

■ 忻展红 林齐宁 编著

运筹学教程

↖ Yunchouxue Jiaocheng



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

运筹学教程

忻展红 林齐宁 编著

北京邮电大学出版社
· 北京 ·

内 容 简 介

本书是本科运筹学课程的教材,是作者长期从事运筹学教学和相关科研成果的凝聚。全书共7章,根据信息通信产业的特点,组织了线性规划、动态规划、网络图论、排队论、非线性规划、存储论、系统建模与模拟的理论知识 and 应用案例。本书的特点是:模型和算法来龙去脉交代清楚、理论深浅适宜、教学重点和学习难点突出,注重理论联系实际,适宜作为高校通信管理专业运筹学教材,也是管理科学与工程学科研究生入学考试的参考书之一,某些章节也可作为研究生参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学教程/忻展红,林齐宁编著.--北京:北京邮电大学出版社,2010.8
ISBN 978-7-5635-2323-8

I. ①运… II. ①忻…②林… III. ①运筹学—教材 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 144816 号

书 名: 运筹学教程

作 者: 忻展红 林齐宁

责任编辑: 李欣一

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京忠信诚胶印厂

开 本: 720 mm×1 000 mm 1/16

印 张: 18.25

字 数: 365 千字

印 数: 1—3 000 册

版 次: 2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2323-8

定 价: 29.80 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·

前 言

运筹学是国内外管理学科普遍设立的本科课程，是管理学科中应用数学最多的课程之一，因此也是最难的课程之一。作者从事运筹学教学和相关科研已有 20 多年，一直期待能够将这些教学经验和科研成果，特别是历届学生对这门课的意见和希望带进这本教材，我们盼望这种努力在这本教材中得到体现。正是对这本书的期望很高，使得这本书的撰写格外困难和历时长久。

这本书的编著参考了美国 Hillier F. S., Lieberman G. J. 编著的广为使用的著名的运筹学教材(第 8 版)、北京邮电大学运筹学前辈元耀先、翁龙年编写的运筹学教材，以及胡运权、郭耀煌编写的国内广泛使用的运筹学教程。但本教材根据北京邮电大学经济管理学院教学体系的特点，重新整理了章节安排和每章的内容。在“线性规划”一章中加入了投入产出的内容，并给出了投入产出与线性规划相结合应用的案例。根据通信网络规划需要，本书大大加重了“网络图论”一章，增加了“解析结构模型”一节；在“最短路问题”一节，根据算法的相似，把“计划评审技术”(PERT)和“关键路径法”(CPM)放入这一节；把运输问题模型放在了“网络流问题”一节中；增加了“匹配问题”一节，根据问题的性质把指派问题模型放在这一节，便于给出更严格的算法；增加了“车辆运行问题”一节，把中国邮递员问题、旅行推销员问题和一般车辆运行问题放入这一节，对现代物流课程起到支撑作用；在“选址问题”一节中，针对通信网汇接局选址这一实际问题，给出了多中心选址的案例和算法介绍。本教材还恢复和增强了“系统建模与模拟”一章，其中包括系统建模与模拟的基本概念、算法复杂度的初步和元启发式算法简介。这一章是一个选修章节，宜采用讲座形式针对有兴趣的学生讲授。

本书综合了原有的运筹学和系统工程的重要内容，把决策理论单独作为一门学科基础课程，进行了课程内容上的划分。原来在系统工

程中的可靠性理论，由于大多数运筹学课程都不包含该内容，以及教学学时的限制，只能由其他网络可靠性的专业课程来介绍。

本书对各种数学模型以及著名算法力求溯源，尽量列出相关参考文献，使有志于运筹学研究的学生自学提高。书中对理论概念力求深入浅出，特别强调其经济含义，锻炼经济管理专业学生的思维能力。书中还强调了每个模型和算法的适用条件，对模型和算法的推广应用多采用思考题的方式留给学生去独立思考，有助于培养学生的创新能力。我们期待这本教材的出版和使用能够达到我们编著的目的。

编著者

目 录

绪 论	1
1. 运筹学的起源与发展	1
2. 运筹学的特征	2
3. 运筹学研究和解决问题的方法论	3
4. 运筹学的研究范畴和发展趋势	4
本章参考文献	6
第 1 章 线性规划	7
1.1 线性规划模型	7
1.1.1 问题的提出	7
1.1.2 线性规划的一般表示	11
1.2 线性规划的图解法及几何意义	12
1.3 线性规划的基本定理和单纯形法	14
1.3.1 线性规划问题的扩展型	14
1.3.2 标准型线性规划的解和基本定理	16
1.3.3 单纯形法的基本原理	19
1.3.4 表格形式的单纯形算法	23
1.4 适用一般线性规划的单纯形法	27
1.4.1 人工变量	27
1.4.2 大 M 法	28
1.4.3 两阶段法	29
1.5 单纯形法中的一些具体问题	30
1.5.1 无界解	30
1.5.2 退化解	32
1.5.3 多重解	34
1.5.4 无可行解	35
1.6 对偶理论与应用	36

1.6.1	线性规划对偶问题的经济解释	36
1.6.2	对偶变换的规律	37
1.6.3	线性规划的对偶定理	40
1.6.4	原问题检验数与对偶问题的解	44
1.6.5	对偶单纯形法	47
1.7	修正单纯形法	51
1.8	线性规划的灵敏度分析	52
1.8.1	影子价格	52
1.8.2	价值系数的灵敏度分析	54
1.8.3	右端项的灵敏度分析	56
1.8.4	技术系数的灵敏度分析	57
1.8.5	非背景模型 (\max, \leq) 下的灵敏度分析	58
1.8.6	增加新的决策变量分析	59
1.8.7	新增约束条件的分析	59
1.8.8	灵敏度分析实例讨论	60
1.8.9	线性规划灵敏度分析小结	63
1.9	整数规划概念	64
1.9.1	整数规划问题及其数学模型	64
1.9.2	整数规划问题的解法	66
1.10	投入产出分析	71
1.10.1	投入产出综合平衡模型的基本结构	71
1.10.2	消耗构成的确定	73
1.10.3	波及效应	75
1.10.4	投入产出应用	76
	本章参考文献	89
	本章附录 对偶单纯形法中最大比例规则的推导	90
第 2 章	动态规划	91
2.1	动态规划的最优化原理	91
2.2	动态规划的基本步骤	95
2.3	动态规划模型举例	97
2.3.1	资源分配问题	97
2.3.2	生产和库存控制问题	100
2.3.3	连续性变量动态规划问题解法	103
2.3.4	目标函数为乘积形式的动态规划	105

2.3.5 离散随机性动态规划模型的求解	106
2.3.6 其他形式的动态规划	107
本章参考文献	108
第3章 网络图论	109
3.1 图的基本概念	109
3.1.1 图的定义	109
3.1.2 基本概念与术语	111
3.2 欧拉图	114
3.3 解析结构模型	115
3.3.1 系统可达性	116
3.3.2 子系统等级划分	117
3.3.3 二元限界矩阵	119
3.4 生成树	120
3.4.1 生成树的求法	121
3.4.2 生成树的数量	122
3.5 最优生成树	122
3.5.1 最小生成树的算法 I: Kruskal 算法	122
3.5.2 最小生成树的算法 II: Prim 算法	123
3.5.3 最小生成树算法的一些说明	124
3.6 最短路问题	124
3.6.1 狄克斯特拉算法	125
3.6.2 狄克斯特拉算法的一些说明	126
3.6.3 Warshall-Floyd 算法	126
3.6.4 k -最短路问题	128
3.6.5 PERT 技术	129
3.7 网络流问题	133
3.7.1 最大流最小截集问题	133
3.7.2 最大流最小截集问题的扩展	138
3.7.3 运输问题	140
3.7.4 多商品流问题	148
3.7.5 网络流问题的分支	148
3.8 匹配问题	149
3.8.1 交错链和匈牙利树	149
3.8.2 最大基数匹配算法	151

3.8.3	两部图的最小权完全匹配——指派问题	151
3.8.4	匈牙利算法的另一形式	155
3.8.5	非两部图的最大权匹配	158
3.8.6	覆盖问题	160
3.9	车辆运行问题	160
3.9.1	旅行推销员问题	160
3.9.2	中国邮递员问题	164
3.9.3	一般车辆运行问题	166
3.10	选址问题	168
3.10.1	各种距离的定义	168
3.10.2	各种中心点与中位点	170
3.10.3	交换局址选择问题	172
	本章参考文献	175
第4章	随机服务系统	177
4.1	基本概念	177
4.1.1	随机服务系统要素	177
4.1.2	随机服务过程	179
4.1.3	服务过程	181
4.1.4	到达过程	185
4.1.5	马尔可夫链	187
4.1.6	生灭过程	187
4.2	损失制系统	190
4.2.1	M/M/n 无限源损失制系统	190
4.2.2	M/M/n 有限源损失制系统	196
4.3	等待制系统	198
4.3.1	M/M/n 无限源无限容量等待制系统	198
4.3.2	M/M/n: ∞/∞ /FIFO 系统的各种指标	200
4.3.3	等待时间的概率分布	202
4.3.4	M/M/n: ∞/k /FIFO 无限源混合制系统	204
4.4	特殊服务系统	205
4.4.1	M/G/1: ∞/∞ /FIFO 等待制系统	205
4.4.2	M/G/1 非强占优先权系统	206
4.5	部分利用度与溢流系统	206
4.5.1	部分利用度	206

4.5.2 部分利用度系统应用	207
4.5.3 溢流系统	209
本章参考文献	216
第 5 章 库存理论	217
5.1 经典库存理论和现代库存理论	217
5.2 库存理论的几个要素和基本概念	218
5.3 确定型库存模型	222
5.3.1 瞬时到货、不允许缺货模型 (模型一)	222
5.3.2 瞬时到货、允许缺货模型 (模型二)	224
5.3.3 连续进货、不允许缺货模型 (模型三)	226
5.3.4 连续进货、允许缺货模型 (模型四)	227
5.3.5 两种库存费、不允许缺货模型 (模型五)	228
5.3.6 有批量折扣的存储模型 (模型六)	229
5.3.7 串联梯级存储模型 (模型七)	231
5.4 随机型库存模型	233
5.4.1 需求随机的单期存储模型	233
5.4.2 需求随机的缓冲储备模型	236
本章参考文献	238
第 6 章 非线性规划	239
6.1 引言	239
6.2 准备知识	242
6.2.1 凸函数和凹函数	242
6.2.2 极值问题	242
6.2.3 海森矩阵的正定性与凸函数的性质	244
6.3 一元无约束优化	246
6.3.1 二分法	246
6.3.2 牛顿法	249
6.4 多元无约束优化	250
6.4.1 梯度法	250
6.4.2 牛顿法	251
6.4.3 共轭梯度法	251
6.5 有约束优化	252
6.5.1 拉格朗日乘数法	252

6.5.2 库恩塔克条件	253
6.5.3 直接优化方法	253
本章参考文献	254
第7章 系统建模与模拟	255
7.1 模型的概念	255
7.2 系统模拟基础	256
7.2.1 计算机模拟	256
7.2.2 离散事件的模拟模型	258
7.2.3 随机事件的产生	259
7.2.4 事件调度法	263
7.2.5 简单损失制 M/M/n 系统模拟	263
7.3 算法复杂度的基本概念	267
7.3.1 引言	267
7.3.2 算法复杂度的计算	269
7.3.3 NP 完备问题	270
7.4 元启发式算法简介	272
7.4.1 模拟退火	272
7.4.2 遗传算法	276
本章参考文献	279

绪 论

1. 运筹学的起源与发展

运筹学(英国用 operational research, 美国用 operations research, 简称 OR), 从它的英文名称和中文翻译可以看出它与作战相关。中文“运筹”一词来源于《史记——留侯世家》, 刘邦夸奖张良, “夫运筹帷幄之中, 决胜千里之外, 吾不如子房”。这一翻译不但传达了运筹学的渊源, 而且反映了它的内涵, 是翻译“信、达、雅”的最高境界。

运筹学是一门内容广泛、应用广泛的交叉学科, 它汇聚了数学、物理学、统计学、管理学、心理学、仿生学等众多的学科。有些分支的起源, 如图论这一重要的分支的起源甚至可以追溯到 16 世纪; 即使是在现代通信领域广泛应用的排队论, 也可以追溯到 20 世纪初。但是, 运筹学作为一门学科的出现确实要归功于第二次世界大战。

第二次世界大战是这样一个时期, 科学发展从一门独立的学科发展向学科交叉发展, 从“形而上学”的研究方法向系统综合研究的方向发展, 系统科学、信息科学和计算机科学开始了它的早期发展。这个良好的发展时期被第二次世界大战暂时中断, 大量的科学家为了国家利益投入到了为战争服务之中。在德国一方, 科学家更多地投入各种杀伤武器的研究; 而在英美一方, 科学家被组织成为作战研究小组, 专门研究作战中的一些特殊问题, 这些问题需要数学模型和方法来解决。如雷达的部署问题、运输船队的护航问题、反潜深水炸弹投掷问题、飞行员长机僚机配对问题、太平洋岛屿军事物资存储问题、项目管理问题等等。这些研究保障了英伦三岛免遭德军的蹂躏、美军在太平洋战争的胜利。

战后, 这些科学家回到各自单位工作, 但他们仍保持联系和活动, 并将他们的研究成果推广到企业和政府应用之中。1948 年, 英国首先成立了运筹学学会; 1952 年, 美国成立了运筹学学会; 同年, Morse 和 Kimball 出版《运筹学方法》, 标志着运筹学作为一门新兴学科的正式诞生。从此, 运筹学得到快速的发展。1959 年, 国际运筹学联合会(IFORS)成立。我国于 1980 年 4 月成立中国运筹学学会, 1982 年加入 IFORS, 1992 年, 中国运筹学学会脱离数学学会成为独立的一级学会, 于 1999 年 8 月组织了第 15 届 IFORS 大会。20 世纪 60 年代以来, 华罗庚、许国志等老一辈数学家致力于在中国推广运筹学, 为运筹学的普及和深入

开展做出了不可磨灭的贡献。

运筹学的快速发展还要归功于另外两个关键因素^[2]。一是第二次世界大战之后,运筹学的技术得到实质性的进展,最主要的贡献之一为:1947年 George Dantzig 给出了线性规划的单纯型解法。其后,一系列的运筹学的标准工具,如线性规划、动态规划、排队论、库存理论都得到了完善。

第二个因素是计算机革命。由于计算机的出现,原来依靠手工计算而限制了运筹学发展的运算规模得到革命性的突破。计算机的超强计算能力大大激发了运筹学在建模和算法方面的研究;同时,大量标准的运筹学工具被制作成通用软件(如 LINGO 等),或编入企业管理软件,如 MRP II、ERP 等。

计算机为非破坏性试验和系统仿真带来了强有力的手段,也促进了运筹学难解问题的算法研究,元启发式算法和人工智能算法应运而生。

但在运筹学发展的历史上并不总是一帆风顺,也曾经出现过波折。特别是在 20 世纪 70 年代,运筹学曾深深陷入数学泥沼,出现大量让人费解的算法,严格限制条件下的收敛性证明,使建模和算法远远脱离实际问题 and 应用,压抑了很多以实际为背景的研究,运筹学界内部也分成为两派。我国运筹学界在 20 世纪 90 年代开始纠正这一现象,打出了“应用——运筹学的生命”的旗帜。运筹学和企业实践相结合取得了丰硕的成果。

2. 运筹学的特征

作为一门交叉学科的出现,大家都希望能有一个严格和明确的定义来描述什么是运筹学。但如大多数交叉学科一样,由于涉及面的宽广,很难有一致公认的定义,不同人站的角度不一样,描述上的重点就不一样。

下面是三个有关运筹学的定义。

“决策机构对所控制的业务活动作决策时,提供以数量为基础的科学方法。”——Morse 和 Kimball 的《运筹学方法》

“运筹学是把科学方法应用在指导人员、工商企业、政府和国防等方面解决发生的各种问题,其方法是发展一个科学的系统模式,并运用这种模式预测,比较各种决策及其产生的后果,以帮助主管人员科学地决定工作方针和政策。”——英国运筹学学会

“运筹学是应用分析、试验、量化的方法对经济管理系统中人力、物力、财力等资源进行统筹安排,为决策者提供有根据的最优方案,以实现最有效的管理。”——中国百科全书

概括以上的三个定义,我们可以归纳出运筹学的三大特征:

- (1) 面向各类管理和作业的实际决策问题;
- (2) 采用科学定量研究的手段,建模与优化是其核心;

(3)提高决策水平和执行效率。

随着科学技术不断进步,现代运筹学几乎涵盖了一切领域的管理与优化问题,因此又可以称为管理科学(management science)。

3. 运筹学研究 and 解决问题的方法论

运筹学之所以称为管理科学,是因为它要求应用一套科学的方法论(methodology)来研究和解决问题,这套方法可以用图 1 来概括其步骤。

(1)明确问题

明确问题就是确定研究对象和目的,以及研究的范围和约束条件。在此基础上,通过已有数据和调查研究得到的数据,对相关影响因素进行识别。

(2)建立模型

将问题的相关影响因素具体化为变量或参数,找出它们之间本质的联系形式(如线性或非线性的),用抽象的方式(如数学表达式)将目标函数和约束条件明确地表示出来。需要注意的是,模型应该满足一类问题的普遍要求,而不是只能满足一个具体特殊的问题。

另外,模型建立应该简单还是复杂是一个很难把握的问题。我们认为,在建模阶段,在已有的数据条件下,以尽可能地把各种关系都表达出来为好。

(3)算法设计

运筹学模型的目标函数一般都是极大化(或极小化)形式的优化问题,如何在相关的约束条件下,把满足最优化的解通过一步一步有规则的方法找出来,就称为算法设计。有些问题的模型和算法已经由前人完成了,我们需要的是学习和应用。有些问题模型已经建立,但是由于模型的复杂性,至今没有好的算法,我们可以在这方面有所作为。有些问题是在实践中首次提出来的,如中国邮递员问题,需要我们在模型和算法上创新。

算法设计中遇到的一个问题是:问题模型的复杂度太高(第 7 章将介绍),当前数学条件下很难给出最优算法。此时,解决问题的方法之一,就是简化原模型以便给出可以保证得到简化模型最优解的算法;而另一个解决方法,就是采用近似最优解的算法,简化算法本身。一般来说,第一种方法的可控性更好。

(4)收集数据

在建立模型这一步我们已经指出模型本身应该具有对一类问题的普适性,具

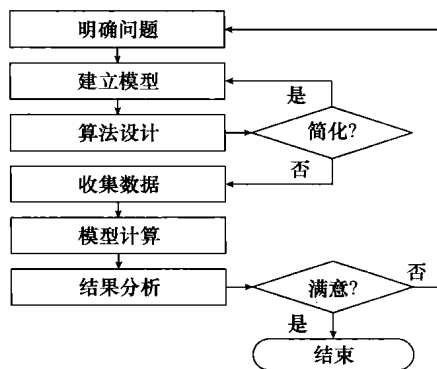


图 1 运筹学研究解决问题的步骤

体问题的解决是靠代入该问题的数据来实现的。因此，这一步所收集的数据是针对一个具体要解决的问题的。

(5)模型计算

模型计算涉及将算法编程的问题。初学者容易将算法和程序混为一谈。算法是可以在纸面上通过逻辑证明其正确性。而程序是把算法翻译为某一种计算机程序语言的一段代码，翻译中是否有错误是不能通过逻辑证明的，只能凭经验。在假设程序正确性的前提下，程序计算的结果才能代表模型的结果。

将上一步收集到的数据输入程序，就可以得到该问题的计算结果。从通用性的角度看，程序应该有一个数据输入的窗口和结果输出的窗口。

(6)结果分析

结果出来后，是否符合实际，可以通过历史数据的对比和经验来判断。如果对结果满意，则可以按所得最优解去执行；慎重起见，可以先进行小规模实验，没有问题再全面实施。从运筹学狭义研究范畴来讲，执行与实施并不是它的领域，但从广义讲，即从管理科学来讲，执行与实施是管理全过程重要环节。

如果结果不能令人满意，而算法和程序又没有问题，我们必然怀疑模型是否能反映实际问题，因此，必须回到起点重新研究。

4. 运筹学的研究范畴和发展趋势

运筹学的研究范畴主要包括下面领域。

- 数学规划：包括线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、目标规划等。
- 图论与网络理论。
- 随机服务理论：排队论。
- 存储理论：供应链管理。
- 决策理论：不确定性决策、风险决策、多目标决策等。
- 对策论：二人零和对策、非零和博弈、多方博弈等。
- 系统仿真：随机模拟技术、系统动力学、人工智能等。
- 可靠性理论。
- 金融工程。

随着计算技术的进步和管理科学的发展，运筹学的研究范畴不断扩大，学科交叉越来越突出，20世纪80年代以来非常活跃。专家们认为运筹学的发展受下面三大技术的影响最突出。

(1)IT 技术对运筹学的影响

IT 技术对运筹学的影响首先表现在企业信息系统的进步上，如：管理信息系统(MIS)，决策支持系统(DSS)，制造资源规划(MRP II)，计算机辅助制造系

统(CIMS), 企业资源规划(ERP)、商业智能(BI)等的出现。

Internet 的出现, 使得企业间、行业间, 客户和供应商之间形成一个无时不在的网络, 这时出现了: 搜索引擎、全球供应链管理、电子商务、虚拟企业、网上金融、网络教育、网络社区等一系列新概念和新事物。

计算机能力的进步, 特别是并行计算机的出现, 使得系统仿真得到重大发展, 大大降低了传统的实验手段的成本, 更为社会科学和管理科学提供了“虚拟”的实验环境。

(2) 运筹学与行为科学结合

将人的行为和偏好纳入到建模之中, 大大改善了模型适用性, 这包括:

- 群决策和谈判理论。
- 博弈理论: 委托代理机制的研究。
- 多层规划: 反映不同阶层利益的优化模型。

(3) 现代服务行业的兴起

应用现代科技、通信和现代管理理论所进行的服务业, 可以称为现代服务业。它的特点是需要高科技的基础设施和/或具有现代管理理论的人力资本, 服务对象的需求也是硬件、软件 and 应用的集成。主要应用领域表现在以下几个方面。

- 系统集成: 电子商务、电子政务。
- 金融服务业: 电子金融、网络金融, 理财业务。
- 信息、通信(ICT)服务业。
- 医院管理。
- 咨询业。

(4) 人工智能技术的崛起

20 世纪 80 年代是人工智能崛起的时代。1982 年, Kirkpatrick 等人关于模拟退火(simulated annealing)算法的发表, 把 Metropolis 等人 1953 年在固体热力学中状态转移的算法成功地引入一般优化问题, 一方面表现了学科交叉的巨大潜能, 一方面激活了人工智能的热情。早在 20 世纪 60 年代就已经零散开始的进化算法(evolution algorithm)重新恢复了青春。人工神经网络(artificial neural network)由于李雅普诺夫能量函数的提出, 使其在优化问题中的应用得到实质性的进展; 同时, 模拟退火在神经网络的 BP 模型的边权训练上也给出了好的解决方案。

人工智能算法不同于传统算法的特点是: 模仿物理或生物的机制, 以自动搜索为基础, 在搜索中应用了物理微观结构和生物进化等过程的随机性和统计规律。这种算法的结果不能保证达到最优解, 结果也不唯一, 属于启发式算法, 有专家称其为“软计算”。但对当前没有有效算法的问题却是很好的解决方法, 特

别是规模巨大的问题，因此得到了广泛的应用。

主要人工智能算法有：模拟退火、遗传算法、人工神经网络算法、戒律算法、蚂蚁算法、粒子群算法等。

人工智能技术发展的另一方面是模仿人的思维能力，进行知识管理。这表现为知识的表达、知识库结构、知识推理，最主要的应用是专家系统。人类在这一领域的发展还有很长的路要走。

本章参考文献

- [1] Hillier F S, Lieberman G J. Introduction to Operations Research. Eighth Edition. New York: McGraw Hill, 2005.
- [2] 亢耀先, 翁龙年, 张翼. 运筹学. 北京: 北京邮电大学出版社, 1998.
- [3] 胡运权, 郭耀煌. 运筹学教程. 北京: 清华大学出版社, 1998.