



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿

# 高中 优秀教案

GAOZHONGYOUXIUJIAOAN

## 数学

配人教 A 版

【必修 1】

本书由部分省市优秀教学设计大赛获奖作品选编而成



南方出版社



志鸿优化系列丛书

# 高中 优秀教案

GAO ZHONG YOU XIU JIAO AN

配人教 A 版

【必修 1】**数学**

南方出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

高中优秀教案·数学·1:必修:配人教版/任志鸿主编. —2版. —海口:  
南方出版社, 2005. 6(2009. 7 重印)

(志鸿优化系列丛书)

ISBN 978-7-80660-668-1

I. 高... II. 任... III. 数学课—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 057355 号

责任编辑:杨 凯

策 划:张延军

**志鸿优化系列丛书**

高中优秀教案·数学·必修:1

任志鸿 主编

南方出版社 出版

(海南省海口市和平大道 70 号)

邮编:570208 电话:0898—66160822

山东鸿杰印务集团有限公司印刷

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

2009 年 7 月第 5 版 2009 年 7 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:145 字数:2990 千字

定价:365.00 元(全套共 9 册)

(如有印装质量问题请与承印厂调换)



# 前言

EXCELLENT TEACHING PLANS

## FOREWORD

自新一轮课程改革在神州大地破土而出,新课标的教学理念、教材组织形式、教学结果评价方式的变化层出不穷,叹为观止。在这样一个变革的年代,《优秀教案》始终紧跟改革的步伐。

随着越来越多的省份加入新课改,老师们的教学思路越来越多,教学设计构思也越来越巧妙。正如叶圣陶先生所说:“教育者不是造神,不是造石像,不是造爱人。他们所要创造的是真善美的活人。”其实作为“创造者”的老师们在一线教学实践和研究中创造出了很多有价值的教学案例和设计。许多一线老师通过自己的努力,为新课程教材的教学提供了很多有益的想法。这些内容刊登在各种教学杂志上,产生于教研部门的优秀教案评选或讲课比赛中。如果能够把这些好的案例集中起来,一定能够对教师的备课、教学提供很大的帮助。

为此,我们通过采取与教研部门核心期刊杂志合作等形式,聘任专家,组织出版了高中《优秀教案》丛书。本丛书的稿件来源是各种教学研究(评比)活动中评选出来的优秀教案和权威教学杂志中刊登的教案。这些作品展示了近几年课改的成果,代表了课改发展的方向。这类教案具有极大的参考和研究价值,是新课程改革条件下一线教师研究学习教学设计的范本。

本书有以下特点:

**个性独特,匠心独具。**本书力求再现他们在教学实践中的独特发现:对教材知识体系挖掘以求“深”,辨误以求“真”,考查以求“准”;对教材内容的梳理系统以求“全”,创新以求“异”对教材的教法发散以求“活”,思维变化以求“新”,分析对比以求“博”。

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌


**篇篇精彩,课课经典。**每一个教案都来自实行新课标地区的省级研活动或者学科教学领域的核心期刊,还有不少是全国教学设计获奖作品。它们都是从众多的案例中经过层层筛选,优中选优,保证每一篇内容都精彩纷呈。这些在教坛耕耘多年的名师把他们的经验和智慧凝结到他们的作品中。他们对教学的每个环节,每一个步骤都经再三推敲、斟酌,打造出来的是可以供长期参考使用的经典教学案例。

**实用新颖,理念成熟。**课程改革对学生强调的是知识的生成。这种课程理念的贯彻需要教师既要调动学生主动的学习热情,又要通过教师的主导作用提高课堂效率。教案的筛选力求兼顾实用性和新颖性。每一篇带给您不同的感受,指引着课程改革的方向,引领着课程改革的潮流。

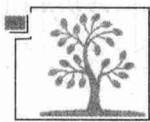
**一课多案,更多选择。**部分课时有多个思路迥异的精彩设计。细细品味,比较研读,既能感悟“教学有法,教无定法”的深刻内涵,又可以在教学中博采众长,使您的课堂融各家优点于一身,精彩每一瞬间。

我们相信,这套丛书将为广大新课标省份的教师提供更好的备课素材,为广大教师提供更具个人风格的优秀作品。当然,作为选集必然带有主编者的个人主观色彩,我们欢迎广大教师批评指正,同时欢迎更多的教师积极参与到本套丛书的更新发展之中。欢迎您将您的优秀教学案例和设计邮寄给我们,我们将为您提供平台与广大同行交流、分享,希望本套丛书能够与您同进步!

**优秀教案丛书编委会**



用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌



# 目录

## CONTENTS

模块纵览 .....	1
第一章 集合与函数概念 .....	3
1.1 集合 .....	4
1.1.1 集合的含义与表示 .....	4
1.1.2 集合间的基本关系 .....	11
1.1.3 集合的基本运算 .....	20
1.2 函数及其表示 .....	32
1.2.1 函数的概念 .....	32
1.2.2 函数的表示法 .....	41
1.3 函数的基本性质 .....	57
1.3.1 单调性与最大(小)值 .....	57
1.3.2 奇偶性 .....	69
实习作业 .....	81
本章复习 .....	81
第二章 基本初等函数( I ) .....	92
2.1 指数函数 .....	93
2.1.1 指数与指数幂的运算 .....	93
2.1.2 指数函数及其性质 .....	112
2.2 对数函数 .....	128
2.2.1 对数与对数运算 .....	128
2.2.2 对数函数及其性质 .....	143

2.3 幂函数 .....	170
本章复习 .....	178
函数图象及其应用 .....	182
<b>第三章 函数的应用 .....</b>	<b>189</b>
3.1 函数与方程 .....	189
3.1.1 方程的根与函数的零点 .....	189
3.1.2 用二分法求方程的近似解 .....	195
3.2 函数模型及其应用 .....	220
3.2.1 几类不同增长的函数模型 .....	220
3.2.2 函数模型的应用实例 .....	234
实习作业 .....	246
本章复习 .....	257
<b>推荐网址 .....</b>	<b>265</b>

# 模块纵览

## 课标要求

### 1. 知识与技能

认识和理解集合、映射、函数、幂函数、指数函数、对数函数等概念，认识和理解它们的有关性质和运算，具有一定的把函数应用于实际的能力。

### 2. 过程与方法

通过背景的给出，通过经历、体验和实践探索过程的展现，通过数学思想方法的渗透，让学生体会过程的重要，并在过程中学习知识，同时领会一定的数学思想和方法。

### 3. 情感、态度与价值观

教育的根本目的是育人。通过对本模块内容的教学，使学生在学习和运用知识的过程中提高对数学学习的兴趣，并在初中函数的学习基础上，对数学有更深刻的感受，提高说理、批判和质疑精神，形成锲而不舍追求真理的科学态度和习惯，树立良好的情感态度和价值观。

## 内容概述

本模块共三章：第一章集合与函数概念；第二章基本初等函数(I)；第三章函数的应用。

本模块为了用集合与对应的语言刻画函数概念，先在第一章给出集合的有关概念、表示、关系和运算等；然后从函数实例出发深化函数概念及其表示，并研究映射概念；进而又给出了函数的性质：单调性、最值、奇偶性，这也是对函数的深化；接下来再回到特殊的函数——基本初等函数，继续认识函数，本模块重点涉及了指数函数、对数函数、幂函数；最后专门给出了函数在数学和实际中的一些应用实例，使函数的价值得到体现，也是进一步巩固函数的概念，更加强了数学的应用。

概括地说，本模块的核心内容是“函数”。函数是描述现实世界最重要、最常用的数学模型，是贯穿整个高中数学的纽带，是学生进一步学习的基础，是未来公民的必需，因此，整个模块以函数作为中心，以函数思想作为指导思想。

本模块无论是数还是形都用函数观点来研究，研究它们的变化及其规律。对方程的认识和研究，也是从函数出发，把它与两个函数相结合，把它的解看成两个函数图象的交点的横坐标。这里把函数作为整体来认识，方程则被看成是包含于函数的局部。

## 教学建议

教师，对数学应该有自己深入的想法，只有教师深入了才能有教学的浅出；教师，对于教学也应该有自己的想法，唯其有自己的想法，才能发挥自己的特长，教出具有独到想法的学生。

### 1. 抓住核心，重点突破

由于函数是本模块的重点和核心，因此教师要重视函数的教学，向学生贯彻函数的数学思想，逐步让学生掌握学会函数，更会用函数的思想去解决数学和实际问题。函数概念的教学要从实际背景和定义两个方面帮助学生理解函数的本质，教学中可引导学生联系生活常识，尝试列举具体函数，构建函数的一般定义。要注意：①构成函数的要素和相同函数的含



义;②函数的三种表示法的联系、区别与适用性;③分段函数的意义;④映射的概念和判断.教学中应强调对函数概念本质的理解,在求函数定义域、值域时,要控制难度.

### 2. 用课本教,而非教课本

《普通高中数学课程标准》是在《基础教育课程改革纲要(试行)》的指导下编写的,是数学学科教育目标的具体化,体现数学学科对学生最起码的要求,是编制高考大纲的依据,是数学教学和培养学生数学素质的主要依据,具有指导性.《普通高中数学课程标准》的目标是包含“双基”在内的三维发展目标:知识与技能,过程与方法,情感、态度与价值观.在这种教学过程中,课本仅仅是一种学习工具,是课程标准的具体化,课本内容仅仅是帮助学生实现三维发展目标的一种载体,并不要求学生将课本内容全部掌握.由于高中数学课本版本的多样化,高考数学只能依据高中数学课程标准而不是某个版本的课本来命题,因此在处理新课标课时,首先要考虑高中数学课程标准的培养目标和具体要求.就课本来说,版本不同,对课程标准的理解就有不同,其处理的方式也就不同,因此,在教学中,要深入钻研课程标准、课本、学生,找准三者的连接点.这样在新课程改革的形势下,课本仅仅是教学的素材,在教学过程中,以课本为依托,把课本当作指导教学的素材和蓝本,创造性地使用、改造课本,最终突破课本,即变“教课本”为“用课本教”,树立“用课本教”的课本观.同时这也要求提醒学生,不要把课本看得过于神圣.

### 3. 把学生当成学习的主人

独立自主地思考是学习数学的需要,但是合作交流更不能少.在课堂上,教师尽量不要大包大揽,以先知先觉出现,把结论告诉学生,而是推出判断,引导学生独立思考,并在此基础上进行合作和交流,努力实现师生的互动,这是课标的要求也是时代发展的必然.

### 4. 强调应用,突出提出、分析和解决问题的能力

数学是美的,这正是数学使人兴趣盎然、乐此不疲之处.数学的美,有两个方面:一是其中的思维之美,内在的逻辑和运用逻辑的机智,外在的形式,莫不充满着思维之美;另一方面则是它的作用,它在方方面面的应用.新课标要求强化数学应用,在应用中,应该特别重视实践能力和创造能力的培养;在教学中,要重视动手和一题多解的能力.

# 第一章 集合与函数概念

## 本章教材分析

通过本章的学习,使学生学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象,并能在自然语言、图形语言、集合语言之间进行转换,体会用集合语言表达数学内容的简洁性、准确性,帮助学生学会用集合语言描述数学对象,发展学生运用数学语言进行交流的能力.通过本章的学习,使学生不仅把函数看成变量之间的依赖关系,同时还会用集合与对应的语言刻画函数,为后续学习奠定基础.函数是高中数学的核心概念,本章把函数作为描述客观世界变化规律的重要数学模型来学习,强调结合实际问题,使学生感受运用函数概念建立模型的过程与方法,从而发展学生对变量数学的认识,培养学生的抽象概括能力,增强学生应用数学的意识.

课本力求紧密结合学生的生活经验和已有数学知识,通过列举丰富的实例,强调从实例出发,让学生对集合和函数概念有充分的感性认知基础,再用集合与对应语言抽象出函数概念.课本突出了集合和函数概念的背景教学,这样比较符合学生的认识规律.教学中要高度重视数学概念的背景教学.课本尽量创设使学生运用集合语言和数学符号进行表达和交流的情境和机会,并注意运用 Venn 图表达集合的关系及运算,用图象表示函数,帮助学生借助直观图示认识抽象概念.课本在例题、习题的教学中注重运用集合和函数的观点研究、处理数学问题,这一观点,一直贯穿到以后的数学学习中.在例题和习题的编排中,渗透了分类讨论思想,让学生体会到分类讨论思想在生活中和数学中的广泛运用,这是学生在初中阶段所缺少的.函数的表示是本章的主要内容之一,课本重视采用不同的表示法(列表法、图象法、分析法),目的是丰富学生对函数的认识,帮助理解抽象的函数概念.在教学中,既要充分发挥图象的直观作用,又要适当地引导学生从代数的角度研究图象,使学生深刻体会数形结合这一重要数学方法.课本将函数推广到了映射,体现了由特殊到一般的思维规律,有利于学生对函数概念学习的连续性.

在教学中,要坚持循序渐进,逐步渗透数形结合、分类讨论这方面的训练.对函数的三要素着重从函数的实质上要求理解,而对定义域、值域的繁杂计算,特别是人为的过于技巧化的训练不作提倡,要准确把握这方面的要求,防止拔高教学.重视函数与信息技术整合的要求,通过电脑绘制简单函数动态图象,使学生初步感受到信息技术在函数学习中的重要作用.为了体现课本的选择性,在练习题安排上加大了弹性,教师应根据学生实际情况,合理地取舍.

本章教学时间约需 14 课时,具体分配如下(仅供参考):

1.1.1	集合的含义与表示	约 1 课时
1.1.2	集合间的基本关系	约 1 课时
1.1.3	集合的基本运算	约 2 课时
1.2.1	函数的概念	约 2 课时
1.2.2	函数的表示法	约 3 课时
1.3.1	单调性与最大(小)值	约 2 课时
1.3.2	奇偶性	约 1 课时
	实习作业	约 1 课时
	本章复习	约 1 课时



## 1.1 集合

### 1.1.1 集合的含义与表示

作者: 张新军

#### 整体设计

#### 教学分析

集合论是现代数学的一个重要的基础. 在高中数学中, 集合的初步知识与其他内容有着密切的联系, 是学习、掌握和使用数学语言的基础. 课本从学生熟悉的集合(自然数的集合、有理数的集合等)出发, 结合实例给出元素、集合的含义, 课本注重体现逻辑思考的方法, 如抽象、概括等.

值得注意的问题: 由于本小节的新概念、新符号较多, 建议教学时先引导学生阅读课本, 然后进行交流, 让学生在阅读与交流中理解概念并熟悉新符号的使用. 在信息技术条件较好的学校, 可以利用网络平台让学生交流学习概念后的认识; 也可以由教师给出问题, 让学生读后回答问题, 再由教师给出评价. 这样做的目的是培养学生主动学习的习惯, 提高阅读与理解、合作与交流的能力. 在处理集合问题时, 根据需要, 及时提示学生运用集合语言进行表述.

#### 三维目标

1. 通过实例了解集合的含义, 体会元素与集合的“属于”关系, 能选择集合不同的语言形式描述具体的问题, 提高语言转换和抽象概括能力, 树立用集合语言表示数学内容的意识.
2. 了解集合元素的确定性、互异性、无序性, 掌握常用数集及其专用符号, 并能够用其解决有关问题, 提高学生分析问题和解决问题的能力, 培养学生的应用意识.

#### 重点难点

教学重点: 集合的基本概念与表示方法.

教学难点: 选择恰当的方法表示一些简单的集合.

#### 课时安排

1 课时

#### 教学过程

#### 导入新课

思路 1. 军训前学校通知: 8月15日8点, 高一年级学生到操场集合进行军训. 试问这个通知的对象是全体的高一学生还是个别学生?

在这里, 集合是我们常用的一个词语, 我们感兴趣的是问题中某些特定(是高一而不是高二、高三)对象的总体, 而不是个别的对象, 为此, 我们将学习一个新的概念——集合.

思路 2. 首先教师提出问题: 在初中, 我们已经接触过一些集合, 你能举出一些集合的例子吗? 引导学生回忆、举例和互相交流自己举的例子. 与此同时, 教师对学生的活动给予评价. 接着教师指出: 那么, 集合的含义是什么呢? 这就是我们这一堂课所要学习的内容.

## 推进新课

## 新知探究

## 提出问题➡

①请我们班的全体女生起立！接下来问：“咱班的所有女生能不能构成一个集合？”

②下面请班上身高在 1.75 米以上的男生起立！他们能不能构成一个集合？

③其实，生活中有很多东西能构成集合，比如新华字典里所有的汉字可以构成一个集合等等。那么，大家能不能再举出一些生活中的实际例子呢？请你给出集合的含义。

④如果用  $A$  表示高一(3)班全体学生组成的集合，用  $a$  表示高一(3)班的一位同学， $b$  表示高一(4)班的一位同学，那么  $a$ 、 $b$  与集合  $A$  分别有什么关系？由此看出元素与集合之间有什么关系？

⑤世界上最高的山能不能构成一个集合？

⑥世界上高山能不能构成一个集合？

⑦问题⑥说明集合中的元素具有什么性质？

⑧由实数 1、2、3、1 组成的集合有几个元素？

⑨问题⑧说明集合中的元素具有什么性质？

⑩由实数 1、2、3 组成的集合记为  $M$ ，由实数 3、1、2 组成的集合记为  $N$ ，这两个集合中的元素相同吗？这说明集合中的元素具有什么性质？由此类比实数相等，你发现集合有什么结论？

讨论结果：①能。

②能。

③我们把研究的对象统称为“元素”，那么把一些元素组成的总体叫“集合”。

④ $a$  是集合  $A$  的元素， $b$  不是集合  $A$  的元素。学生得出元素与集合的关系有两种：属于和不属于。

⑤能，是珠穆朗玛峰。

⑥不能。

⑦确定性。给定的集合，它的元素必须是明确的，即任何一个元素要么在这个集合中，要么不在这个集合中，这就是集合的确定性。

⑧3 个。

⑨互异性。一个给定的集合中的元素是互不相同的，即集合中的元素是不重复出现的，这就是集合的互异性。

⑩集合  $M$  和  $N$  相同。这说明集合中的元素具有无序性，即集合中的元素是没有顺序的。可以发现：如果两个集合中的元素完全相同，那么这两个集合是相等的。

## 提出问题➡

阅读课本：数学中一些常用的数集及其记法，快速写出常见数集的记号。

活动：先让学生阅读课本，教师指定学生展示结果。学生写出常用数集的记号后，教师强调：通常情况下，大写的英文字母  $N$ 、 $Z$ 、 $Q$ 、 $R$  不能再表示其他的集合，这是专用集合表示符号，类似于 110、119 等专用电话号码一样。以后，我们会经常用到这些常见的数集，要求熟练掌握。

讨论结果：常见数集的专用符号：

$N$ ：非负整数集(或自然数集)(全体非负整数的集合)；

$N^*$  或  $N_+$ ：正整数集(非负整数集  $N$  内排除 0 的集合)；

$Z$ ：整数集(全体整数的集合)；

$Q$ ：有理数集(全体有理数的集合)；

$\mathbf{R}$ : 实数集(全体实数的集合).

提出问题

①前面所说的集合是如何表示的?

②阅读课本中的相关内容,并思考:除字母表示法和自然语言法之外,还能用什么方法表示集合?

③集合共有几种表示法?

活动:①学生回顾所学的集合并作出总结.教师提示可以用字母或自然语言来表示.

②教师可以举例帮助引导:

例如,24的所有正约数构成的集合,把24的所有正约数写在大括号“{}”内,即写为 $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 的形式,这种表示集合的方法是列举法.注意:大括号不能缺失;有些集合所含元素个数较多,元素又呈现出一定的规律,在不发生误解的情况下,亦可用列举法表示,如:从1到100的所有整数组成的集合: $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ,自然数集 $\mathbf{N}$ : $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$ ;区分 $a$ 与 $\{a\}$ : $\{a\}$ 表示一个集合,该集合只有一个元素, $a$ 表示这个集合中的一个元素;用列举法表示集合时不必考虑元素的前后次序;相同的元素不能出现两次.

又例如,不等式 $x-3>2$ 的解集,这个集合中的元素有无数个,不适合用列举法表示.可以表示为 $\{x \in \mathbf{R} | x-3>2\}$ 或 $\{x | x-3>2\}$ ,这种表示集合的方法是描述法.

③让学生思考总结已经学习了的集合表示法.

讨论结果:①方法一(字母表示法):大写的英文字母表示集合,例如常见的数集 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{Q}$ ,所有的正方形组成的集合记为 $A$ 等等;

方法二(自然语言):用文字语言来描述出的集合,例如“所有的正方形”组成的集合等等.

②列举法:把集合中的全部元素一一列举出来,并用大括号“{}”括起来表示集合,这种表示集合的方法叫做列举法;

描述法:在大括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及其取值(或变化)范围,再画一条竖线,在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.这种用集合所含元素的共同特征表示集合的方法叫做描述法.注:在不混淆的情况下,也可以简写成列举法的形式,只是去掉竖线和元素代表符号,例如:所有直角三角形的集合可以表示为 $\{x | x \text{ 是直角三角形}\}$ ,也可以写成 $\{\text{直角三角形}\}$ .

③表示一个集合共有四种方法:字母表示法、自然语言法、列举法、描述法.

### 应用示例

例1 下列各组对象不能组成集合的是..... ( )

- A. 大于6的所有整数
- B. 高中数学的所有难题
- C. 被3除余2的所有整数
- D. 函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上所有的点

活动:学生先思考、讨论集合元素的性质,教师指导学生此类选择题要逐项判断.判断一组对象能否构成集合,关键是看是否满足集合元素的确定性.

解析:在选项A、C、D中的元素符合集合的确定性;而选项B中,难题没有标准,不符合集合元素的确定性,不能构成集合.

答案:B

**变式训练**

1. 下列条件能形成集合的是 ..... ( )
- A. 充分小的负数全体                      B. 爱好足球的人  
C. 中国的富翁                                D. 某公司的全体员工

答案:D

2. 在数集 $\{2x, x^2-x\}$ 中, 实数 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析: 实数 $x$ 的取值满足集合元素的互异性, 则 $2x \neq x^2-x$ , 解得 $x \neq 0$ 且 $x \neq 3$ ,  $\therefore$ 实数 $x$ 的取值范围是 $\{x|x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 3 \text{ 或 } x > 3\}$ .

答案: $\{x|x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 3 \text{ 或 } x > 3\}$

点评: 本题主要考查集合的含义和元素的性质. 当所指的对象非常明确时就能构成集合, 若元素不明确, 没有判断的标准就不能构成集合.

**例 2** 用列举法表示下列集合:

- (1) 小于 10 的所有自然数组成的集合;  
(2) 方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合;  
(3) 由 1~20 以内的所有质数组成的集合.

活动: 学生先思考或讨论列举法的形式, 展示解答过程. 当学生出现错误时, 教师及时加以纠正. 利用相关的知识先明确集合中的元素, 再把元素写入大括号“{}”内, 并用逗号隔开. 所给的集合均是用自然语言给出的.

提示学生注意以下方面:

- (1) 自然数中包含零;  
(2) 解一元二次方程有公式法和分解因式法, 方程 $x^2=x$ 的根是 $x=0, x=1$ ;  
(3) 除去 1 和本身外没有其他约数的正整数是质数, 1~20 以内的所有质数是 2、3、5、7、11、13、17、19.

解: (1) 设小于 10 的所有自然数组成的集合为 A, 那么 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

(2) 设方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合为 B, 那么 $B = \{0, 1\}$ .

(3) 设由 1~20 以内的所有质数组成的集合为 C, 那么 $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ .

点评: 本题主要考查集合表示法中的列举法. 通过本题可以体会利用集合表示数学内容的简洁性和严谨性, 以后我们尽量用集合来表示数学内容.

如果一个集合是有限集, 并且元素的个数较少时, 通常选择列举法表示, 其特点是非常显明地表示出了集合中的元素, 是常用的表示法;

列举法表示集合的步骤: (1) 用字母表示集合; (2) 明确集合中的元素; (3) 把集合中所有元素写在大括号“{}”内, 并写成 $A = \{\dots\}$ 的形式.

**变式训练**

用列举法表示下列集合:

- (1) 所有绝对值等于 8 的数的集合 A;  
(2) 所有绝对值小于 8 的整数的集合 B.

答案: (1)  $A = \{-8, 8\}$ ;

(2)  $B = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

**例 3** 试分别用列举法和描述法表示下列集合:

- (1) 方程 $x^2-2=0$ 的所有实数根组成的集合;  
(2) 由大于 10 小于 20 的所有整数组成的集合.

**活动:**先让学生回顾列举法表示集合的步骤,思考描述法的形式,再找学生到黑板上书写.当学生出现错误时,教师指导学生书写过程.用描述法表示集合时,要用数学符号表示集合元素的特征.大于10小于20的所有整数用数学符号可以表示为 $10 < x < 20, x \in \mathbf{Z}$ . (重点引导用描述法表示集合)

用描述法表示集合时,用一个小写英文字母表示集合中的元素,作为集合中元素的代表符号,找到集合中元素的共同特征,并把共同特征用数学符号来表达,然后写在大括号“{}”内,在大括号内先写上集合中元素的代表符号及取值(或变化)范围,再画一条竖线,在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.在(1)中利用条件中现有元素代表符号 $x$ ,集合中元素的共同特征就是满足方程 $x^2 - 2 = 0$ .在(2)的条件中没有元素代表符号,故要先设出,用一个小写英文字母表示即可;集合中元素的共同特征有两个:一是大于10小于20(用不等式表示),二是整数(用元素与集合的关系符号“ $\in$ ”来表示).

**解:**(1)设方程 $x^2 - 2 = 0$ 的实根为 $x$ ,它满足条件 $x^2 - 2 = 0$ ,因此,用描述法表示为 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 2 = 0\}$ .

方程 $x^2 - 2 = 0$ 的两个实数根为 $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ ,因此,用列举法表示为 $A = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ .

(2)设大于10小于20的整数为 $x$ ,它满足条件 $x \in \mathbf{Z}$ ,且 $10 < x < 20$ ,因此,用描述法表示为 $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid 10 < x < 20\}$ .

大于10小于20的整数有11,12,13,14,15,16,17,18,19,因此,用列举法表示为 $B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ .

**描述法表示集合的步骤:**(1)用字母分别表示集合和元素;(2)用数学符号表达集合元素的共同特征;(3)在大括号内先写上集合中元素的代表符号及取值(或变化)范围,再画一条竖线,在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.并写成 $A = \{\dots \mid \dots\}$ 的形式.描述法适合表示有无数个元素的集合.

**注意:**当集合中的元素个数较少时,通常用列举法表示,否则用描述法表示.

### 知能训练

课本本节练习1、2.

#### 【补充练习】

1. 下列对象能否组成集合:

- (1)数组1,3,5,7;
- (2)到两定点距离的和等于两定点间距离的点;
- (3)满足 $3x - 2 > x + 3$ 的全体实数;
- (4)所有直角三角形;
- (5)美国NBA的著名篮球明星;
- (6)所有绝对值等于6的数;
- (7)所有绝对值小于3的整数;
- (8)中国男子足球队中技术很差的队员;
- (9)参加2008年奥运会的中国代表团成员.

**答案:**(1)(2)(3)(4)(6)(7)(9)能组成集合,(5)(8)不能组成集合.

2. (口答)说出下面集合中的元素:

- (1){大于3小于11的偶数};
- (2){平方等于1的数};
- (3){15的正约数}.

**答案:**

(1)其元素为4,6,8,10;(2)其元素为-1,1;(3)其元素为1,3,5,15.

3. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1)  $1 \in \mathbf{N}, 0 \in \mathbf{N}, -3 \notin \mathbf{N}, 0.5 \notin \mathbf{N}, \sqrt{2} \notin \mathbf{N}$ ;

(2)  $1 \in \mathbf{Z}, 0 \in \mathbf{Z}, -3 \in \mathbf{Z}, 0.5 \notin \mathbf{Z}, \sqrt{2} \notin \mathbf{Z}$ ;

(3)  $1 \in \mathbf{Q}, 0 \in \mathbf{Q}, -3 \in \mathbf{Q}, 0.5 \in \mathbf{Q}, \sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$ ;

(4)  $1 \in \mathbf{R}, 0 \in \mathbf{R}, -3 \in \mathbf{R}, 0.5 \in \mathbf{R}, \sqrt{2} \in \mathbf{R}$ .

答案:

(1)  $\in \in \notin \notin \notin$  (2)  $\in \in \in \notin \notin$  (3)  $\in \in \in \in \notin$  (4)  $\in \in \in \in$

4. 判断正误:

(1) 所有属于  $\mathbf{N}$  的元素都属于  $\mathbf{N}^*$ . ( )(2) 所有属于  $\mathbf{N}$  的元素都属于  $\mathbf{Z}$ . ( )(3) 所有不属于  $\mathbf{N}^*$  的数都不属于  $\mathbf{Z}$ . ( )(4) 所有不属于  $\mathbf{Q}$  的实数都属于  $\mathbf{R}$ . ( )(5) 不属于  $\mathbf{N}$  的数不能使方程  $4x=8$  成立. ( )答案: (1)  $\times$  (2)  $\checkmark$  (3)  $\times$  (4)  $\checkmark$  (5)  $\checkmark$ 5. 分别用列举法、描述法表示方程组  $\begin{cases} 3x+y=2, \\ 2x-3y=27 \end{cases}$  的解集.解: 因  $\begin{cases} 3x+y=2, \\ 2x-3y=27 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=3, \\ y=-7. \end{cases}$ 用描述法表示该集合为  $\{(x, y) \mid \begin{cases} 3x+y=2 \\ 2x-3y=27 \end{cases}\}$ ;用列举法表示该集合为  $\{(3, -7)\}$ .**拓展提升**问题: 集合  $A = \{x \mid x = a + \sqrt{2}b, a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}\}$ , 判断下列元素  $x=0, \frac{1}{\sqrt{2}-1}, \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  与集合  $A$  之间的关系.活动: 学生先思考元素与集合之间有什么关系, 书写过程, 将元素  $x$  化为  $a + \sqrt{2}b$  的形式, 再判断  $a, b$  是否为整数. 描述法表示集合的优点是突出显示了集合元素的特征, 那么判断一个元素是否属于集合时, 转化为判断这个元素是否满足集合元素的特征即可.解: 由于  $x = a + \sqrt{2}b, a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{Z}, \therefore$  当  $a = b = 0$  时,  $x = 0. \therefore 0 \in A$ .又  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2} + 1 = 1 + \sqrt{2}$ , 当  $a = b = 1$  时,  $a + b\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}, \therefore \frac{1}{\sqrt{2}-1} \in A$ .又  $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ , 当  $a = \sqrt{3}, b = 1$  时,  $a + b\sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ , 而  $\sqrt{3} \notin \mathbf{Z}, \therefore \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \notin A$ . $\therefore 0 \in A, \frac{1}{\sqrt{2}-1} \in A, \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \notin A$ .

点评: 本题考查集合的描述法表示以及元素与集合间的关系.

**课堂小结**

本节学习了: (1) 集合的概念; (2) 集合的表示法; (3) 利用列举法和描述法表示集合的步骤.

**作业**

课本习题 1.1A 组 2、3、4.



## 设计感想

集合语言是现代数学的基本语言,在高中数学课程中,它也是学习、掌握和使用数学语言的基础.由于集合的概念较难理解,因此设计时采用渐进式学习,而集合的列举法和描述法的形式比较容易接受,在设计时注重让学生自己学习,重点引导学生学习这两种方法的应用.同时通过解决一系列具体问题,使学生自己体会到集合各种表示法的优缺点;针对不同问题,能选用合适集合表示法.在练习过程中熟练掌握集合语言与自然语言的转换.教师在教学过程中时时监控,对学生不可能解决的问题,如集合常见表示法的写法,常见数集及其记法应直接给出,以避免出现不必要的混乱.对学生解题过程中遇到的困难给予适当点拨.引导学生养成良好学习习惯,最大限度地挖掘学生的学习潜力是我们教师的奋斗目标.

## 备课资料

### [备选例题]

【例1】判断下列集合是有限集还是无限集,并用适当的方法表示:

- (1)被3除余1的自然数组成的集合;
- (2)由所有小于20的既是奇数又是质数的正数组成的集合;
- (3)二次函数  $y = x^2 + 2x - 10$  的图象上的所有点组成的集合;
- (4)设  $a, b$  是非零实数,求  $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$  的所有值组成的集合.

**思路分析:**本题主要考查集合的表示法和集合的分类.用列举法与描述法表示集合时,一要分清元素是什么,二要明确元素满足的条件是什么.

**解:**(1)被3除余1的自然数有无数个,这些自然数可以表示为  $3n+1 (n \in \mathbf{N})$ . 用描述法表示为  $\{x | x = 3n + 1, n \in \mathbf{N}\}$ .

(2)由题意得满足条件的正整数有:3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. 则此集合中的元素有7个,用列举法表示为  $\{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ .

(3)满足条件的点有无数个,则此集合中有无数个元素,可用描述法来表示.通常用有序数对  $(x, y)$  表示点,那么满足条件的点组成的集合表示为  $\{(x, y) | y = x^2 + 2x - 10\}$ .

(4)当  $ab < 0$  时,  $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|} = -1$ ; 当  $ab > 0$  时, 则  $a > 0, b > 0$  或  $a < 0, b < 0$ .

若  $a > 0, b > 0$ , 则有  $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|} = 3$ ; 若  $a < 0, b < 0$ , 则有  $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|} = -1$ .  $\therefore y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$  的所有值组成的集合共有两个元素  $-1$  和  $3$ . 则用列举法表示为  $\{-1, 3\}$ .

【例2】定义  $A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$ , 若  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}, N = \{2, 3, 6\}$ , 试用列举法表示集合  $N - M$ .

**思路分析:**应用集合  $A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$  与集合  $A, B$  的关系来解决.

**解:**依据定义知  $N - M$  就是集合  $N$  中除去集合  $M$  和集合  $N$  的公共元素组成的集合. 观察集合  $M, N$ , 它们的公共元素是  $2, 3$ . 集合  $N$  中除去元素  $2, 3$  还剩下元素  $6$ , 则  $N - M = \{6\}$ .