高中综合能力训练丛书

数学

华中师范大学出版社

高中综合能力训练丛书

数 学

金凌云 唐振中 彭先吉 编

华中师范大学出版社

高中综合能力训练丛书
数　学
唐振华　彭先吉　编
华中师范大学出版社出版
（武昌，桂子山）
新华书店湖北发行所发行　　湖北省孝感报印刷厂印刷
开本787×1092　1/16　印张5.313　字数120,000
1985年12月第1版　　1985年12月第1次印刷
印数：1—50,000
书号：7406·12　　定价0.90元

编 者 的 话

高中综合能力训练丛书《数学》分册是为了帮助高中毕业生和应考青年搞好备考复习而编写的。

本书内容着重检查学生对“双基”的掌握程度和灵活运用能力。题型是在认真分析研究了各种复习资料和历届高考试题并且估计了今后高考命题趋势的基础上，按照立足双基，着眼灵活，侧重能力，开拓思路的指导思想选定的。因而题型新颖、覆盖面广、综合性强。是一本指导高考复习的必备参考书。

本书采用高考模拟试题的形式编写，全书共辑试题十一套，每套都有答案或提示备查。十六开本，各题后面都留有足够的空格供学生答题。装订采用合订平装，若要单独使用其中某套题，只要将装订铁丝拆开，即可将其取出，使用十分方便。

本书由高考状元县湖北省天门县部分重点中学教师编写，经华中师范大学数学系陈森林付教授修改审定。

限于编者水平，不免存在缺点和错误，诚恳希望批评指正。

编 者

数学高考模拟试题（一）

一、本题共有5个小题，若是真命题在下表该题号下的空格内填上"√"，若是假命题则在下表该题号下的空格内填上"×"。

题　号	1	2	3	4	5
答　案					

（1）任何非正实数都是$f(x)=C$（常数）的周期；

（2）不等式两边同时加上一个等式后与原不等式同解；

（3）在复平面上以原点为圆心，以$\sqrt[n]{|b|}$为半径的圆上均匀分布的n个点，必与方程$x^n=b$（$b\in C$）的n个根一一映射；

（4）两条异面直线在同一平面的射影，是两条相交直线或两条平行直线；

（5）到一个定点和过定点的一条定直线的距离相等的点的轨迹必是抛物线。

二、本题共有15个小题，每个小题有4个结论，其中只有一个结论是正确的，选择你认为正确的结论，把此结论的代号字母A、B、C、D填在题号下的小格内。

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答　案															

（1）方程组$\begin{cases}x+y=5\\x-2y=-4\end{cases}$的解集是

（A）$\{2,\ 3\}$；　　（B）$\{x=2,\ y=3\}$；

（C）$\{(2,\ 3)\}$；　　（D）$\{x|x=2\}\cap\{y|y=3\}$。

（2）幂函数$y=x^{(-1)^p\frac{n}{m}}$（m、n、p均为大于0的整数且m、n负值）的图象在第一、二象限，且不过原点，则

（A）p、n为奇数，m为偶数；　　（B）p、n为偶数；m为奇数；

（C）p、m为奇数，n为偶数；　　（D）p、m为偶数，n为奇数。

（3）$\lg(\cos x-1)^2$与下面哪个式子相等

（A）$[\lg(\cos x-1)]^2$；　　（B）$2\lg(\cos x-1)$；

（C）$2\cos(\lg x)$；　　（D）$4\lg\left|\sin\frac{x}{2}\right|+2\lg2$。

（4）函数$y=\dfrac{\operatorname{tg}^2\theta-\operatorname{ctg}^2\theta+1}{\operatorname{tg}^2\theta+\operatorname{ctg}^2\theta-1}$

（A）只有极小值-1；　　（B）只有极大值$\frac{5}{3}$；

（C）有极小值-1和极大值$\frac{5}{3}$；　　（D）$-1<y<\frac{5}{3}$。

(5) $y=\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{x}{x-2}$的值域为

(A) $\left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{4}\right)\cup\left(\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{2}\right)$；　(B) $\left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right)$；

(C) $\left(0,\frac{3\pi}{4}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{4},\ \pi\right)$；　(D) $(0,\ \pi)$

(6) 若方程$\sin x+\cos x=m$，在$0\leqslant x\leqslant\pi$内有两个解，则m的范围为

(A) $-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant\sqrt{2}$；　(B) $0<m<1$；

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}<m\leqslant 1$；　(D) $1\leqslant m<\sqrt{2}$。

(7) 正$\triangle ABC$中，点A、B的坐标均为整数，那么点C的坐标

(A) 一定是整数；　(B) 不一定是整数；

(C) 一定不是整数；　(D) 不一定不是整数。

(8) 方程$\operatorname{tg}2\alpha\cdot x=\operatorname{tg}\alpha\cdot(x+1)$的解是

(A) $x=\cos 2\alpha$；　(B) $x=\sin 2\alpha$；

(C) $x=\cos\alpha$；　(D) $x=\sin\alpha$。

(9) 二次曲线C_1：$\begin{cases}x=5\cos\theta\\ y=3\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）与$C_2$：$\begin{cases}x=\sqrt{25-k}\ \sec\alpha\\ y=\sqrt{k-9}\ \operatorname{tg}\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数，$-9<K<25$）始终有

(A) 相同的离心率；　(B) 相等的焦距；

(C) 相同的准线；　(D) 公共的渐近线。

(10) 下面四个小题的答案中正确的是

(A) $\rho^2=\operatorname{tg}\theta$对应的直角坐标方程为$x^2+y^2=\frac{y}{x}$，$(x\neq 0)$；

(B) 点$\rho(-12,\ 5)$的极坐标为$\left(13,\ \operatorname{arctg}\left(-\frac{5}{12}\right)\right)$；

(C) $\operatorname{tg}\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$及$\theta=\frac{\pi}{6}$为同一曲线；

(D) 圆$\rho^2-2\rho(\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta)-\sqrt{5}=0$的半径为2。

(11) 已知复数Z满足$|Z-(2+2i)|=\sqrt{2}$，则Z的模的最大值为

(A) $3\sqrt{2}$；　(B) $2\sqrt{3}$；

(C) $4\sqrt{2}$；　(D) $\sqrt{3}$。

(12) 设$a>0$，$b>0$，则$\frac{a+b}{2}$，$\sqrt{ab}$，$\frac{2ab}{a+b}$三个数的大小顺序是

(A) $\frac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{ab}\leqslant\frac{2ab}{a+b}$；　(B) $\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}\leqslant\frac{2ab}{a+b}$；

(C) $\frac{2ab}{a+b}\leqslant\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}$；　(D) $\sqrt{ab}\leqslant\frac{2ab}{a+b}\leqslant\frac{a+b}{2}$。

(13) 某校高中部高一、高二、高三各有四个班，现从三个年级中选出6名代表出席市学联代表会，规定各年级至少有一名代表，至多不超过三名代表，且每班至多选一名代表，那么该

校高中部各班代表数分布方案共有

(A) 576种； (B) 96种；

(C) 792种； (D) C_{12}^{6} 种。

(14) $\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 的展开式中系数最大的项是

(A) 第六项； (B) 第五项，第七项；

(C) 第五项，第六项； (D) 第六项，第七项。

(15) 一个正四棱台内切一个半径为 $\sqrt{3}$ cm的球，且棱台侧面与下底面成60°的二面角，则正四棱台的体积为

(A) $24\sqrt{3}\,cm^3$； (B) $\frac{104}{3}\sqrt{3}\,cm^3$；

(C) $\frac{26}{3}\sqrt{3}\,\pi cm^3$； (D) 以上都不是。

三、本题共有6个小题，请把合适的答案填在试题中所画的横线上。

(1) $1+i\,\mathrm{tg}\theta\left(\theta\in\left(\pi,\ \frac{3\pi}{2}\right)\right)$ 的三角式是____________。

(2) 函数 $y=2|x-1|-3|x|$ 的最大值为________。

(3) 已知 $f(1^{n}x)=x^n$，则 $f(n)=$________。

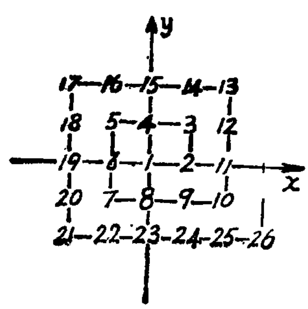
(4) $\frac{1+i^{3n}+i^{5n}+i^{7n}+\cdots+i^{25n}}{1\cdot i^{3n}\cdot i^{5n}\cdot i^{7n}\cdots i^{25n}}=$____________。

(5) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdots\sqrt[2^n]{2}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^n}=$____________。

(6) 平面上有10条直线，任意两条不平行，其中五条共点，则它们能将平面划分成的区域数最多为________。

四、本题共有2个小题。

(1) 如图，从原点出发，原点 (0, 0) 排在第一号，点 (1, 0) 排在第二号，将坐标为整数的所有点按顺序排号，求排在100号的点的坐标。



(2) 画出函数 $y=4^{\log_{16}x-2}$ 的图象。

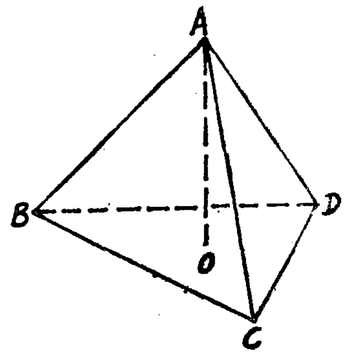
五、当 n 是大于1的自然数时，求证：

$$C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n > n \cdot 2^{\frac{n-1}{2}}.$$

六、已知r为定值，问t取何值时，圆$x^2 + (y-t)^2 = r^2$与抛物线$y = x^2$相切？

七、如图，三棱锥$A—BCD$三条侧棱两两垂直，三侧面$\triangle ABC$、$\triangle ACD$、$\triangle ADB$的面积分别为S_1、S_2、S_3，设AO为三棱锥的高，求证：

$$AO = \sqrt{\frac{2S_1S_2S_3}{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}.$$



八、（附加题）

有一个半径为a的半球形容器，在容器中放一长为$l > 2a$的木棒（质量均匀），求棒的平衡位置。

数学高考模拟试题（二）

一、每个小题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内。

（1）$x>10$是$\lg x^2>2$的（　）

（A）充要条件；　　（B）充分但不必要的条件；

（C）必要但不充分的条件；　　（D）以上都不对。

（2）下列各式的值为正的是（　）

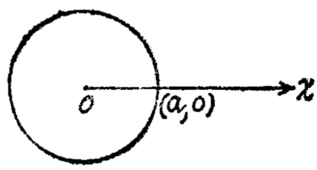
（A）$\arcsin\left(-\frac{3}{15}\right)-\arccos\left(-\frac{3}{15}\right)$；　　（B）$\arccos\left(-\frac{2}{3}\right)-\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$；

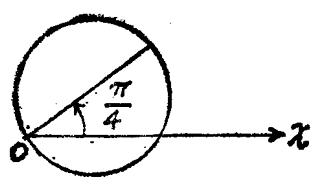
（C）$\text{arcctg}\frac{14}{3}-\text{arcctg}\frac{3}{14}$；　　（D）$\text{arctg}(-3)-\text{arctg}(-1.7)$。

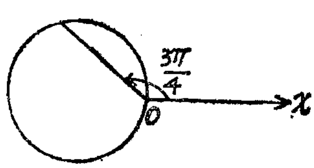
（3）圆锥的侧面积是底面积的两倍，则侧面展开图扇形的圆心角为（　）

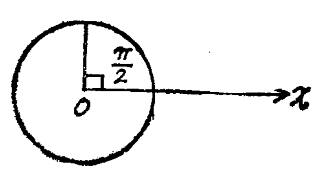
（A）$\frac{2\pi}{3}$；　（B）π；　（C）2π；　（D）以上都不对。

（4）极坐标方程$\rho=a\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$（$a>0$）的图象是（　）

（A）


（B）


（C）


（D）


（5）从10名女生中选出2名，40名男生中选出3名担任五种不同的职务，规定女生不担任其中的某种职务，共有不同的方案（　）种。

（A）$P_{10}^2P_{40}^3$；　　（B）$C_{10}^2C_{40}^3P_3^1P_4^4$；

（C）$C_{15}^2C_{40}^3P_5^5$；　　（D）$C_{10}^2C_{40}^3$。

二、本题只要求直接写出结果。

（1）一个四面体的六条棱长为a、b、c、d、e、f满足$a^6+b^6+c^6+d^6+e^6+f^6=6abcdef$，则这四面体是 ________。

(2) $\cos 36° - \sin 18° =$ ______。

(3) $-2i$的平方根是 ______。

(4) 已知两条不重合直线：$mx+y-n=0$和$x+my+1=0$。互相平行，则m、n的值是 ______。

(5) $\lim\limits_{n\to\infty}[(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\sqrt{n}]=$ ______。

三、本题两小题

(1) 求函数$y=\dfrac{\sqrt{2x-x^2}}{\lg(2x-1)}+\sqrt[3]{3x+1}$的定义域。

(2) 求$(1+i)^{4n+2}$的展开式中奇数项的和。

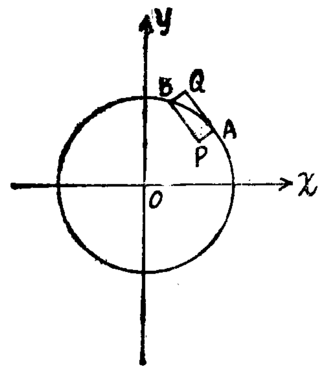
四、将一副三角板拼接，使有公共边BC，且使两个三角板所在平面互相垂直。若$\angle A=90°$，$AB=AC$，$\angle CBD=90°$，$\angle D=60°$。试求：

(1) 二面角$A—BD—C$和二面角$A—CD—B$的大小；

(2) 直线AD和平面BC所成的角；

(3) 异面直线AD和BC所成的角。

五、若P是已知$\odot o$内一定点，今以PA、PB为邻边作一矩形$PAQB$，试确定Q点的位置。



六、已知圆E的方程$\begin{cases} x = 1 + 2\sin\theta, \\ y = 2\cos\theta. \end{cases}$以圆上点$A$为圆心，点$A$到$x$轴的距离$AD$为半径，作圆交$\odot E$于$B$、$C$两点。设$AD$与$BC$交于$P$，求$P$点的轨迹方程。

七、设$\alpha+\beta+r=\pi$，求证：

(1) $\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot\sin\frac{r}{2}\leqslant\frac{1}{8}$；

(2) $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma\leqslant\frac{3}{2}$

八、已知$A=\left\{(x, y)\,\middle|\,\frac{y-3}{x-2}=a+1\right\}$，

$B=\{(x, y)\mid(a^2-1)x+(a-1)y=15\}$，问当$a$为什么实数时，$A\cap B=\phi$。

九、（附加题）

有一抛物线$y=x^2$，过点$(1, 2)$作弦，问该弦处什么位置时，曲线与弦所围面积最小？

数学高考模拟试题（三）

一、本题共有5个小题都给出A、B、C、D的四个结果，其中只有一个是正确的．把正确结论的代号写在题后括号内．

（1）一个几何体的上、下底面是互相平行的两个矩形，尺寸分别是 30×20，40×30，四个侧面都是平面部分，这个几何体是（　　）．

（A）四棱柱；（B）四棱台；（C）正四棱台；（D）以上都不是．

（2）三角形三边的长是连续整数，最大角是最小角的2倍，则最小角是（　　）．

（A）$\arccos\frac{3}{4}$；　　（B）$\arccos\frac{4}{7}$；

（C）$\arccos\frac{2}{3}$；　　（D）$\arccos\frac{9}{14}$．

（3）用数字0、1、2、3、4、5、六个数字能组成没有重复数字的六位奇数为（　　）．

（A）$\frac{1}{2}(P_6-P_5)=300$；　　（B）$3(P_6-P_4)=288$；

（C）$P_6-4P_5=240$；　　（D）$P_6-P_5=600$．

（4）函数 $f(x)=\frac{1}{a^x-1}$ 是（　　）．

（A）偶函数；　　（B）奇函数；

（C）既不是奇函数也不是偶函数；　　（D）既是奇函数又是偶函数．

（5）已知 $f(x)=x+1$，那么曲线 $y=x+1$ 关于直线 $x=2$ 对称的曲线是（　　）．

（A）$y=6-x$　　（B）$y=x-6$

（C）$y=-x-2$　　（D）$y=x-2$．

二、填空：

（1）若 $0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，那么 $\beta-\sin\beta$ 与 $\alpha-\sin\alpha$ 的大小关系是 $\beta-\sin\beta$ ____ $\alpha-\sin\alpha$．

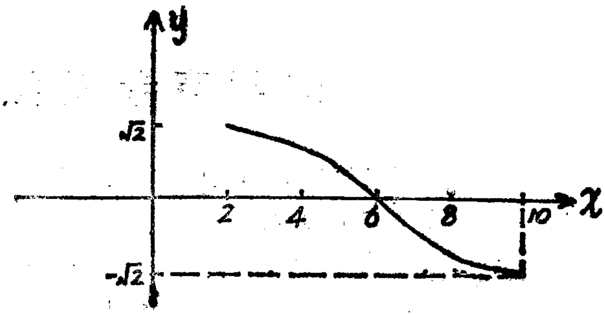
（2）一个正整数 M 的常用对数是 $A+\lg B$（A，B 是相邻两自然数），且满足条件 $A^2-B^3=1$，那么 M 的值是____．

（3）圆锥的侧面展开图是一个半圆，圆锥的母线和高的夹角是____．

（4）若 $P=\frac{4}{1-e\cos\theta}$ 表示等轴双曲线，则 $e=$____，其渐近线方程是____．

（5）公比为 q，且 $|q|<1$ 的无穷等比数列的和是15，且这数列的各项平方和是45，这数列的首项是____．

三、下图为一正弦曲线的一段，试用正弦函数，写出它的表达式。



四、已知函数$y=f(x)$是偶函数，且在$x\in(0,\ +\infty)$时是单调递减的，

（1）问$y=f(x)$在$x\in(-\infty,\ 0)$时的单调性；

（2）证明你的结论；

（3）举一个满足上述条件的例子。

五、求满足$\frac{1-\cos\theta}{1+\sin\theta}>\operatorname{tg}\theta$（$0\leqslant\theta<2\pi$）的$\theta$的值。

六、椭圆C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的焦点为$F_1$、$F_2$；抛物线$C_2$：$y^2=2px(p>0)$的焦点为$F_2$，$C_1$与$C_2$相交于$M$点。求证：

$$\cos\angle MF_1F_2\cdot\cos\angle MF_2F_1=\frac{ap-b^2}{ap+b^2}.$$