

配套人教版现行教材 体现新课改教育理念

2004 修订版

互动

New 新课堂

高三数学总复习

丛书主编 师 达
学科主编 乔家瑞



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

配套人教版现行教材 体现新课改教育理念

2004修订版

互动

新课堂

高三数学总复习

丛书主编

师 达

学科主编

乔家瑞



首都师范大学出版社

CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

《互动新课堂》丛书 编委会

丛书主编	师 达	
学科主编	数学 \ 乔家瑞	
	语文 \ 程汉杰	物理 \ 叶禹卿
	英语 \ 齐平昌	化学 \ 裴大彭
本册作者	彭 林 刁卫东 韩秀丽 夏 雨	
	欧阳秋 艾 雪	

图书在版编目(CIP)数据

互动新课堂·高三数学总复习/师达,乔家瑞主编. -北京:首都师范大学出版社,2002.6(2004修订)

ISBN 7-81064-383-5

I. 互… II. ①师… ②乔… III. 数学课-高中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 026733 号

书 名	互动新课堂·高三数学总复习(2004修订版)		
责任著者	乔家瑞		
责任编辑	刘晓峰		
标准书号	ISBN 7-81064-383-5/G·253		
出版发行	首都师范大学出版社(68418523 68982468)		
地 址	北京西三环北路 105 号		
网 址	www.cnup.cnu.cn		
印刷单位	北京嘉实印刷有限公司		
开 本	890 × 1240	1/32	14.75 印张 425 千字
	2004 年 6 月第三版		2004 年 6 月第一次印刷
印 数	32,001 ~ 45,000 册		
定 价	21.90 元		

序

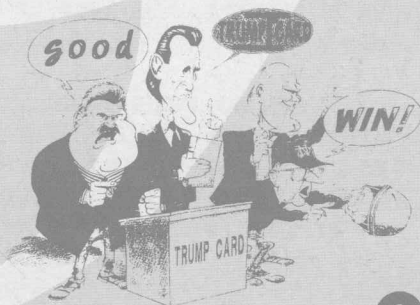
(2004修订版)

互动新课堂

在互动中学会思考、学会学习

《互动新课堂》丛书于2002年出版后，得到了广大师生的充分肯定。对书中呈现的教育理念表示极大认同；对书中高水平的知识解析和学习能力指导给予极大赞许；对书中“双栏互动”“双专题”设计所蕴含的魅力和启迪表示极大的兴趣。为回报广大师生的厚爱，我们在认真研讨师生意见的基础上，对本丛书进行了精心修订，从而使书的特点更加凸显，更具指导性，更实用，更好用。

(1) 正确诠释和处理知识、能力的辩证关系，在知识的掌握和能力的培养上给学生以高层次指导。知识是人类认知世界的成果，它包括经验和系统的科学理论两个层面；能力则是指一个人顺利完成某种活动任务的个性心理品质和基本条件。一方面，知识为能力的发展提供基础。另一方面，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。一个知识渊博的人，其见解往往深刻，其思考和处理问题的能力肯定比一个没有知识或知识面狭窄的人强得多。从一定意义上讲，能力的实质是能根据现实的新情况，对既有的知识进行重组或充实新的知识，继而対知识做出正确的选择并及时转化为合理的操作程序，从而实现问题从初始状态向目标状态转化，最终得以顺利解决。总而言之，大量的知识的占有是能力形成的基础，特别是在进入知识经济的21世纪更是如此。我们之所以强调这个问题，目的就是告诉中学生朋友们，在知识与能力的关系上；在“素质教育”与所谓“应试教育”问题上；在课堂教学与课外活动关系上；在培养能力、素质与提高高考成绩关系上不可偏废，不要走极端。从心理学上讲，中学阶段是感知发展、求知欲极为强烈的人生阶段。青少年朋友要充分利用这一黄金时段，注意课堂学习，注重知识积累，为成功打下坚实的知识基础。我们在编写本书时，首开“双专题”（知识专题、能力专题）设计之先，解析知识、能力、素质的辩证关系。重知识，又重能力。重知识，关键是抓核心知识点，打下牢固的基础；重能力，关键是掌握解决问题的思路、方法、规律，培养学会学习的能力。



(2)首开“双栏互动学习新方式”，在互动中思考，在互动中碰撞出思维火花。编精品教辅书，必须改变传统的教学模式和教辅书的传统内容体例结构模式。中国是一个文明古国，成形的学校教育，从孔夫子算起也有2500多年的历史了。教育历史悠长，这对知识的传承、文化的积累，对中华民族博大精深的传统文化形成具有决定性意义。但同时其负面影响也显而易见，这就是中国教育的“师道尊严”和缺乏创新能力。本书在倡导新的学习方式上做了大胆探索。一改以往教辅书老师(作者)一讲到底，学生(读者)被动接受的局面，而采用互动双栏结构，一边讲“是什么?”，一边解析“为什么?”，分别设置了“命题意图”、“解题思路”、“解后反思”、“方法技巧归纳”等栏目，以及“提示”、“评点”、“注意”“想一想”等启示性警句，引导学生(读者)在思考中步步深入，在探究中品味顿悟的喜悦。师生互动，双向沟通，方寸图书宛如一个启发式大课堂。而双色印刷，用色彩凸显知识的重点、难点、考点；用色彩凸显对解题思路、方法、程序、规律的总结和归纳，使这个大课堂更加精彩靓丽。

(3)编精品教辅书，既要帮助学生摆脱“题海”战术纷扰，但也不要走向另一个极端。适度做题训练是非常必要的，做练习题是提高学科水平的重要环节。做题时往往会遇到一些“难题”、“怪题”，“怪题”、“偏题”是不可取的，对“难题”则应当下功夫研究。所谓难题有两种，一种是综合性强的题目，另一种是与实际联系比较密切的题目。在前一种题目中，需要使用多个概念、规律，需要把所学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。在后一种题目中，需要分析研究实际问题，从大量事实中找出事物所遵循的规律，用已知的概念、原理通过知识迁移、推导、拓展，去解决未知问题。对于这两种难题，必须下功夫研究，逐步提高自己的能力。

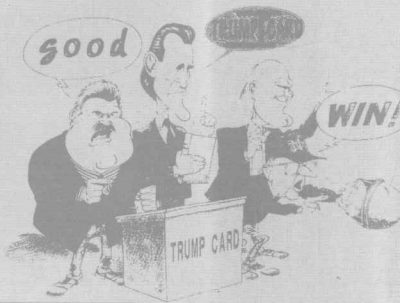
(4)编精品教辅书，应该告诉学生一个根本的学习方法，就是要学会思考，学会学习。毛主席说：要想知道梨子的滋味，你就必须亲自尝一尝。但是要知道天下梨子的滋味，并不需要，也不可能把天下的梨子都尝一尝。怎么办呢?这就要掌握学习的方法，培养学习能力。掌握知识的速度和质量依赖于能力的发展，能力可使知识迁移，知识迭加。知识获得也好，能力获得也好，主要不是老师教会的，而是自己学会的，自己思考会的。“才以用而日生，思以行而不竭”，“学而不思则罔”。本书着重于体现能力中心、能力立意，力求做到明确目的、探索规律、分析原因、培养能力、适当练习，通过典型例题的示范解析，演示规律、演示方法，培养学生学会学习，提高学习能力。这也是本书的匠心所在。

本书以教育部制订的现行全日制中学教学大纲为依据，配套人教版现行教材。按学科分年级编写，计有：初一数学、语文、英语，初二数学、语文、英语、物理，初三数学、语文、英语、物理、化学；高一数学、语文、英语、物理、化学，高二数学、语文、英语、物理、化学，高三数学、语文、英语、物理、化学总复习，总计27册。每年6月份出版发行。

参与本书编写的还有：张盛如、陈图麟、郝克亮、祝晔、李兆宜、王世武、董锋、孟晓琳、李葆芬、张虹、吴锁红、曹强利、许立群、何梅、姚蓉、吴娅茹、侯会兰、李绍珍、王萍、王玉昆、齐先代、孙晓华、王立红。

本书主编、学科主编及部分编者均为北京市的特级教师或教授。本书的出版，我们不敢妄言其好，因为它最终要接受市场的检验，接受中学师生朋友们的检验。但我们可以无愧地说，我们是以老师的良知，尽心尽力去做这套书的。我们相信修订版一定会继续得到广大师生的喜欢。

编委会



第1章

概率与统计

【图解知识结构】	1
【点击重点难点】	1
一、知识专题	2
专题一 离散型随机变量的分布列	2
专题二 离散型随机变量的期望与方差	4
专题三 抽样方法	7
专题四 总体特征的估计	10
二、能力专题	12
专题一 连续型随机变量的概率密度	12
专题二 总体分布的估计	17
专题三 年龄统计表的启示	26
专题四 正态分布曲线	28
专题五 μ 和 σ 的意义	31
三、学习效果评价	33
参考答案	40

第2章

极限

【图解知识结构】	50
【点击重点难点】	50
【解读高频考点】	51
一、知识专题	51
专题一 数学归纳法	51
专题二 数列的极限	56
专题三 数列极限的四则运算	59
专题四 无穷等比数列各项的和	69
专题五 函数的极限	74
专题六 函数极限的四则运算	76
专题七 函数的连续性	79
二、能力专题	84
专题一 用函数极限的定义验证某常数是 已知函数的极限	84



专题二	闭区间上连续函数的性质及应用	86
专题三	反函数及复合函数的连续性	89
专题四	两个重要极限	91
三、学习效果评价		95
参考答案		102

第3章 导数与微分

【图解知识结构】	111	
【点击重点难点】	111	
【解读高频考点】	112	
一、知识专题	115	
专题一	导数的概念	115
专题二	几种常见函数的导数及函数的和、差、积、商的导数	119
专题三	复合函数的导数	122
专题四	对数函数与指数函数的导数	125
专题五	函数的单调性	129
专题六	可微函数的极值	132
专题七	函数的最大值与最小值	137
二、能力专题	139	
专题一	利用函数的单调性及极值证明不等式	139
专题二	利用求函数的最大值与最小值解应用问题	144
专题三	二阶导数	148
专题四	微分的概念与运算	150
三、学习效果评价	154	
参考答案	160	

第4章 积分

【图解知识结构】	167
----------	-----



【点击重点难点】	167
【解读高频考点】	168
一、知识专题	171
专题一 不定积分	171
专题二 不定积分的运算法则	173
专题三 换元积分法	177
专题四 定积分的概念与计算	181
专题五 定积分在几何上的应用	189
专题六 定积分在力学上的简单应用	194
专题七 极坐标系中平面图形的面积	197
二、能力专题	200
专题一 有理函数的积分	200
专题二 偶函数和奇函数在对称区间上的 积分	204
专题三 定积分求平面图形面积的综合题型	206
三、学习效果评价	210
参考答案	218

第5章 复数

【图解知识结构】	225
【点击重点难点】	225
【解读高频考点】	225
一、知识专题	230
专题一 复数的概念及复数的向量表示	230
专题二 复数的加法与减法	235
专题三 复数的乘法与除法	238
专题四 复数的三角形式	241
专题五 复数的三角形式的运算	245
二、能力专题	251
专题一 认识有序实数对是理解复数的起点	251
专题二 提高复数运算能力三点	255
专题三 复平面上的轨迹问题	261



第6章

高中数学 总复习

专题四 复数集上的方程	264
专题五 复数综合题	269
专题六 数形结合在复数中的应用	275
三、学习效果评价	282
参考答案	291

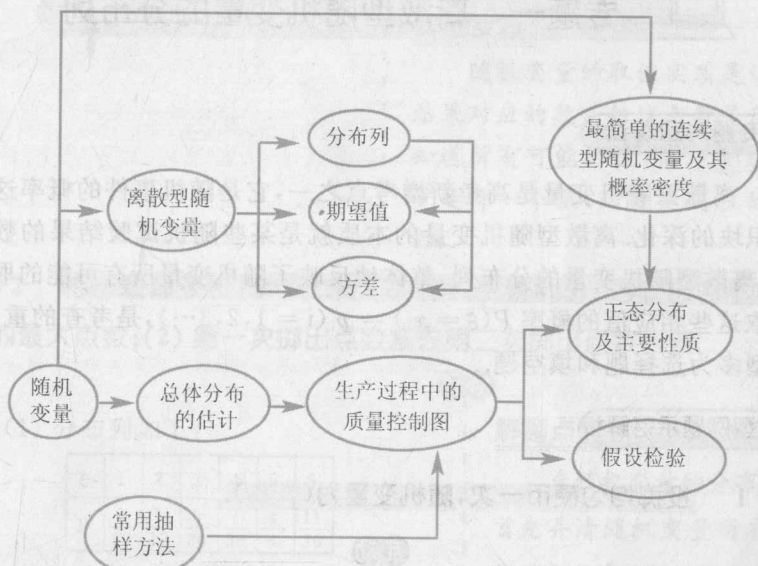
一、知识专题	300
专题一 函数与方程	300
专题二 数列与极限	325
专题三 三角函数、复数	340
专题四 平面向量	346
专题五 不等式	352
专题六 平面解析几何	360
专题七 立体几何	379
专题八 排列组合、二项式定理与概率统计	393
专题九 微积分及其应用	421
二、能力专题	427
专题一 图表分析题	427
专题二 代数推理题	432
专题三 交汇综合题	439
专题四 开放探索题	446
专题五 应用问题	454



第1章

概率与统计

图解知识结构



点击重点难点

1. 重点

(1) 概率的重点是离散型随机变量的分布列、期望值与方差及其求法。

(2) 统计的重点是抽样方法、总体分布的估计和了解正态分布的意义及其主要性质。

2. 难点

(1) 概率的难点是建立随机变量与离散型随机变量的概念,以及对它们有正确的了解。

(2) 统计的难点是弄清各种抽样方法的特点, 正确了解正态分布的意义和假设检验的基本思想.

一、知识专题

题解 : 关键是抓核心知识点, 即: 重点、难点、考点.



专题一 离散型随机变量的分布列

专题内涵解读

离散型随机变量是高考新增考点之一, 它是随机事件的概率这一知识块的深化. 离散型随机变量的本质就是某些随机试验结果的数量化. 离散型随机变量的分布列, 整体地反映了随机变量所有可能的取值及取这些相应值的概率 $P(\xi = x_i) = p_i (i = 1, 2, 3, \dots)$, 是考查的重点, 题型多为选择题和填空题.

典型例题示范解析

例 1 投掷均匀硬币一次, 随机变量为().

- A. 出现正面的次数
- B. 出现正面或反面的次数
- C. 掷硬币的次数
- D. 出现正反面次数之和

解: 掷一枚硬币, 可能出现的结果是正面向上或反面向上. 以一个标准如正面向上次数来描述这一随机试验, 那么正面向上的次数就是随机变量 ξ , ξ 的取值是 0, 1, 故选 A. 而 B 中标准模糊不清,

互动

解题点拨:

在一个随机试验中, 用来描述此随机试验的随机变量有多种形式, 但不论选哪一种形式, 它对应的都是随机试验所有可能的结果. 由于某些随机试验结果的属性不同, 结果的数量化本身就是多样的, 如正面向上取 1 反面向上取 0. 同时随机试验可能出现的结果的确认, 标准应该是一个,

互动

C中掷硬币次数就是1,不是随机变量. D中出现正面和反面次数和必是1,对应的是必然事件,试验前便知是必然出现的结果,也不是随机变量.

如掷硬币这样的随机试验可能的结果,一个标准是正面向上的次数,或者是反面向上的次数,但不论以正面向上还是以反面向上,只能取一种划分方法,如出现正面的次数,这时 ξ 的取值为0,1.

解后反思:

随机变量的取值实质是试验结果对应的数. 但这个数是预先知道所有可能的值,而不知道究竟是哪一個值,这便是随机的本源.

例2 将一颗骰子投掷2次,求下列随机变量的分布列:(1)两次掷出的最大点数;(2)第一次掷出点数减去第二次掷出点数的差.

互动

解:(1)分布列如下:

ξ	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{36}$

(2)分布列如下:

ξ	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

解题点拨:

求随机变量的分布列,首先弄清随机变量所有可能的取值有哪些,进而利用所学概率知识,求取每个值的概率. 本题(1)两次掷的最大点数,可能是1,2,3,4,5,6.(2)中第一次掷的点数与第二次掷的点数差可能是正也可能是负,取值是-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5.

解后反思:

求随机变量的分布列的基础是概率的计算,如古典概率、互斥事件概率、相互独立事件同时发生的概率, n 次独立重复试验有 k 次发生的概率等.本题中基本事件总数即 $n=36$ (6个数,任取两个的可以重复的排列), ξ 取每一个值的概率都属古典概率(等可能型事件的概率).

例 3 某批数量较大的商品的次品率是5%,从中任意地连续取出5件,求其中次品数 ξ 的分布列.

互动

解: ξ 的分布列如下表:

ξ	P
0	0.95^5
1	0.25×0.95^4
2	0.05×0.95^3
3	0.00125×0.95^2
4	4.75×0.05^4
5	0.05^5

解题点拨:

本题中商品数量较大,故从中任意抽取5件(不放回)可以看作是独立重复试验 $n=5$,因而次品数 $\xi \sim B(5, 0.05)$.

解后反思:

二项分布是一种常见的重要的离散型随机变量分布列,其概率 $P(\xi=k), k=0, 1, 2, 3, 4, 5$,就是独立重复试验 n 次中发生 k 次概率 $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$.



专题二 离散型随机变量的期望与方差

专题内涵解读

数学期望和方差、标准差都是离散型随机变量最重要的特征数(或数字特征),它们分别反映了随机变量取值的平均水平、稳定程度、集中与离散的程度.离散型随机变量的期望与方差都与随机变量的分布列有密切关系.方差又与数学期望紧密相连.学习本节内容应记住以下重要公式和结论.

一般地,若离散型随机变量 ξ 的分布列为:

ξ	x_1	x_2	\cdots	x_n	\cdots
P	p_1	p_2	\cdots	p_n	\cdots

则期望 $E\xi = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n + \cdots$, 方差 $D\xi = (x_1 - E\xi)^2 \cdot p_1 + (x_2 - E\xi)^2 \cdot p_2 + \cdots + (x_n - E\xi)^2 \cdot p_n + \cdots$, 标准差 $\sigma_\xi = \sqrt{D\xi}$,
 $E(a\xi + b) = aE\xi + b$, $D(a\xi + b) = a^2 D\xi$.

若 $\xi \sim B(n, p)$, 则 $E\xi = np$, $D\xi = npq$, 这里 $q = 1 - p$.

典型例题示范解析

例 1 已知 ξ 的分布列为:

ξ	-1	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

(1) 求 $E\xi, D\xi, \sigma_\xi$; (2) 设 $\eta = 2\xi + 3$, 求 $E\eta, D\eta$.

互动

解: (1) $E\xi = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3$

$$= (-1) \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{3},$$

$$D\xi = (x_1 - E\xi)^2 p_1 + (x_2 - E\xi)^2 p_2 +$$

$$(x_3 - E\xi)^2 p_3 = \frac{5}{9},$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3};$$

$$(2) E\eta = 2E\xi + 3 = \frac{7}{3};$$

$$D\eta = 4D\xi = \frac{20}{9}.$$

解后反思:

数学期望又称加权平均数. 当随机变量 ξ 取每一个值的概率相等时, 就是平均数. 方差公式中最易丢掉 p_i , 错为 $D\xi = (x_1 - E\xi)^2 + (x_2 - E\xi)^2 + \cdots + (x_n - E\xi)^2 + \cdots$, 与样本方差混淆.

例 2 英语考试有100道选择题, 每题4个选项, 选对得1分, 否则得0分. 学生甲会其中的20道, 学生乙会其中的80道, 不会的均随机选择. 求甲、乙在这次测验中得分的期望.

互动

解: 设甲和乙不会题得分分别为随机变量 ξ 和 η , 由题意知 $\xi \sim B(80, 0.25)$, $\eta \sim B(20, 0.25)$. 故 $E\xi = 80 \times 0.25 = 20$, $E\eta = 20 \times 0.25 = 5$, 这样甲乙期望成绩分别为 40 分和 85 分.

解题点拨:

甲、乙分别会 20 道和 80 道, 故甲、乙分别从剩下 80 道和 20 道中随机选择. 因为有 4 个选择项, 只有一个答案正确, 并且每一个选项被选出的概率相等, 故甲、乙剩下不会题猜对个数(猜得分数)是随机变量, 分别设为 ξ, η , 可知 $\xi \sim B(80, 0.25)$, $\eta \sim B(20, 0.25)$.

解后反思:

数学期望反映了随机变量取值的平均水平, 这在一些实际的问题中有重要的价值. 如随机地让不同射手射击, 比较它们平均环数便可比较射手水平的高低, 而测出射手环数的概率, 更可用期望比较平均成绩的优劣. 二项分布在确定离散型随机变量的分布列时有重要作用, 要特别引起注意.

例 3 甲、乙两个工人, 在同样的条件下每天的产量相等, 而两人出次品个数的分布列分别为:

甲:

ξ	0	1	2	3
P	0.3	0.3	0.2	0.2

乙:

η	0	1	2
P	0.1	0.5	0.4

试评定他们的技术高低.

互动

解: 甲、乙出次品的平均值, 分别是 $E\xi = 1.3$, $E\eta = 1.3$, 平均值相等.

$D\xi = 1.21$, $D\eta = 0.41$, 可见甲的波动性大, 乙的水平稳定性强. 故乙的水平高于甲.

解后反思:

方差反映了离散型随机变量取值的集中与离散、波动与稳定的程度, 在实际问题中有非常重要的比较价值.

例 4 某商场根据天气预报来决定节日是在商场内还是在商场外开展促销活动. 统计资料表明, 每年五一节商场内的促销活动可获得经济效益 2.5 万元, 商场外的促销活动如果不遇到有雨天气可获得经济效益 12 万元, 如果促销活动遇到有雨天气则带来经济损失 5 万元. 4 月 30 号气象台预报五一节当地有雨的概率是 40%, 问商场应该采取哪种促销方式?

解: 设五一节商场外促销收益为 ξ (万元).
则 ξ 的分布列为:

ξ	12	-5
P	0.6	0.4

$$E\xi = 12 \times 0.6 + (-5) \times 0.4 \\ = 5.2(\text{万元})$$

期望获益远大于商场内营销, 故采用
户外促销方式.

互动

解后反思:

先将问题中的随机变量设出来, 再分析随机变量的分布列, 进而利用数学期望或方差进行分析解决.



专题三 抽样方法

专题内涵解读

抽样是统计工作的基础. 统计的基本思想方法是用样本估计总体, 即用局部推断整体, 这就要求样本应具有很好的代表性. 而样本的良好客观代表性, 则完全依赖抽样方法. 弄清简单随机抽样、系统抽样和分层抽样的客观合理性, 并会在不同的情况下采用适当的抽样方法.

典型例题示范解析

例 1 学校某年级有 500 名学生, 考试后详细分析教学中存在的问题, 计划抽取一个容量为 20 的样本. 问使用哪一种抽样方法为宜, 并设计出具体的操作步骤.

解:使用简单随机抽样.考虑到学生人数和随机数表的限制,可先用系统抽样方法.将500名学生按学号顺序分成5组,每组100人抽4人.1~100号,使用随机数表法简单随机抽样.如随意取第60行第13列,对应号码为54,向后读数分别为44,82,100,这样100名学生中取学号为54,44,82,100的4名(也可向前读,抽出54,51,15,24号).其他各组仍可用随机数表,按照后两位号码抽取.或依系统抽样,其他400名取号码为154,144,182,200,254,244,282,300,354,344,382,400,454,444,482,500的16名,这样连同54,44,82,100号的学生,便抽出了容量为20的样本.

例 2 下列抽样中不是系统抽样的是()

A. 从标有1~15号的15个球中,任选三个作样本,按从小号到大号排序,随机选起点 i_0 ,以后 i_0+5, i_0+10 (超过15则从1再数起)号作样本.

B. 工厂生产的产品,用传送带将产品送入包装车间前,检验人员从传送带上每隔五分钟抽一件产品进行检验.

C. 搞某一市场调查,规定在商场门口随机抽一个人进行询问调查,

互动

解题点拨:

全年级学生人数不是很多,且总体基本平衡,故采用简单随机抽样方法为宜.将学生学号制成签,随机地抽取.

解后反思:

抽样方法经常交叉起来应用.例如,分层抽样,若每一层中个体数量仍很大,则可辅之系统抽样,系统中的每一均衡的部分,又可采用简单随机抽样.本题是系统抽样中交织简单随机抽样,而随机数表法又是非常方便的方法.

互动

解题点拨:

本题考查系统抽样的有关概念.系统抽样适用于个体数较多但均衡的总体.判断一种抽样是否系统抽样(简单随机抽样和分层抽样也是这样),首先看是否在抽样前知道总体是由什么构成的,抽样的方法能否保证每个个体按事先规定的概率入