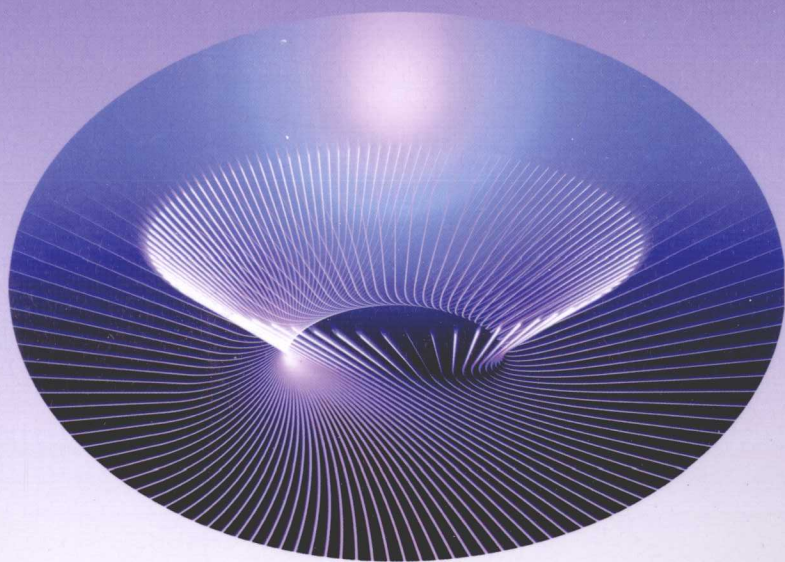


不确定性系统理论 及其在预测与决策中的应用

赵秀恒 王清印 王义闹 刘志勇 著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

国家自然科学基金资助项目(70271006)

河北省自然科学基金资助项目(F2006000571)

不确定性系统理论 及其在预测与决策中的应用

赵秀恒 王清印 王义闹 刘志勇 著

北 京

冶金工业出版社

2010

内 容 简 介

预测与决策贯穿于管理的各个方面,预测是否准确,决策是否正确,直接影响着国民经济建设的效率和成败,因此科学工作者一直在为寻求科学的预测和决策方法而努力。该书作为国家自然科学基金资助项目及河北省自然科学基金资助项目的研究成果,较系统地讨论了不确定性系统理论的基本内容,提出了解决不确定性问题的数学方法,同时将这些方法应用于经济系统预测与决策问题上,建立了数学模型,并通过实例阐明了其应用过程。

本书可供经济和工程技术管理人员、研究人员以及其他行业分析和决策人员阅读,也可供大专院校有关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

不确定性系统理论及其在预测与决策中的应用/赵秀恒等著. —北京:冶金工业出版社,2010.6

ISBN 978-7-5024-5272-8

I. ①不… II. ①赵… III. ①不确定系统—应用—预测科学 ②不确定系统—应用—决策学 IV. ①G303
②C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 085055 号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 yjpbs@cnmp. com. cn

责任编辑 张登科 美术编辑 张媛媛 版式设计 葛新霞

责任校对 石 静 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-5272-8

北京百善印刷厂印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2010 年 6 月第 1 版,2010 年 6 月第 1 次印刷

148 mm × 210 mm;7.125 印张;209 千字;217 页

25.00 元

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

前 言

预测与决策贯穿于管理的各个方面。预测是否准确,决策是否正确,直接影响着国民经济建设的效率和命运。因此,科学工作者一直在为寻求科学的预测与决策方法而努力。自 1890 年 Marshall 的《经济学原理》问世以后,国内外经济学家便开始注重定量分析方法,越来越多地借助于数学方法解决问题。时至今日,预测方法已多达 200 余种,常用的也有二三十种。作为辅助决策的数学方法有线性规划、非线性规划、网络规划、排队论、对策论、统计推断等,它们都在经济管理中发挥着重要作用。但严格地说,预测与决策的理论与方法还没有很好的解决,预测误差大,决策失误的现象时有发生。浅显地分析,在于经济工作者多偏重于方法的应用,忽视了理论的研究和探讨。深入地分析,在于多数人仍只重视定量分析,忽视定性分析,只重视确定性的数学模型,而没有充分考虑不确定性因素的影响。有的虽略有涉及,却又只限于随机性;而且又是在某种人为的假设条件下实现的。因此很难达到理想水平。

关于不确定性问题,早在 1936 年凯恩斯(J. N. Keynes)在他的《通论》中就已经提出来了。雷·温特劳布教授在其《论不确定性及凯恩斯革命》一文中,曾把凯恩斯对不确定性的看法看成“一次极其重要的革命”。但他又接着说:“这种重要性将近 30 年来为大多数经济学家所忽视,并且现在还为许多人所忽视”。究其原因,我们认为:

(1) 凯恩斯只是指出了考虑不确定性的重要性,没有给出处理不确定性的理论与方法。正如 T. W. 哈奇森(T. W. Hutchison)在《经济学革命与发展》中所说:“就凯恩斯自己的方法论而言,他从未澄清有关无知和不确定性及其方法论上的含义”。帕廷金也正确地观察到:“凯恩斯确实没有在《通论》中,也没有在 1937 年《经济

学季刊》的那篇文章中……建立一个在不确定条件下的经济行为理论”。因为含义不清,又无方法可循,可以说这是人们忽视不确定性的客观原因。

(2) 多年来,人们已习惯于传统的确定性分析方法,在面对不确定性的真实含义不清,又苦于没有理论和方法可循的情况下,使古典经济学家“遗忘了”凯恩斯的伟大思想,而一直沿用着牛顿力学的范式,构建出自己的优美框架,强调机械的因果关系,认为系统运行在“平衡”的轨道上,“最终将达到某种均衡状态”。也正如西蒙教授所说:“不可避免的是,如果经济学家要与不确定性打交道,就必须理解人类行为实际面临的不确定性,人类就必定要遇到信息与计算能力的限制”。这种在习惯势力的作用下因受条件限制不愿接受新思想,不敢开拓新途径,从而忽略不确定性的状况,应该说是主观原因。

随着社会的发展,科学的进步,人们在科学研究中所涉及的系统越来越庞大,越来越复杂,不确定性的表现也越来越突出。正如美国控制论专家、模糊数学创始人 L. A. Zadeh 教授在“互克性原理”中所说:“当系统的复杂性日趋增长时,我们所做出的系统性的精确的有意义的描述能力将相应降低,直至达到这样一个阈值,一旦超过它,精确性和有意义性将变成两个互相排斥的特性”。也就是说,随着复杂性程度的增高,不确定性的表现将日趋增大,经典的确定性描述方法将变得无能为力,必须积极寻求处理不确定性的有效方法。到目前为止,人们已经发现了四种不确定性信息。除使用概率统计方法研究的随机性信息之外,人们又先后发现了模糊信息、灰色信息和未确知信息,并且已有了各自的描述方法。

模糊信息是 L. A. Zadeh 教授发现的,并于 1965 年在“模糊集合”(Fuzzy Set)一文中建立了模糊集合理论,给出了用经典数学方法不能解决的“亦此亦彼”的模糊信息的处理方法。现在已在国际上形成了一个新的研究领域——模糊数学与模糊系统。

“灰色”信息是我国华中理工大学邓聚龙教授发现的,并于 1982 年在“灰色系统的控制问题”一文中给出了灰色系统概念及其

研究方法。现在已形成又一新的研究领域——灰色系统理论。他为研究复杂系统开拓了新路。他给出的灰色预测和灰色决策方法可以用较少的数据建立微分方程模型,特别适用于宏观预测与决策。为了适应灰色系统的建模需要,为了完善灰色系统理论,王清印教授在进行“邯郸市工业经济预测及机械工业经济态势分析”的课题研究中,认识到建立灰色数学的重要意义;于1987年与吴和琴教授一起建立了灰色集合(Grey Set)理论及相应的灰色数学体系,自1985年至今,王教授一直围绕经济预测与决策问题研究灰色数学,并于1990年与1996年分别出版了《灰色系统理论的数学方法及其应用》和《灰色数学基础》,为处理灰色信息提供了数学工具,为经济管理提供了若干个数学模型。

1990年,中国工程院院士王光远教授发现了不同于随机性、模糊性、灰色性的另一种不确定性。它是一种客观上存在的,但对决策者来说,由于种种原因而不能认识其确切状态和数量关系,从而产生的主观上、认识上的不确定性——未确知性,并在吴和琴教授的协助下建立了未确知集合和未确知数学理论。

以上三种新的关于不确定性研究的理论分别解决了模糊信息、灰色信息和未确知信息的处理问题,但事物是复杂的,系统各因素之间有着千丝万缕的联系;各种不确定性信息往往在一个系统中交叉呈现或同时呈现;因此,若要理想地解决预测与决策的研究方法问题,还必须从系统整体出发,实现对系统中各种信息的综合处理。为达此目的,王清印教授在L. A. Zadeh教授、王光远教授、邓聚龙教授、陈绵云教授等对不确定性研究成果的基础上,从1989年开始探讨综合处理不确定性信息的理论与方法;并在1990年出版的《灰色系统理论的数学方法及其应用》中给出了不确定性系统概念,在文献[3]中给出了不确定性数学概念。在王清印教授带领下,课题组先后完成了两项国家自然科学基金资助课题——“不确定性系统预测理论与方法研究”(79770025,1996~2000年)和“不确定性系统理论基础研究”(70271006,2002~2005年),7项关于经济预测与决策的省级立项课题。该团队成员已发表有关论文上百篇,出版著作

3 部,并对“无知和不确定性”的含义以及综合处理不确定性信息的方法进行了探讨,2001 年出版了《预测与决策的不确定性数学模型》一书。

从 2001 年至今,该团队成员在国家自然科学基金资助项目(70271006)及河北省自然科学基金资助项目(F2006000571)的研究过程中,又获得了一些新的研究成果,并且较系统地讨论了不确定性系统理论的基本内容,提出了解决不确定性问题的数学方法,同时将这些方法应用于经济系统预测与决策问题上,建立了数学模型,并通过实例阐明了其应用过程。

本书共分 5 章,第 1、2 章研究和介绍了不确定性系统理论基础和处理不确定性问题的数学方法;第 3、4、5 章给出了经济系统不确定性预测与决策的数学模型、态势分析模型及其实例等。

本书在出版过程中,得到了河北经贸大学出版基金的资助,在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限,书中不妥之处,敬请广大读者批评指正。

作 者

2010 年 3 月

目 录

1 不确定性系统理论基础	1
1.1 不确定性信息产生的渊源及其分类	1
1.2 各种不确定性信息之间的关系	6
1.3 不确定性系统的特性及其研究思路	10
1.4 不确定性系统理论的基本结构	15
1.5 不确定性系统的建模基础	18
1.6 不确定性系统论与集对论的内在联系	23
2 <i>UG</i> 集与 <i>Vague</i> 集	31
2.1 <i>UG</i> 集与 <i>Vague</i> 集概念	31
2.2 <i>UG</i> 集与 <i>Vague</i> 集的区别与联系	34
2.3 用 <i>UG</i> 集求解基于 <i>Vague</i> 集的多目标决策问题	35
2.4 <i>U</i> 数及其运算	37
2.5 <i>U</i> 数的序关系	45
2.6 <i>U</i> 数向量及其运算	47
2.7 <i>U</i> 数行列式	49
2.8 <i>U</i> 数矩阵及其运算	53
2.9 <i>U</i> 数线性方程组	58
2.10 一元二次 <i>U</i> 数代数方程	66
2.11 <i>U</i> 数线性规划及其求解方法	68
3 经济预测的不确定性数学模型	74
3.1 经济系统中不确定性信息及其分类	74
3.2 经济系统预测精度及有效性分析	75
3.3 离散函数的生成规律	81

3.4	GM 预测模型	88
3.5	逐步优化灰导数白化值的 GM(1,1) 直接建模 方法推广	111
3.6	累加生成建模法的改进及其应用	116
3.7	不确定型区间预测	122
3.8	灾变预测	129
3.9	拓扑预测	131
3.10	不确定性系统投入产出分析模型	135
3.11	BP 神经网络模型	140
3.12	建立不确定性系统预测模型实例	146
4	不确定型经济态势分析模型	152
4.1	A 型关联分析模型	152
4.2	B 型关联分析模型	165
4.3	C 型关联分析模型	173
4.4	灰数序列关联分析	180
5	经济决策的不确定性数学模型	187
5.1	同异反决策模型	187
5.2	区间型灰线性规划模型	190
5.3	中心灰靶局势决策模型	195
5.4	模糊综合评定模型	202
5.5	灰色综合评判及其应用	204
	参考文献	212

1 不确定性系统理论基础

从系统观点出发,研究综合处理各类不确定性信息的理论与方法,我们称之为不确定性系统理论。在本章中,我们仅就预测与决策的需要,讨论不确定性信息的概念、产生根源及其分类,讨论随机信息、模糊信息、灰色信息及未确知信息之间的关系及信息处理的可能性;讨论不确定性系统的概念及其研究方法;信息不确定性系统理论的基本框架及不确定性系统的理论基础;给出不确定性数学的理论体系;为建立预测与决策的不确定性数学模型提供建模的指导思想。

1.1 不确定性信息产生的渊源及其分类

1.1.1 不确定性信息概念

为了弄清不确定性信息的概念,我们首先要弄清“信息”一词的内涵。纵观信息理论的发展历史,目前还没有发现一个明确的定义。美国迈克尔·巴克兰德(Michael Buckland)在1994年出版的《信息与信息系统》一书中,一开始就把“信息的定义”专门列为一节。他在一开始就说:“要讨论信息的含义,困难顷刻出现。只有当某人获得了信息即其了解某事,明白真相时,信息这一概念才有意义。耐人寻味的是,信息一词本身就是有歧义的,并且用法也多种多样。”他从使用角度把信息分为三类:作为过程的信息、作为知识的信息和作为事物的信息。然而,一些著名的理论家却反对第三种意义上的信息。维纳(Wiener)1961年强调“信息即信息,不是材料也不是能源。”马克卢兰(Machlup)1983年把信息局限于通讯环境,认为:“信息传统上有两种基本意义:(1)告知某事;(2)被告知某事。超越此意义则为类比和比喻,或者是由前人没有赋予该词任何意义就编造出来的”。弗桑(Fairthorne)1954年也反对把信息称为“原料”(stuff),认为:“信息即接受者的知识以及对信号的解释,既不属于发送者也不属于无所不知的观察家,更不是信

号本身。”从上面不同专家的不同理解可以看出,他们对信息一词都没有一个明确的定义。在有关资料中我们还发现有如下定义:

信息论的奠基人之一申农(Shannon)的定义是“信息是被消除的随机不确定性。”

噢什伯(Ashby)的定义是“信息是事物的变异度。”

欧小威的定义是“信息是物质、能量的时空序。”

刘长林的定义是“信息是被反映的事物的属性。”

鲁晨光的定义是“信息是被反映的特殊性。”并认为“特殊性是潜在的信息,被反映的特殊性是给予的信息。”

崔援民主编的《现代企业管理学》中说:“狭义的信息定义是:信息就是消息、信号、音讯和情况的总和。广义信息定义是:信息是客观事物的存在方式或运动状态以及这种存在方式或运动状态的特征和表现。”

如上六种定义的内涵是不尽相同的,外延也有窄有宽。但他们的初衷却都是一致的,即都是以分辨事物的本质特性为目的的。基于这一思想,我们倾向于最后一种定义中的广义信息定义。

为了明确信息的内涵,我们只需分析一下人类认识自然的目的和过程,即可使之迎刃而解。

人类为了生存,就要认识自然、适应自然、改造自然,为此,首先要认识自然。自然界存在着万事万物、错综复杂、五彩缤纷、千差万别。人类为了认识这个复杂的世界,区分不同事物的不同特征,了解并掌握它们的运动规律,就要在主观上根据不同事物的不同特征给出某种标准和尺度对各种事物进行观测;再将所观测的结果上升到理性进行分析、鉴别,研究它们之间的相互关系和本质属性,在头脑中形成一个明确的概念。这就是人类对客观事物的认识过程。

自然界的万事万物是客观存在的,是不以人的意志为转移的。它们之所以被人类所认识,是因为它们各自都有自己的潜在能量,即潜能。在潜能的作用下,事物本身所固有的本质特性便发射于外界;人类通过自己在实践中总结出来的标准、尺度对事物进行观测所得的结果是事物本质特性的再现,这就是信息行为。

根据如上分析,我们给出如下定义:

定义 1.1 反映事物本质特性的一切表现形式(如形象、声音、数据等)统称**信息**。信息又分为源信息和宿信息。信源向外发射的信息称为**源信息**;经过信道传输在接收系统呈现的信息称为**宿信息**。

源信息是事物本身所固有的,是潜在于事物内部可以向外发射的信息,故又称为潜信息。宿信息是人类通过对事物的观测所获得的结果,是源信息的显化、再现,故又称为显信息。人类所能了解、所能掌握的关于反映事物特性的信息只能是自己的观测结果,即只能是宿信息。宿信息又是以源信息为依据的。否则,信息将是无源之水、无本之木。

对于如上定义,可以用列宁在《唯物主义和经验批判主义》中的一句话帮助我们理解它的内涵。他说:“物质是标志客观实在的哲学范畴,这种客观实在是人感觉到的,它不依赖于我们的感觉而存在,(它可以)为我们的感觉所复写、摄影、反映。”这里所说的“客观实在是人感觉到的”恰好说明事物内部源信息的存在,并且可以在能量的作用下向外界发射。人类通过观测、“感觉所复写、摄影、反映”出来的信息正是源信息显化后的宿信息。正如欧小威在所著《全息经济学》中所说:“所谓潜在信息,是指尚未被物质和能量等载体表现出来,只以虚在的形式藏在幕后间接起作用的信息。”“显在信息则是处于与此相反的状态的信息。”因此,我们把信息视为事物潜在的源信息和被人类显化出来的宿信息在理论上是完备的。

因为源信息是事物本身所固有的,所以不论事物本身多么复杂多变,源信息能反映事物的本质属性,即源信息总是确定的。宿信息则不然,因为它是源信息的再现,由于再现过程的复杂程度不同,由于观测者能力不同,有可能使宿信息部分失去源信息本来面貌,不能本源地反映事物的本质特性。

定义 1.2 不能准确地反映事物本质特性的信息称为**不确定性信息**。

随着科学的发展,社会的进步,人们对不确定性信息的认识越来越深入,都已经意识到:如果忽略了对不确定性信息或不能对其进行科学的处理,将不能正确认识事物的本身,更不能科学地研究复杂的系统问题。以下各节,我们将深入地探讨不确定性信息产生的渊源、分类,以及科学处理不确定性信息方法等问题。

1.1.2 不确定性信息产生的渊源及其分类

定义 1.2 称不能准确地反映事物本质特性的信息为不确定性信息。那么不确定性信息是如何产生的?它是否有不同类别之分?本节将探讨这一问题。

我们知道,源信息是事物本质属性的表现形式,是事物本身所固有的。因此,不论事物的结构多么复杂,不论事物的运动规律多么富有多样性,它潜在的源信息总是确定的。

宿信息是人类观测的结果,是源信息经过人类的观测的再现形式。这一再现形式可以分为 3 个阶段:(1)源信息在其潜能的作用下向外发射;(2)人类通过某种标准、尺度(或简称为媒介或信道)对源信息进行观测(或称为测量);(3)接收系统(或人类的大脑)所表现的结果,即源信息的再现形式——宿信息。这一过程可称为信息过程。如果源信息的载体——事物本身称为信源,把宿信息的载体称为信宿,则信息过程可概括为:信源—信道—信宿。由于事物结构的复杂程度不同,事物内部潜能的发挥有所不同,其本质特性向外发射、表露的程度也就有所不同。由于信道的畅通性不同,信道上受到的外界噪声的干扰程度不同,会使得对同一事物在不同情况下(包括不同观测者)获得的观测结果有所不同。由于接收系统能力的限制,包括不同观测者不同观测能力的限制,这种再传播的过程也会使观测结果不能准确地反映事物的本来面目。基于如上原因,使得人类所获得的宿信息与源信息相比,就有一定程度的差异,即所谓失真。这种失真现象是难以避免的,而且由于事物的结构不同、复杂程度不同,对同一事物由于观测主体不同、观测工具(或标准)不同,失真的程度、失真的方面就会有所不同。不论是如何的不同,失真的宿信息总不能本源地反映事物本质特性,这正是定义 1.2 所定义的不确定性信息。

定义 1.3 不能准确地反映事物本质的已知信息和遗失的未知信息称为不确定性信息。

另外,由于信道上各种噪声的干扰,接收系统能力的限制,还会有部分信息遗失。遗失的信息所反映的事物特性是不可认识的,它也属于不确定性信息的范畴。为此我们再不能只有确定性信息一个定义。

因为信息的观测主体——人是物质的;观测工具——信道是物质的;源信息的载体——信源是物质的;因此,整个信息过程是一种物质运动过程。因此可以说,不确定性信息产生的渊源是物质运动的必然结果。

通过以上分析,我们已经看出,人类所能了解、所能掌握的信息只能是宿信息。而宿信息又是信息过程的最后呈现结果。由此可以断言,除事物结构特别简单,或主体对客观的观测要求特别简单之外,可以说宿信息就是不确定性信息。

由于信息过程的条件不同,不确定性信息会有不同情况的表现。目前,人们已经认识到以下四种不确定性信息:

(1) 随机信息。由于客观条件不充分或偶然因素的干扰,使得几种人们已经明确的结果在观测中出现偶然性,在某次试验中不能预知哪一个结果发生,这种试验称之为随机试验。由随机试验获得的信息称为随机信息。随机信息在经济系统中表现尤为突出,如市场价格波动、市场兴衰状况、工程施工工期等。

(2) 模糊信息。由于事物的复杂性,其元素特性界限不分明,使其概念不能给出确定性的描述,不能给出确定的评定标准。它向人们提供的宿信息称为模糊信息。如技术经济方案的优与劣、产品质量的好与坏、合格与不合格等,都是难以给出确定性描述或评定标准的模糊概念,它向人们提供的信息称为模糊信息。

(3) 灰色信息。由于事物的复杂性,由于信道上各种噪声的干扰以及接收系统能力的限制,人们只能获得事物的部分信息或信息量的大致范围,而不能获得全部因素的信息或确切的信息。这种部分已知部分未知宿信息称为灰色信息。如经济指标的量化数据,由于上述原因,人们不能获得某指标的全部数据或真实数据,所获得数据也只能是反映某时刻的大致状态,这就是经济系统中的一类灰色信息。

(4) 未确知信息。这是中国工程院院士王光远教授提出来的,他认为:“在进行某种决策时,我们所研究和处理的某些因素和信息可能既无随机性又无模糊性,但是决策者纯粹由于条件的限制而对它认识不清,也就是说,所掌握的信息不足以确定事物的真实状态的数量关系。这种纯主观上、认识上的不确定性信息称为未确知信息。”这种信

息的产生可归结为盲动试验。它可以在似乎相同的条件下重复进行,但试验的结果并非完全是已知的,例如,折旧资金产生于机械磨损和精神磨损,其中机械磨损是由生产因素和自然因素引起的,可以看作是已知的。精神磨损是由于同类机器的生产费用降低或由于产生了新型的更有效的机器设备而引起的原有固定资产的贬值。它向人们提供的信息是客观存在的,人们难以给出精确的量化纯属主观原因,这样产生的宿信息就是未确知信息。

以上四种不确定性信息在表现形式上是不同的。但就其产生的原因分析,又可以把它们归为三类。

未确知信息是由纯主观原因引起的,我们称它为主观型不确定性信息。

随机信息的试验前结果是已知的,只是不知其试验后结果,它描述现象仍是非此即彼现象。模糊信息是概念的外延不清晰,它描述的是亦此亦彼现象。但产生这两类不确定性信息的主要原因都是因客观条件引起的,我们称它们为客观型不确定性信息。

灰色信息的主要特征是部分已知部分未知。它产生的原因包含了主观、客观两方面原因,所以我们称它为相兼型不确定性信息。

1.2 各种不确定性信息之间的关系

要想科学地研究系统的结构和功能,实现对系统的优化控制,必须实现对不确定信息的综合处理。为此,我们首先要认识目前人们已经发现的随机信息、模糊信息、灰色信息、未确知信息四种不确定性信息之间的关系。

1.2.1 从四种不确定性信息的概念分析它们之间的关系

在 1.1 节中我们已经指出,灰色信息的内涵是部分信息已知部分信息未知。其中部分已知信息可视为“白”信息,部分未知信息可视为“黑”信息,是未被辨识的潜信息。随机信息是由随机试验向人们提供的,试验前的所有结果是确定的,只是试验后结果不确定。当试验结束后,其结果也便已知了,是“白”信息。模糊信息是概念的外延不清晰,不能给出确定的评定标准。当您面对某一个事物时,尽管我们不能说

明它的明确的尺度,但我们却能够用我们的大脑去辨认它,以区别于其他事物。这就是说,模糊信息也是已知的“白”信息。未确知信息是“纯主观上、认识上的不确定性信息”,是由条件限制而对事物认识不清而产生的。但不论“不清”的程度有多大,您所获得的宿信息也是已知的“白”信息。从灰色信息是由“黑”和“白”相兼这个意义上讲,灰色不确定性信息包括了其他三种不确定性信息。

1.2.2 从数学公理化体系分析随机、未确知和灰色信息的关系

在概率论中,随机试验是在相同的条件下可重复的试验,所有可能发生的结果是已知的、确定的。但在每一次试验之前究竟发生哪一个结果是预先不能确定的。为了研究、处理随机信息,建立完善的概率论的数学体系,前人基于随机信息的特点曾给出概率论的公理化体系:若

(1) 基本空间 $U = \{x\} \neq \phi, x$ 表示 U 中的元素。

(2) $F \subset P(U)$ 是 U 上的 σ 代数,满足:

1) $U \in F$; 2) 若 $A \in F$, 则 $\bar{A} \in F (\bar{A} = U - A)$; 3) 若 $A_n \in F (n = 1, 2, \dots)$, 则 $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in F$ 。

(3) $P: F \rightarrow [0, 1]$:

1) $\forall A \in F, 0 \leq P(A) \leq 1$; 2) $P(U) = 1$; 3) 若 $A_n \in F, n = 1, 2, \dots$, $A_i \cdot A_j = \phi, i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots\}$, 则 $P\{\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$ 。

则称 P 为 F 上的概率测度(简称概率)。 F 中的元素 A 称为事件; $P(A)$ 称为事件 A 的概率;三元总体 (U, F, P) 称为概率空间。

在未确知数学中,称其相应的试验为盲动试验。在盲动试验中,有可能发生的试验前结果是不全知的,只知道其中的某一部分,如 $x\%$ 。这是盲动试验与随机试验的不同点;但它的试验过程与随机试验又有相似之处,可以在似乎相同的条件下多次试验。我们曾在文献[9]中给出未确知数学的公理化体系:若

(1) 基本空间 $U = \{x\} \neq \phi, x$ 表示 U 中的元素。

(2) $F \subset P(U)$ 是 U 上的 σ 代数,即满足:

1) $U \in F$; 2) 若 $A \in F$, 则 $\bar{A} \in F (\bar{A} = U - A)$; 3) 若 $A_n \in F (n = 1,$

$2, \dots)$, 则 $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in F$ 。

(3) $P: F \rightarrow [0, \alpha]$, $0 \leq \alpha \leq 1$ 且满足:

1) $\forall A \in F, 0 \leq P(A) \leq \alpha$; 2) $P(U) = \alpha$; 3) 若 $A_n \in F, n = 1, 2, \dots$,

$A_i \cdot A_j = \phi, i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots\}$, 则 $P\{\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$ 。

则称 P 为 F 上的主观可信度 (简称可信度); $P(A)$ 称为 A 的可信度; 三元总体 (U, F, P) 称为可信度空间。它是未确知数学的逻辑推理基础。

对比概率论公理体系与未确知数学的公理体系, 我们发现它们之间的区别在于 (3), 即后者用 $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ 代替了前者的 1。当 $\alpha = 1$ 时, 便是概率论的公理化体系。这表明概率论是未确知数学的特例。再对照两种不确定性信息的概念分析: 随机试验是在所有可能结果完全已知的条件下进行的, 因而有 $P(U) = 1$; 只是试验后结果是哪一个不能预先知道, 因而有 $0 \leq P(A) \leq 1$; 这样获得的宿信息为随机信息。而未确知数学中的盲动试验, 其试验前的所有可能结果不全知, 只知道其中的一部分 $x\%$, 还有 $(1 - x\%)$ 不知道, 因而有 $P(U) = \alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$; 而试验后结果仍是不能预先知道, 所以仍有 $0 \leq P(A) \leq 1$; 这样获得的宿信息称为未确知信息。可见, 未确知信息的外延大于随机信息的外延。

灰色信息是由于事物的复杂性、信道上噪声的干扰以及接收系统的能力限制造成的, 其产生的过程可称为广义盲动试验。在这个试验中, 其试验前结果是一无所知的。灰色信息的特征: 部分已知部分未知或仅知“信息量的大致范围”是试验后结果。其公理体系可归纳为: 若

(1) 基本空间 $U = \{x\} \neq \phi, x$ 表示 U 中的元素。

(2) $F \subset P(U)$ 是 U 上的 σ 代数, 即满足:

1) $U \in F$; 2) 若 $A \in F$, 则 $\bar{A} \in F (\bar{A} = U - A)$; 3) 若 $A_n \in F (n = 1,$

$2, \dots)$, 则 $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in F$ 。

(3) $P: F \rightarrow [\alpha_1, \alpha_2], [\alpha_1, \alpha_2] \subseteq [-1, 1]$:

1) $\forall A \in F, P(A) \subseteq [\alpha_1, \alpha_2]$; 2) $P(U) = [\alpha_1, \alpha_2]$; 3) 若 $A_n \in F$,