，如果能够通过二元一次方程组里的两个方程，得到一个只含一个未知数的一元方程(即一元一次方程)，求出这个未知数的值,然后再设法求出另一个未知数的值,问题就解决了．

下面我们就按照这条化“二元”为“一元”的思路来分析具体问题．例如,解方程组

$$\begin{cases} y=2x, \\ x+y=3, \end{cases}$$

这就是要求出这两个二元一次方程的公共解．如果这两个二元一次方程有公共解，那么两个方程中同一个未知数就应取相同的值．因此，第二个方程中的 y 可用第一个方程中表示 y 的代数式 $2x$ 来代替:

$$y=\boxed{2x}\,, \qquad (1)$$

$$\downarrow$$

$$x+\ \ y=3. \qquad (2)$$

把(1) 代入 (2)，得 $x+2x=3$．这样,就由两个二元一次方程得到一个一元一次方程，消去了一个未知数．解这个一元一次方程,得 $x=1$,把 $x=1$ 代入(1)，就可以得到 $y=2$．

要检验所得结果是不是原方程组的解，应把这对数值代入原方程组里的每一个方程进行检验．

经过检验可以知道，由上述步骤得到的一对未知数的值

$$\begin{cases}x=1,\\ y=2\end{cases}$$

是原方程组的解.

我们再看几个例子.

例 1　解方程组

$$\begin{cases}y=1-x, & (1)\\ 3x+2y=5. & (2)\end{cases}$$

解：把(1)代入(2)，得

$$3x+2(1-x)=5,$$

$$3x+2-2x=5,$$

$$\therefore \qquad x=3.$$

把 $x=3$ 代入(1)，得

$$y=-2.$$

$$\therefore \qquad \begin{cases}x=3,\\ y=-2.\end{cases}$$

检验：把 $x=3, y=-2$ 代入(1)，得

左边 $=-2$，　右边 $=1-3=-2$，

左边 $=$ 右边；

再代入(2)，得

左边 $=3\times3+2\times(-2)=5$，　右边 $=5$，

左边 $=$ 右边，

所以

$$\begin{cases}x=3,\\y=-2\end{cases}$$

是原方程组的解.

(检验可用口算,不必写出,以下同.)

例 2 解方程组

$$\begin{cases}2x+5y=-21, & (1)\\x+3y=8. & (2)\end{cases}$$

分析: 在这个方程组里,方程(2)中未知数 x 的系数是 1,为了方便起见,可以先把方程(2)变形,用含 y 的代数式表示 x,然后再解.

解: 由(2),得

$$x=8-3y. \qquad (3)$$

把(3)代入(1),得

$$2(8-3y)+5y=-21,$$

$$16-6y+5y=-21,$$

$$-y=-37,$$

$$\therefore \quad y=37.$$

把 $y=37$ 代入(3),得

$$x=8-3\times 37,$$

$$\therefore \quad x=-103.$$

$$\therefore \quad \begin{cases}x=-103,\\y=37.\end{cases}$$

例 3 解方程组

$$\begin{cases}2x-7y=8, & (1)\\ 3x-8y-10=0. & (2)\end{cases}$$

分析: 在这个方程组里, 每个方程中各个未知数的系数都不是 1, 但可以运用方程同解原理把其中的一个方程变形, 使这个方程中的一个未知数的系数为 1, 然后再解.

解: 由(1), 得

$$2x=8+7y,$$

$$x=\frac{8+7y}{2}. \qquad (3)$$

把(3)代入(2), 得

$$\frac{3(8+7y)}{2}-8y-10=0,$$

$$24+21y-16y-20=0,$$

$$5y=-4,$$

$$\therefore \quad y=-\frac{4}{5}.$$

把 $y=-\frac{4}{5}$ 代入(3), 得

$$x=\frac{8+7\times\left(-\frac{4}{5}\right)}{2},$$

$$\therefore \quad x=1\frac{1}{5}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x = 1\dfrac{1}{5}, \\ y = -\dfrac{4}{5}. \end{cases}$$

上面几个例题的解题步骤一般是:

1. 将方程组里的一个方程变形，用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数;

2. 用这个代数式代替另一个方程中相应的未知数，使解二元一次方程组转化为解一元一次方程，求得一个未知数的值;

3. 把求得的这个未知数的值代入原方程组里的任意一个方程，求得另一个未知数的值，从而得到方程组的解。

这种解方程组的方法叫做**代入消元法**，简称**代入法**。

练 习

1. 用代入法解下列方程组，并写出检验:

(1) $\begin{cases} y = 2x, \\ 7x - 3y = 1; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x + 5z = 6, \\ 3x - 6z = 4. \end{cases}$

2. 用代入法解下列方程组:

(1) $\begin{cases} y = 2x - 3, \\ 3x + 2y = 8; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 6x - 5y = -1, \\ x = \dfrac{2}{3}; \end{cases}$

(3) $\begin{cases}2s=3t,\\3s-2t=5;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}2x-z=5,\\3x+4z=2;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}2x+3y=-1,\\4x-9y=8;\end{cases}$ (6) $\begin{cases}3m-4n=7,\\9m-10n+25=0.\end{cases}$

5.4 用加减法解二元一次方程组

我们再来学习另一种通过消去未知数来解二元一次方程组的方法. 例如,解方程组

$$\begin{cases}x+y=5, & (1)\\x-y=1. & (2)\end{cases}$$

在这个方程组的两个方程中, 未知数 y 的系数互为相反数,如果把这两个方程的两边分别相加,就可以消去 y,得到一个一元一次方程.

$$\begin{array}{c}x\ \boxed{\begin{array}{c}+y\\-y\end{array}}\ \begin{array}{l}=5,\\=1.\end{array}\end{array}\qquad\begin{array}{r}(1)\\(2)\end{array}$$

(1)+(2),得

$$2x=6. \qquad (3)$$

由(3),得 $x=3$. 把 $x=3$ 代入(1)或(2),得 $y=2$. 经过检验,

$$\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$$

是原方程组的解.

在上面的方程组的两个方程中，我们又看到，未知数 x 的系数相等. 如果把这两个方程的两边分别相减，就可以消去未知数 x，也能得到一个一元一次方程.

$$\boxed{\begin{matrix} x \\ x \end{matrix}}\begin{matrix} +y=5, \\ -y=1. \end{matrix} \qquad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

(1) − (2)，得

$$2y=4. \tag{4}$$

由(4)，得 $y=2$. 把 $y=2$ 代入(1)或(2)，得 $x=3$.

我们再看几个例子.

例 1 解方程组

$$\begin{cases} 3x+7y=-20, & (1) \\ 3x-5y=16. & (2) \end{cases}$$

分析：在这两个方程中，未知数 x 的系数相等，把方程(1)，(2)的两边分别相减，就可以消去 x.

解：(1) − (2)，得

$$12y=-36,$$

$$\therefore \quad y=-3.$$

把 $y=-3$ 代入(1)，得

$$3x+7\times(-3)=-20,$$

$$\therefore \quad x=\frac{1}{3}.$$