高等学校教材

应用概率统计教程

■ 谢邦昌 张　波 田金方 编著

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校教材

应用概率统计教程

■ 谢邦昌 张 波 田金方 编著

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是按照教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会关于概率论与数理统计课程的教学基本要求编写而成的。内容精炼，结构完整，推理简明，通俗易懂，侧重介绍概率论与数理统计中基本的概念、原理和方法，强调直观性和可读性，例题丰富，突出基本思想。

全书共九章。包括概率的基本概念及其性质，随机变量的基本内容，多维随机变量，随机变量的数字特征，大数定律与中心极限定理，数理统计的基本概念，数理统计的参数估计方法，假设检验，简单线性回归等。

本书可作为高等学校非数学类专业本科生的概率论与数理统计课程的教材，也可作为少学时或分层次的教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

应用概率统计教程/谢邦昌，张波，田金方编著．—北京：高等教育出版社，2010.7

ISBN 978-7-04-029760-7

Ⅰ．①应…　Ⅱ．①谢…　②张…　③田…　Ⅲ．①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材　Ⅳ．①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 110238 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
			http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京北苑印刷有限责任公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2010 年 7 月第 1 版
印　　张	23.25	印　　次	2010 年 7 月第 1 次印刷
字　　数	430 000	定　　价	29.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

物料号　29760-00

前　言

经典的数学理论如微积分学、微分方程都是研究确定性现象的有力的数学工具。随着社会生产与科学技术的发展，研究随机现象的统计规律性的理论和方法在上两个世纪获得了迅速的发展，形成了数学的又一个有特色的重要分支——概率论与数理统计。

概率论与数理统计是研究和揭示随机现象的统计规律性的数学学科，是高等学校理工科及管理类本科各专业的一门重要的基础理论课。随着现代科学技术的发展，概率论与数理统计在自然科学、社会科学、工程技术、工农业生产等领域中得到了越来越广泛的应用。因此，在我国高等学校绝大多数专业的教学计划中，概率论与数理统计均列为必修课程或限定选修课程。作为一门应用数学学科，概率论与数理统计不仅具有数学的特点：高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性，而且具有更独特的思维方法。为使初学者尽快熟悉这种独特的思维方法，更好地掌握概率论与数理统计的基本概念、基本理论、基本运算以及处理随机数据的基本思想和方法，培养学生运用概率统计方法分析解决实际问题的能力和创造性思维能力，我们编写了本书。本书按照教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会关于概率论与数理统计课程的教学基本要求编写而成。本书知识体系相对完整，结构严谨，内容精炼，循序渐进，推理简明，通俗易懂，例题丰富，并且着眼于介绍概率论与数理统计中的基本概念、基本原理和基本方法，强调直观性，注重可读性，突出基本思想。此外，本书还有配套的教师指导手册、电子课件和习题参考答案，这些配套教辅能帮助教师在课程教学过程中提高课堂教学的效果，需要者可通过课程邮箱 yygltj@yeah.net 索取。

作为一本应社会需求而生的基础课教材，为适应不同层次的需要，我们在设计教材内容时也考虑到不同使用者的需要，因此本书也适用于一般工科院校本科生、自考生等。此外，本书也适合专科类学生选用，教师只需在内容上适当做些取舍便可。

本书编写分工如下：第一、二、三章由张波执笔，第四、五、六章由田金方执笔，第七、八、九章由谢邦昌执笔，习题由田金方执笔，最后由谢邦昌和张波统稿。

本书的出版得到高等教育出版社张长虹编辑的大力支持，中国人民大学统计学院概率统计教研室部分教师审阅了本书的初稿，提出了许多宝贵的意见，这对提高本书质量起了重要作用，此外，中国人民大学统计学院的研究生李曾、余

超、毕涛和邓军为书稿的打印、画图和校对付出了辛勤的劳动, 特在此一并表示由衷的谢意。

由于编者的水平有限, 本书难免存在错谬之处, 恳请同行及广大读者批评指正。

谢邦昌, 张波, 田金方

2010 年 1 月

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

目　　录

第一章
概　率

学 习 要 点

1. 理解随机事件、概率、条件概率及独立性四个基本概念;

2. 掌握事件的关系和运算, 着重理解事件的"和"、"积"、"对立事件"及其相对应的概率性质;

3. 理解和掌握简单的古典概型;

4. 学习古典概率要对概率论的概念和运算能了解清楚, 通过排列组合的运算技巧和一些重要的概率公式 (例如乘法公式、全概率公式及贝叶斯公式), 就可以计算所要求的概率值.

§1.1 概率论序言

你们可曾留心观察过自然界和社会的各种现象? 知道这些现象有什么特点和规律吗? 春天到了, 万物复苏, 百花盛开, 大自然呈现出一派勃勃生机; 秋风吹来, 枝叶凋零; 上抛的物体一定会下落; 在标准大气压下, 水加热到 100 ℃ 就会沸腾; 无论是什么形状的三角形, 它的两边之和总要大于第三边; 等等.

总结上面这些列举的现象, 我们可以发现它们都有着共同的特点, 如果用较科学的语言来表达就是: 服从特定的因果规律, 从一定的条件出发, 一定可以推出某一结果. 这一类现象我们把它称作"确定性现象", 也叫作"必然现象". 在自然界和社会中还大量存在着另一类现象, 我们称之为"随机现象"或者说是"偶然现象".

比如, 在十字交叉路口, 每天都要通过许多人和车辆, 但是, 我们无法事先预测每天确切的人数及车辆数; 你即将到新的班级生活, 在此之前你能准确地预知新同学中的最大身高是多少吗? 当你和朋友在湖上划着小船, 你们能让小船每一次都精确地沿着上次所走的路线行驶吗? 飞机失事, 火车颠覆、意外爆炸, 这样偶然的事件几乎每天都在发生着. 那么, 随机现象又有什么特点呢? 当人们在一定的条件下对它加以观察或进行试验时, 观察或试验的结果是许多可能结果中的某一个. 就一次观测或试验来说, 其结果无法预料, 毫无规律可言, 即呈现出"偶然性"; 但是在大量重复观测或试验时, 它们呈现出某种固有的规律性, 通常称之为统计

规律性. 我们将这种现象称为**随机现象**.

研究随机现象, 首先要对研究对象进行观察试验. 如果每次试验的可能结果不止一个, 且事先不能肯定会出现哪一个结果, 这样的试验称为**随机试验** (random experiment). 首先把一个不确定的现象假想成是一个随机试验, 为了达到统计的规则性, 我们假设随机试验具有如下通性:

(1) 试验的所有可能发生的结果均已知;

(2) 在试验前无法预知该次试验的结果;

(3) 在相同条件下, 该试验可重复进行.

例 1.1.1　抛掷一质地均匀的骰子, 记录其出现点数, 即为一随机试验:

(1) 骰子会出现的所有点数为 $1,2,3,4,5,6$ (**结果均已知**);

(2) 每掷一次骰子无法预知会出现哪一个点数 (**无法预知某次试验结果**);

(3) 同一颗质地均匀骰子可连续抛掷 (**可重复试验**).

在随机试验中所出现结果的集合称为这个试验的**样本空间** (sample space), 通常以大写希腊字母 Ω 表示, Ω 中的元素称为**样本点** (sample point), 试验中可能发生也可能不发生的事件, 叫做**随机事件**, 是 Ω 的子集合, 通常用大写英文字母 A,B,C 等表示随机事件. 例如, 掷一颗质地均匀的骰子, "掷出 6 点" 是一个随机事件; 再如, 掷两颗质地均匀的骰子, "掷出点数和为 5" 也是一个随机事件.

我们在掷一枚质地均匀的硬币时, 既可能出现正面, 也可能出现反面, 但事先我们无法知道到底会出现哪一面. 但是在大量的重复试验后, 人们发现, 出现正面与出现反面的次数竟然几乎各占一半. 法国科学家蒲丰, 做过试验, 他掷硬币 4 040 次, 结果出现正面的频率为 50.69%, 英国科学家皮尔逊, 通过两组上万次重复试验, 进一步得出, 出现正面的频率分别为 50.16% 和 50.05%. 事实告诉我们, 抛掷次数越多, 一般来说, 出现正面的频率就稳定于 1/2.

例 1.1.2 (福尔摩斯探案的故事)　一次, 福尔摩斯受理破译一份密码, 密码写在一张纸条上, 这份密码与以往的方式完全不同, 上面画的全是些会跳舞的小人. 怎样破译这份密码呢? 福尔摩斯的回答: 只要看出了这些符号是代表字母的, 再应用字母的规律来分析, 就不难找到答案. 字母的规律是什么呢? 人们通过大量的试验证明, 在英文文章中, 每个字母出现的频率是相当稳定的, 比如, 一份英文频率的统计表的统计结果显示 (不同的统计表可能有些差异, 但大致相同): 字母 E 出现的频率最高, 是 12.7%, T 为 9.78%, A 为 7.88%, O 为 7.76%, I 为 7.07%, N 为 7.06%, 字母 Z 出现的频率最小, 只有 0.6%. 福尔摩斯就是运用了这种规律, 破出了那份神秘的密码, 抓住了凶手.

让我们从《福尔摩斯探案全集》中找出有关的内容:

"第一张纸条上的话很短, 我只能稍有把握地假定出现次数最多的符号代表

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

E, E 是英文中出现次数最多的字母, 即使在一个短的句子中 E 也是最常见的. 第一张纸条上的 15 个符号, 其中有 4 个完全一样, 因此把它估计为 E. 这些图形中, 有的还带一面小旗, 有的没有小旗. 从小旗的分布来看, 带旗的图形可能是用来把这个句子分成一个一个的单词."

我把这看作一个可以接受的假设, 同时记下 E 是用来代表某个符号的. 可是, 现在最难的问题来了, 除了 E 之外, 其他英文字母出现次数多少的顺序并不很清楚, 这种顺序, 在平常一页印出的文字里和一个短句子里, 可能正相反. 一般来说, 字母按出现次数**排列** (permutation) 的顺序是 T, A, O, I, N, S, H, R, D, L ……, 但是 T, A, O, I 出现的次数几乎不相上下. 要是把每一种**组合** (combination) 都试一遍, 直到得出一个意思来, 那会是一项没有止境的工作. 所以我们只好等来了新材料再说. 之后, 又有几张纸条来到福尔摩斯手中, 它们是这样的: 对上面五个小人的这幅图, 福尔摩斯说: 在这由五个符号组合的单词中, 我找出了第二个和第四个都是 E. 这个单词可能是 sever (切断), 也可能是 lever (杠杆), 或者 never (决不). 根据对情况的分析, 认为这张纸条是回答一项请求的, 而使用 never 这个词的可能性极大. 于是福尔摩斯判断出: 三个符号分别代表字母 N, V 和 R.

即便在这个时候, 破译密码困难仍然很大. 福尔摩斯经过对案情的分析, 加上他对字母规律及对各种密码的研究经验, 对上述各幅图进行了分析, 最后把第一张纸条上的一句话译为:

AM HERE ABE SLANE (我已到达. 阿贝斯兰尼)

把第二张纸条上的一句话译为:

AT ELRIG ES (住在埃尔里奇)

在得到最后画的一行小人后, 福尔摩斯用已经知道的字母再加上分析, 将其译成这样一句话:

ELSIE PREPARE TO MEET THE GOD (埃尔茜, 准备见上帝)

对字母使用频率的研究, 对于打字机键盘的设计, 印刷铅字的铸造, 信息的编码, 密码的破译都有着十分重要的意义.

随机现象有其偶然性的一面, 也有其必然性的一面, 这种必然性表现在大量重复试验或观察呈现出的固有规律性, 称为随机现象的统计规律性. 研究和揭示这种随机现象统计规律的学科, 就是我们下面要和大家一起来学习的概率论与数理统计. 它将把我们引向一个千百年来被人们视为风云莫测的随机世界.

§1.2 随机事件及其概率

由上述我们了解到, 随机现象有其偶然性的一面, 也有其必然性的一面, 这

种必然性表现在大量重复试验或观察中呈现出的固有规律性, 称为随机现象统计规律性. 而概率论正是研究随机现象统计规律性的一门学科. 以下, 我们从观察试验中引出几个基本概念.

1.2.1 随机试验与事件

例 1.2.1 (1) 掷一质地均匀的骰子, 观察掷出的点数, 所看到的是 6 种可能结果中的某一个, 而事先无法肯定掷出的是几点;

(2) 将一质地均匀硬币抛掷两次, 观察出现正面和出现反面的情况, 可能的试验结果为: {正, 反}, {正, 正}, {反, 正}, {反, 反}, 但抛掷之前不能预言出现哪一个结果;

(3) 从一批灯泡中任意抽取 1 只, 测试它的寿命, 可以知道寿命 $t \geqslant 0$, 但在测试之前不能确定它的寿命究竟有多长.

从以上的随机试验中, 我们可以得出试验的如下特性:

(1) 试验是在一定条件下进行的;

(2) 试验有一个需要观察的目的, 根据这个目的, 可以观察到多个不同的试验结果;

(3) 试验的全部可能结果, 在试验前是明确的, 或者虽不能确切知道试验的全部可能结果, 但可知道它不超过某个范围;

(4) 每次试验的结果事先不可预言, 这就是试验的偶然性. 也就是说, 试验的结果具有随机性.

由于我们主要研究大量随机现象, 因此只考虑可以在相同条件下重复进行的随机试验, 随机试验也简称为试验.

定义 1.2.1 *在随机试验中, 可能发生也可能不发生的试验结果称为***随机事件** (random event).

例如, 在掷硬币试验中, “掷出正面” 是一随机事件. 又如, 在掷骰子试验中, “掷出 6 点”、“掷出偶数点” 也都是随机事件. “随机” 的意思无非是说, 事件是否在某次试验中发生, 随机会而定. 随机事件也简称为事件, 通常用大写英文字母 A, B, C 等表示.

事件可分为基本事件和复合事件.

定义 1.2.2 *我们将单一的试验结果称为***基本事件** (elementary event).

例如, 在掷骰子试验中, 我们的目的是要观察掷出的点数, 则 “掷出点数为 1”, “掷出点数为 2”, ……, “掷出点数为 6” 都是基本事件. 两个或一些基本事

件并在一起, 就构成一个**复合事件**. 例如, 在掷骰子试验中, 事件 "掷出偶数点" 就是由 "掷出点数为 2", "掷出点数为 4", "掷出点数为 6" 三个基本事件构成的.

在随机试验中, 所有可能结果构成的事件称为**必然事件**, 常用 Ω 表示; 在随机试验中不可能发生的结果称为**不可能事件**, 常用 $\varnothing$ 表示. 例如, 在掷骰子试验中, "掷出点数不超过 6" 是必然事件; 而 "掷出点数 7" 则是不可能事件.

1.2.2 事件间的关系与运算

因为事件可以视为一个集合, 因而事件间的关系和运算是按集合间的关系和运算来处理的. 下面给出这些关系和运算在概率中的提法. 并根据 "事件发生" 的含义, 给出它们在概率中的定义.

1. 事件的包含与相等

若事件 A 发生必然导致事件 B 发生, 则称事件 A 包含于事件 B, 记为 $B \supset A$ 或者 $A \subset B$. 若 $A \supset B$ 且 $B \supset A$, 即 $A = B$, 则称事件 A 与事件 B 相等.

2. 事件的并

事件 A 与事件 B 至少有一个发生的事件称为事件 A 与事件 B 的并事件, 记为 $A \cup B$. 事件 $A \cup B$ 发生意味着: 或事件 A 发生, 或事件 B 发生, 或事件 A 与事件 B 都发生.

事件的并可以推广到多个事件的情形. 设有 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$, 定义它们的并事件为 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中至少有一个发生$\}$, 记为 $\bigcup\limits_{k=1}^{n} A_k$.

3. 事件的交

事件 A 与事件 B 都发生的事件称为事件 A 与事件 B 的交事件, 记为 $A \cap B$, 也简记为 AB. 事件 $A \cap B$ (或 AB) 发生意味着事件 A 发生且事件 B 也发生, 即 A 与 B 都发生.

类似地, 可以定义 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的交事件

$$\bigcap_{k=1}^{n} A_k = \{A_1, A_2, \cdots, A_n \text{ 都发生}\}.$$

4. 事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生的事件称为事件 A 与事件 B 的差事件, 记为 $A - B$.

5. 互不相容事件 (互斥)

若事件 A 与事件 B 不能同时发生, 即 $AB = \varnothing$, 则称事件 A 与事件 B 是互斥的, 或称它们是互不相容的. 若事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中的任意两个都互斥, 则称这些事件是两两互斥的.

6. 对立事件

"A 不发生" 的事件称为事件 A 的对立事件, 记为 $\overline{A}$, A 和 $\overline{A}$ 满足: $A\cup\overline{A}=\Omega, A\overline{A}=\varnothing, \overline{\overline{A}}=A$.

7. 事件运算满足的定律

设 A,B,C 为事件, 则有

交换律: $A\cup B=B\cup A; AB=BA$.

结合律: $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C); (AB)C=A(BC)$.

分配律: $(A\cup B)C=(AC)\cup(BC); (AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$.

对偶律: $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}; \overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

1.2.3 事件的概率

定义 1.2.3 *概率是度量一个事件发生可能性大小的数值表征.*

对于一个随机事件来说, 它在一次试验中可能发生, 也可能不发生, 既然有可能性, 就有可能性大小问题. 我们常常希望知道某些事件在一次试验中发生的可能性究竟有多大, 或者说, 想把可能性数量化, 希望找到一个合适的数来表示事件发生的可能性大小.

一个随机事件发生可能性大小的度量是由它自身决定的, 并且是客观存在的. 就好比一根木棒有长度, 一块土地有面积一样, 概率是随机事件发生可能性大小的度量. 也就是说, 事件 A 发生的可能性大小就是事件 A 的概率. 我们用 $P(A)$ 表示事件 A 的概率. 例如, 在掷硬币试验中, 用 A 表示 "出现正面", 用 B 表示 "出现反面". 如果硬币质地均匀, 形状对称, 那么人人都会说事件 A 和事件 B 出现的可能性一样大. 也就是说 $P(A)=P(B)=1/2$, 这就把事件发生可能性的大小数量化了. 总而言之, 概率是度量一个事件发生可能性大小的数值表征.

由于必然事件在每次试验中必定发生, 或者说, 它发生的可能性是百分之百, 所以它的概率是 1. 不可能事件发生的可能性是零, 所以它的概率是 0, 即有 $P(\Omega)=1, P(\varnothing)=0$ 而任一事件 A 发生的可能性不会小于 0, 也不会大于百分之百, 所以 A 的概率介于 0 与 1 的间, 即有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$.

下面, 我们看一个从死亡线生还的故事:

相传古代有个王国, 由于崇尚迷信, 世代沿袭着一条奇特的法规: 凡是死囚, 在临刑前都要抽一次 "生死签", 即在两张小纸片上分别写着 "生" 和 "死" 的字样, 由执法官监督, 让犯人当众抽签. 如果抽到写有 "死" 字的签, 则立即处刑; 如果抽到写有 "活" 字的签, 则被认为这是神的旨意, 应予当场赦免. 有一次, 国王决定处死一名敢于 "犯上" 的大臣, 为了不让这名囚臣得到半点获赦的机会, 他想出了一条狠毒的计策: 暗中嘱咐执法官, 把 "生死签" 的两张签纸都写成 "死"

字. 这样, 不管犯人抽得的是哪张签纸, 终难免一死. 在国王一伙看来, 这个臣子的 "死" 是必然事件, 因为他们让这位臣子抽的生死签实际是两死抽一. 然而, 聪明的囚臣正是巧妙地利用了这一点, 使自己死里逃生.

当执法官宣布抽签的办法后, 只见囚臣以极快的速度抽出一张签纸, 并迅速塞进嘴里. 等到执法官反应过来, 嚼烂的纸早已吞下. 执法官赶忙追问: "你抽到'死' 字签还是'活' 字签?" 囚臣故作叹息说: "只要查看剩下的签是什么字就清楚了." 剩下的签字当然写着 "死" 字, 这意味着囚臣已抽到 "活签". 国王和执法官有苦难言, 由于怕触犯众怒, 只好当众赦免了囚臣.

本来, 这位囚臣抽到 "生" 还是 "死" 是一个随机事件. 抽到每一种的可能性各占一半, 也就是各有 1/2 的概率. 但由于国王一伙 "机关算尽", 通过偷换试验条件, 想把这种概率只有 1/2 的 "抽到死签" 的随机事件, 变为概率为 1 的必然事件, 终于搬起石头砸了自己的脚, 反使囚臣得以死里逃生.

1.2.4 样本空间与事件

定义 1.2.4 随机试验每种可能的结果 (即一个基本事件) 称为**样本点**, 记作 ω. 全体样本点的集合称为**样本空间**, 记为 Ω 表示.

上面这个故事中的从 "生" 、"死" 两签抽一签的试验与掷一枚均匀硬币观察出正反情况的试验一样, 都是只有两个基本事件的试验, 而且每个基本事件出现概率都是 1/2. 现代集合论为表述随机试验提供了一个方便的工具. 这样, 抽生死签试验的样本空间为 $\Omega = \{生, 死\}$; 而掷硬币试验的样本空间为 $\Omega = \{正, 反\}$. 去掉具体含义, 它们都是包含两个样本点的样本空间.

例 1.2.2 如果试验是投掷一颗质地均匀的骰子, 试确定其样本空间.

解 样本空间 $\Omega = \{i|i = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, i$ 表示掷出 i 点, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. 每个结果出现的概率都是 1/6. 样本空间在其意义上提供了一个理想试验的数学模型: 在每次试验中必有一个样本点出现 (样本空间包括了试验的所有的可能结果) 且仅有一个样本点出现 (不能同时发生两个结果).

例 1.2.3 如果试验是将一枚硬币抛掷两次, 试确定其样本空间.

解 样本空间由四个样本点组成: $\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$, 结果 HH 表示两次都掷出正面, HT 表示第一次掷出正面而第二次掷出反面, TH 表示第一次掷出反面而第二次掷出正面, TT 表示两次都掷出反面.

例 1.2.4 如果试验是测试某灯泡的寿命 (单位: h), 试确定其样本空间.

解 样本点是一非负实数. 由于不能确知寿命的上界, 所以可认为任一非负

实数都是一个可能结果, 故样本空间 $\Omega=\{t|t\geqslant 0\}$.

注　引入样本空间之后, 事件便可表示为样本空间的子集合.

例如, 在前述掷骰子试验中, 令 B 表示 "掷出奇数点" 这一事件, 如果在一次试验中, 出现了样本点 1,3,5 中的任一个, 则事件 B 发生; 反之, 如果 B 发生了, 则在该试验中必出现了样本点 1,3,5 中的某一个. 于是 $B=\{1,3,5\}$, 它是样本空间的一个子集.

例 1.2.5　投掷一个铜板三次, 以 H 代表正面, T 代表反面, 试求:

(1) 样本空间 Ω;

(2) 第一次出现反面的事件 A;

(3) 出现两次反面的事件 B.

解　(1) $\Omega=\{HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT\}$;

(2) $A=\{THH,THT,TTH,TTT\}$;

(3) $A=\{HTT,THT,TTH\}$.

例 1.2.6　投掷两枚铜币时, 每枚铜币有正面 (H) 及反面 (T) 两种可能的结果, 则样本空间含有几个样本点?

解　样本空间为

$$\Omega=\{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}.$$

每一样本点的第一个字母表示投掷第一枚铜币所产生的结果而第二个字母为投掷第二枚铜币所产生的结果. 如果现在只考虑投掷结果中产生正面铜币的个数, 则此样本空间有三个样本点如下: $\Omega=\{0,1,2\}$.

我们简要介绍了随机试验、样本空间、随机事件及其概率, 给出了事件的集合表示. 事件在一次试验中是否发生具有随机性, 它发生的可能性大小是其本身所固有的性质, 概率是度量某事件发生可能性大小的一种数量指标. 它介于 0 与 1 之间. 研究随机现象, 不仅关心试验中会出现哪些事件, 更重要的是想知道事件出现的可能性大小, 也就是事件的概率. 那么要问: 如何获得某事件的概率呢? 下面几节就来回答这个问题.

§1.3　古典概率模型

我们首先引入一种计算频率的数学模型, 它是在概率论的发展过程中最早出现的研究对象, 通常称为**古典概率模型** (classical probability model).

让我们看一个例子:

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com