

理工类专业  
研究生教学用书

# 信号分析导论

*Introduction to Signal Analysis*

彭启琮 邵怀宗 李明奇 编著



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

理工类专业  
研究生教学用书

# 信号分析导论

XINHAO FENXI DAOLUN

Introduction to Signal Analysis



高等教育出版社·北京

HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

## 内容简介

本书全面系统地介绍现代信号分析的主要基础理论和方法,是有关学科研究生教学的基础教材。全书共分12章,包括信号的正交分解理论、Fourier变换理论、正交变换理论和方法、随机信号变换与分析的原理和方法、短时Fourier变换理论、小波变换理论、滤波器组理论和方法、非平稳随机信号的隐Markov模型和非线性时频表示方法等。本书取材广泛,比较充分地反映了现代信号分析的理论、方法和应用。

本书可以作为电子、通信、自动化、计算机、航空航天、物理、生物医学和机械工程等学科的研究生“信号分析”课程的教材,也可以作为有关专业教师、研究生和科技人员的参考用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

信号分析导论/彭启琮,邵怀宗,李明奇编著. —北京:  
高等教育出版社,2010.7

ISBN 978-7-04-029848-2

I. ①信… II. ①彭… ②邵… ③李… III. ①信号分析-研究生-教材 IV. ①TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 109440 号

策划编辑 许怀容 责任编辑 王芳 封面设计 李卫青 责任绘图 尹莉  
版式设计 范晓红 责任校对 杨雪莲 责任印制 尤静

---

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社址	北京市西城区德外大街4号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a> <a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	<a href="http://www.landraco.com">http://www.landraco.com</a> <a href="http://www.landraco.com.cn">http://www.landraco.com.cn</a>
印 刷	北京四季青印刷厂	畅想教育	<a href="http://www.widedu.com">http://www.widedu.com</a>
开 本	787×960 1/16	版 次	2010年7月第1版
印 张	25.75	印 次	2010年7月第1次印刷
字 数	480 000	定 价	37.40元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 傲权必究

物料号 29848-00

# 前　　言

信号分析,是从信号中提取有用的信息,以便更好地理解、表示,并高效地存储、传输和处理信号。

信号分析广泛地应用于通信与雷达、多媒体、测量与控制、地质勘探、生物医学、地球物理、气象学、天体物理和经济学等众多领域。因此,“信号分析”也就成为众多学科研究生阶段的重要基础课程。

为了从信号中提取有用的信息,人们尝试了各种变换和分析方法,以便从不同的角度对其进行观察和研究。

本书突出了两条主线:一是用正交变换的概念贯穿全书,以便读者从正交变换的概念出发,提纲挈领地理解信号分析里所使用的各种变换的数学表达和物理意义;二是从 Fourier 变换出发,逐步深入地解析现代信号分析所使用的工具及其应用。

Fourier 变换已经有很长的历史,在频域观察和研究信号已经成为一种经典的方法,其数学表达简洁,物理意义丰富,得到极其广泛的应用。但是,Fourier 变换是一种全局变换,无法表征信号的时频局部性质。为了克服其缺点而发展起来的短时 Fourier 变换用于分析准平稳信号,是具有单一分辨率的分析方法。

20 世纪后期发展起来的小波变换具有多分辨分析的能力,是一种时间窗和频率窗都可以改变的时频局部化分析方法,因此被称为“数学显微镜”。

滤波器组在信号分析中,尤其是在非平稳信号分析中,起着非常重要的作用,是小波变换的一种有效的实现方法。

随机信号的分析包括平稳和非平稳随机信号的分析,在现代信号分析中越来越重要。时频分析是基于信号功率的分析方法,是分析非平稳信号和非平稳随机信号的有效工具。

仅仅使用线性分析方法已经不能满足现代信号分析的要求。Wigner–Ville 分布在非线性分析中已经得到广泛应用。

这些概念和方法是学习信号分析所必须理解和掌握的,也就成为本书的基本和主要内容。

本书共分 12 章,具体安排如下:

第 1 章从信号的基本表示方法入手,引入了用于研究信号正交展开的重要数学工具——内积。阐述了内积的定义、几何意义和物理意义;揭示信号正交展开的基本原理、方法和物理意义,给出了大量的基于信号正交展开的重要应用实

例。

第 2 章简要讨论 Fourier 分析的基本理论和方法,包括 Fourier 级数和 Fourier 变换分析方法,以及 Fourier 变换与 z 变换和 Laplace 变换的关系等。之所以包含这部分,主要是为了保持本书的完整性。因为我们在教学中发现,有些学习“信号分析”的研究生,本科时并没有系统地学习过“信号与系统”。

第 3 章介绍信号分析中最重要的几种正交变换分析方法,讨论了非正弦正交变换,例如 Walsh-Hadamard 变换等。

第 4 章讨论随机信号的基本概念及其相应变换和分析的方法与原理。

第 5 章讨论时频分析的理论基础以及用 Fourier 变换分析非平稳信号的局限性和相应的克服方法。

第 6 章讨论短时 Fourier 变换及其应用。

第 7 章到第 9 章讨论小波变换的基本概念、原理和方法,包括多分辨分析、正交小波变换以及 Mallat 快速算法和正交小波基构造。

第 10 章介绍用滤波器组进行信号分析的基本原理和方法,及其在小波变换和正交频分复用中的应用。

第 11 章讨论非线性时频表示方法,重点是 Wigner-Ville 分布的分析和应用。

第 12 章简要介绍隐 Markov 模型及其在语音等非平稳随机信号的建模、识别和分析中的应用。

信号分析理论正在蓬勃发展,受编著者学识所限,本书的选材和讨论必然有不足和不妥之处。作为一本教材,如何把有关的概念、原理和方法讨论得比较透彻,又做到深入浅出,便于学生学习和理解,是值得认真总结和讨论的问题。因此,编著者诚恳希望得到专家、使用本书的教师和学生以及其他读者的批评指正和建设性的建议。

本书由彭启琼主编和统稿,李明奇编写了第 7 到第 9 章,其余各章由邵怀宗编写。

清华大学胡广书教授认真阅读了本书原稿,提出了中肯的意见和建议。对于胡教授的学术造诣和严谨的学风,编著者表示由衷的敬佩和感谢。

本书的出版得到高等教育出版社编辑们的大力支持和帮助,编著者对他们的辛勤劳动和热情帮助表示深切的谢意。

编著者

于电子科技大学

2010 年 1 月

# 常用符号表

符号	意义
$\Sigma$	连加
$\Pi$	连乘
$\cdot^*$ , $\bar{\cdot}$	取复数共轭, 如 $s^*$ 或 $\bar{s}$
*	两信号的卷积, 如连续信号[离散信号] $s(t) * h(t)$ [ $s(n) * h(n)$ ]
T	向量或矩阵的转置, 如 $A^T$
H	复向量或复矩阵的共轭转置, 如 $A^H$
$\det(\cdot)$	矩阵行列式的值
$\text{rank}(\cdot)$	矩阵的秩
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	两个向量(或信号)的内积
$\ \cdot\ $	向量的范数
$ \cdot $	向量或复数的绝对值(模)
$\text{Re}[\cdot]$	复数的实部
$\text{Im}[\cdot]$	复数的虚部
$L[\cdot]$ 或 $T[\cdot]$	表示线性变换
$E[\cdot]$	均值运算
$R^n$	$n$ 维实空间
$C^n$	$n$ 维复空间
$\hat{\delta}(t)$	连续的冲激序列
$p(n)$	离散的冲激序列
$\mathcal{F}[\cdot]$	表示 Fourier 变换
$\mathcal{F}^{-1}[\cdot]$	表示 Fourier 逆变换
$\mathcal{L}[\cdot]$	表示 Laplace 变换
$\mathcal{L}^{-1}[\cdot]$	表示 Laplace 逆变换
$\mathcal{F}_s^\gamma[\cdot]$	表示信号 $s(t)$ 加窗函数为 $\gamma(t)$ 时的短时 Fourier 变换
$\mathcal{P}(\omega)$	信号的功率谱密度函数
$\psi(t)$	小波函数
$\hat{\psi}(\omega)$	小波函数 $\psi(t)$ 的 Fourier 变换
PR	准确重建
QMFB	正交镜像滤波器组
HMM	隐 Markov 模型

# 目 录

<b>第1章 正交函数与信号的正交展开</b>	1
<b>1.1 信号的分类与描述</b>	1
1.1.1 信息和信号的关系	1
1.1.2 信号的分类	1
1.1.3 信号分析的方法	4
<b>1.2 信号的内积</b>	5
1.2.1 两个向量的内积	5
1.2.2 内积的几何意义和物理意义	6
1.2.3 向量的内积的不等式	7
1.2.4 函数(信号)向量的内积及其不等式	8
1.2.5 随机向量的内积及其不等式	9
1.2.6 内积的物理意义	9
<b>1.3 向量的正交</b>	9
1.3.1 向量正交	10
1.3.2 函数正交	10
<b>1.4 正交与内积应用实例</b>	12
1.4.1 信号的三角级数分解	12
1.4.2 采样定理	12
1.4.3 数字通信信号的波形表示	13
1.4.4 正交向量在移动通信中的应用	15
1.4.5 AM 信号调幅指数测量的基本原理	18
1.4.6 FM 信号调制度测量的基本原理	20
1.4.7 利用滤波器作信号增强	21
1.4.8 信号的近似表示与相关系数	22
<b>1.5 利用正交函数集来表示信号(信号的正交分解)</b>	23
1.5.1 原理	23
1.5.2 函数正交展开的物理意义	24
1.5.3 正交分解的特性	25
1.5.4 Gram-Schmidt 正交归一法及其物理解释	26
1.5.5 正交性原理	27
<b>习题与思考题</b>	28

---

第2章 信号的 Fourier 分析 .....	30
2.1 Fourier 变换 .....	30
2.1.1 周期信号的 Fourier 级数分析 .....	30
2.1.2 Fourier 变换 .....	32
2.1.3 Fourier 变换的性质 .....	36
2.1.4 Fourier 变换的渐近性 .....	38
2.2 Laplace 变换 .....	40
2.2.1 定义 .....	40
2.2.2 Laplace 变换的收敛性 .....	41
2.2.3 Laplace 变换与 Fourier 变换的关系 .....	42
2.3 Fourier 级数 .....	42
2.3.1 线谱和 Fourier 级数 .....	42
2.3.2 Fourier 积分与 Fourier 级数的关系 .....	45
2.3.3 Fourier 级数与离散 Fourier 级数的关系 .....	46
2.3.4 离散 Fourier 变换(DFT) .....	47
2.4 离散 Fourier 变换(DFT)与连续 Fourier 变换(CFT)的关系 .....	47
2.4.1 用 DFT 计算 CFT .....	47
2.4.2 用 DFT 计算 Fourier 级数 .....	50
2.5 Fourier 变换的应用实例 .....	51
2.5.1 线性时不变系统分析 .....	51
2.5.2 采样信号的 Fourier 变换 .....	52
2.5.3 利用系统函数求冲激响应 .....	54
2.5.4 线性系统无失真传输 .....	56
2.5.5 调制与解调 .....	57
2.6 z 变换 .....	59
2.6.1 定义 .....	59
2.6.2 z 变换的收敛域 .....	60
2.6.3 z 变换与 Laplace 变换和 Fourier 变换的关系 .....	62
2.7 Hartley 变换 .....	65
2.7.1 正弦变换与余弦变换 .....	65
2.7.2 Hartley 变换的定义 .....	66
2.7.3 Hartley 变换的性质 .....	67
2.8 离散正弦变换和余弦变换 .....	69
2.8.1 离散余弦变换 .....	69
2.8.2 离散正弦变换 .....	70
习题与思考题 .....	71

---

<b>第3章 一些常用的变换</b>	73
3.1 Hilbert 变换的引入与定义	73
3.1.1 Hilbert 变换的引入	73
3.1.2 基本性质	76
3.1.3 常用信号的 Hilbert 变换	80
3.2 带通信号的复包络表示	80
3.2.1 信号的复包络表示	80
3.2.2 物理可实现信号的 Hilbert 变换	82
3.3 滤波器分析法	85
3.3.1 线性时不变系统	85
3.3.2 线性时不变系统在最优检测中的应用	86
3.3.3 匹配滤波器	89
3.3.4 匹配滤波器和相关检测法的关系	91
3.3.5 最小均方滤波	91
3.4 Walsh-Hadamard 变换	96
3.4.1 非正弦正交函数	96
3.4.2 Walsh 级数表示	99
习题与思考题	103
<b>第4章 随机过程的变换和滤波</b>	105
4.1 随机过程	105
4.1.1 随机变量的基本概念及其特性	105
4.1.2 随机过程的基本概念	107
4.1.3 随机信号的基本特性	109
4.2 随机信号的 K-L 变换	113
4.2.1 连续时间 K-L 变换	113
4.2.2 离散时间 K-L 变换	114
4.3 白化变换	119
4.4 线性估计	120
4.4.1 最小二乘估计	120
4.4.2 最小均方误差估计	123
4.5 最大似然估计	126
4.6 线性优化滤波系统	128
4.6.1 Wiener 滤波	128
4.6.2 自回归过程和 Yule-Walker 方程	131
4.6.3 预测误差滤波器	132

---

4.7 自相关函数和功率谱估计 .....	133
4.7.1 自相关函数的估计 .....	134
4.7.2 经典功率谱估计 .....	135
4.7.3 常用的现代功率谱估计方法 .....	138
4.8 基于特征分解的功率谱估计 .....	141
4.8.1 Pisarenko 谐波分解方法 .....	142
4.8.2 多重信号分类(MUSIC)算法 .....	144
习题与思考题 .....	146
<b>第5章 时频变换基础 .....</b>	<b>148</b>
5.1 信号空间 .....	148
5.1.1 信号空间概念的引入 .....	148
5.1.2 距离空间 .....	149
5.1.3 线性空间 .....	150
5.1.4 赋范空间 .....	151
5.1.5 巴拿赫空间 .....	152
5.1.6 Hilbert 空间 .....	152
5.2 基、正交基和双正交基 .....	153
5.2.1 基、正交系的定义 .....	153
5.2.2 Hilbert 空间中的 Fourier 变换 .....	154
5.2.3 空间直和 .....	154
5.2.4 双正交基 .....	155
5.3 信号的线性表示与线性算子 .....	155
5.3.1 离散表示法 .....	155
5.3.2 积分变换表示法 .....	158
5.3.3 线性算子 .....	161
5.3.4 信号变换的分类 .....	162
5.3.5 对偶基函数的构造 .....	163
5.4 信号的双线性变换 .....	165
5.5 框架的基本概念 .....	166
5.6 Fourier 变换在应用中的局限性 .....	170
5.6.1 Fourier 变换缺乏时间和频率的定位功能 .....	170
5.6.2 Fourier 变换对于非平稳信号的局限性 .....	171
5.6.3 Fourier 变换在时间和频率分辨上的局限性 .....	173
5.7 克服 Fourier 变换局限的方法 .....	174
习题与思考题 .....	178

<b>第6章 短时 Fourier 变换 .....</b>	179
<b>6.1 短时 Fourier 变换的定义 .....</b>	179
6.1.1 时频分辨率 .....	181
6.1.2 不确定性原理 .....	182
6.1.3 短时 Fourier 变换的性质 .....	184
6.1.4 谱图 .....	185
<b>6.2 信号的重构 .....</b>	186
6.2.1 连续信号的重构 .....	186
6.2.2 利用展开系数重构原信号 .....	187
6.2.3 连续信号短时 Fourier 变换的实现 .....	188
<b>6.3 离散时间信号的短时 Fourier 变换 .....</b>	188
6.3.1 定义 .....	188
6.3.2 实现 .....	189
<b>6.4 Gabor 变换 .....</b>	190
6.4.1 Gabor 变换的基本概念 .....	190
6.4.2 临界采样 Gabor 变换 .....	192
<b>6.5 短时 Fourier 变换的应用 .....</b>	193
<b>习题与思考题 .....</b>	195
<b>第7章 小波分析 .....</b>	196
<b>7.1 小波变换与短时 Fourier 变换 .....</b>	196
7.1.1 小波变换的基本概念 .....	196
7.1.2 小波变换与短时 Fourier 变换的比较 .....	198
<b>7.2 小波变换的性质 .....</b>	200
7.2.1 连续小波变换的性质 .....	201
7.2.2 小波逆变换及其性质 .....	204
7.2.3 小波变换的时频窗特性 .....	206
7.2.4 连续小波变换的实现 .....	208
<b>7.3 小波的简单分类 .....</b>	211
7.3.1 经典小波 .....	212
7.3.2 正交小波 .....	217
<b>7.4 离散小波变换 .....</b>	218
7.4.1 尺度与位移的离散化方法 .....	218
7.4.2 离散小波变换与小波框架 .....	219
7.4.3 二进小波 .....	221
<b>习题与思考题 .....</b>	222

---

<b>第 8 章 多分辨分析</b>	223
8.1 多分辨分析概念的引入	223
8.2 多分辨分析(MRA)与正交小波变换	227
8.2.1 多分辨分析的定义	227
8.2.2 小波函数与小波空间	232
8.2.3 信号在空间 $V_m$ 和 $W_m$ 中的分解	234
8.3 尺度函数与小波函数的主要性质	236
8.4 信号的多分辨分析	244
8.4.1 连续信号的多分辨分析	244
8.4.2 离散信号的多分辨分析	247
8.5 Mallat 快速算法	251
8.5.1 Mallat 快速分解算法	252
8.5.2 Mallat 快速重建算法	254
8.6 正交小波的构造	259
8.6.1 正交小波函数构造定理	260
8.6.2 正交小波函数构造实例	263
8.6.3 Daubechies 小波	268
习题与思考题	273
<b>第 9 章 小波包、二维小波变换和小波变换的应用</b>	275
9.1 小波包原理	275
9.1.1 小波包的物理思想	275
9.1.2 小波包的概念	277
9.1.3 小波包的性质	278
9.1.4 小波包的最优基	286
9.2 二维小波变换	288
9.2.1 二维正交小波变换概念	289
9.2.2 二维正交多分辨分析	290
9.3 小波分析在信号处理中的应用	294
9.3.1 信号奇异性检测	295
9.3.2 信号降噪	299
9.3.3 数据压缩	301
9.3.4 数据传输	305
习题与思考题	307
<b>第 10 章 滤波器组</b>	309
10.1 多速率采样的基本概念	309

---

10.1.1 信号的抽取 .....	311
10.1.2 信号的插值 .....	315
10.1.3 抽取和插值结合 .....	316
10.1.4 信号的多相表示 .....	317
10.2 滤波器组的基本概念 .....	320
10.2.1 滤波器组的定义 .....	320
10.2.2 滤波器组的分类 .....	321
10.3 两通道滤波器组 .....	325
10.3.1 两通道滤波器组准确重建的条件 .....	325
10.3.2 两通道正交镜像滤波器组 .....	326
10.4 树结构滤波器组 .....	332
10.5 多通道滤波器组 .....	333
10.5.1 多通道滤波器组的输入输出关系 .....	334
10.5.2 多通道滤波器组的多相表示 .....	335
10.6 频分复用技术 .....	336
10.6.1 两个常见的应用实例 .....	337
10.6.2 DFT 滤波器组 .....	338
10.6.3 DFT 滤波器组和 DFT 的关系 .....	340
10.6.4 正交频分复用技术 .....	341
10.7 语音信号的子带编码 .....	342
10.7.1 基本原理 .....	342
10.7.2 滤波器组解决方案 .....	343
习题与思考题 .....	345
<b>第 11 章 时频分布 .....</b>	<b>347</b>
11.1 定义 .....	347
11.1.1 相关概念 .....	347
11.1.2 时频分布的概念 .....	349
11.2 时频分布的二次叠加性原理 .....	351
11.3 Wigner–Ville 分布 .....	353
11.3.1 定义 .....	353
11.3.2 Wigner–Ville 分布的基本性质 .....	354
11.3.3 Wigner–Ville 分布的逆 .....	358
11.3.4 Wigner–Ville 分布与信号时变功率谱的关系 .....	358
11.3.5 Wigner–Ville 分布的局限 .....	359
11.3.6 Wigner–Ville 分布的应用举例 .....	359
11.4 Wigner–Ville 分布中的交叉项 .....	366

---

11.5 模糊函数 .....	369
11.5.1 模糊函数的定义 .....	369
11.5.2 模糊函数的性质 .....	370
11.5.3 模糊函数和 Wigner–Ville 分布的区别和联系 .....	371
11.6 信号时频分布的一般表示 .....	374
习题与思考题 .....	376
<b>第 12 章 隐 Markov 模型 .....</b>	<b>377</b>
12.1 Markov 过程和 Markov 链 .....	377
12.2 非平稳过程的统计建模 .....	379
12.3 隐 Markov 模型 .....	381
12.3.1 隐 Markov 模型的概念 .....	381
12.3.2 隐 Markov 模型的物理解释 .....	383
12.4 隐 Markov 模型的基本问题 .....	384
12.4.1 隐 Markov 模型的估计问题 .....	384
12.4.2 隐 Markov 模型的解码问题 .....	387
12.4.3 隐 Markov 模型的学习问题 .....	388
12.5 隐 Markov 模型的分类 .....	389
12.5.1 按照隐 Markov 模型的状态转移概率( $A$ 参数)分类 .....	389
12.5.2 按照隐 Markov 模型输出概率分布( $B$ 参数)分类 .....	391
12.5.3 其他特殊的隐 Markov 模型 .....	392
习题与思考题 .....	392
<b>参考文献 .....</b>	<b>394</b>

# 第1章 正交函数与信号的正交展开

## 1.1 信号的分类与描述

### 1.1.1 信息和信号的关系

信号是信息的载体,信息以消息的方式表现出来。消息的具体表现方式有声音、文字、图像等。例如,语言文字是社会信息;商品报道是经济信息;古代烽火是外敌入侵的信息等。从物理学角度来看,信息不是物质,也不具备能量,但它却是物质所固有的,是客观存在的。因此,信息表征事物的运动的状态和方式,或运动状态和方式的变化。信息和物质、能量一样,是人类不可缺少的一种资源。

信息本身不是物质,不具有能量,但信息的传输却依靠物质和能量。一般来说,传输信息的载体称为信号,信息蕴涵于信号之中。下面是几个信息和信号关系的例子。

#### 1. 古代烽火和现代防空警笛

对古代烽火,人们观察到的是光信号,而它所蕴涵的信息则是“外敌入侵”。

对防空警笛,人们感受到的是声信号,其携带的信息则是“敌机空袭”或“敌机溃逃”。

#### 2. 教师讲课和学生自学

教师讲课时口里发出的是声音信号,是以声波的形式发出的;声音信号中所包含的信息就是教师正讲授的内容。学生自学时,通过书上的文字或图像信号获取要学习的内容,这些内容就是这些文字或图像信号承载的信息。

信号具有能量,是某种具体的物理量。信号的变化则反映了所携带的信息的变化。

测试工作的目的是获取研究对象中有用的信息,而信息又蕴涵于信号之中。可见,测试工作始终都需要与信号打交道,包括信号的获取、调理和分析等。因此,深入地了解信号及其描述是工程测试的基础。

### 1.1.2 信号的分类

为了深入把握信号的物理本质和特性,要认真研究信号的分类。信号的分

类有多种方法。在工程实际应用中常用的方法有：按信号随时间变化的规律分类，按信号幅度随时间变化是否连续来进行分类，按信号的频率随时间变化的情况来进行分类等。下面简单介绍几种常见的信号分类方法。

### 1. 确定性信号与非确定性信号

按信号随时间变化的规律来分，可分为确定性信号与非确定性信号。能明确地用数学表达式来描述其随时间变化关系的信号称为确定性信号。例如，一个频率为 5 Hz 的正弦信号，可以表示为

$$s(t) = \cos(2\pi \times 5t) \quad (1.1)$$

无法用明确的数学表达式来描述的信号称为非确定性信号，又称为随机信号。随机信号只能用概率统计方法来估计，或找出某些统计特征量。根据其一阶和二阶统计量是否随时间而变化，随机信号又可分为平稳随机信号（其一阶和二阶统计量不随时间变化，只与统计的时间间隔相关）和非平稳随机信号两类。其中，平稳随机信号又可进一步分为各态历经随机信号（其统计平均可以用样本的时间平均来近似）和非各态历经随机信号。

### 2. 周期信号与非周期信号

确定性信号又可分为周期信号和非周期信号。按一定时间间隔周而复始出现的信号称为周期信号，否则称为非周期信号。周期信号的数学表达式为

$$s(t) = s(t+nT) \quad (1.2)$$

式中， $T=2\pi/\omega=1/f$  为信号的周期， $n$  为整数， $\omega$  为角频率， $f$  为频率。

如果一个信号是由多个乃至无穷多个单频信号线性叠加而成，叠加后仍存在公共周期的信号，称为一般周期信号。

**例 1-1** 由两个周期分别为 1/6 和 1/4 的信号叠加而成信号

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = 0.5 \cos(2\pi \times 6t) + 0.5 \cos(2\pi \times 4t) \quad (1.3)$$

试确定它的周期，并分别给出  $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$  和  $s(t)$  的波形图。

解：叠加后信号的公共周期为 0.5，如图 1-1 所示。

再考察信号

$$\begin{aligned} s(t) &= s_1(t) + s_2(t) \\ &= 0.5 \cos(2\pi \times \sqrt{6}t) + 0.5 \cos(2\pi \times 4t) \end{aligned} \quad (1.4)$$

两个叠加信号的频率比为无理数，即两频率没有公约数，则叠加后的信号没有公共周期，因此叠加后的信号  $s(t)$  是非周期的。

在有限时间段内存在，或随着时间的变化而幅度衰减至零的信号，称为一般非周期信号，又称为瞬变非周期信号或瞬变信号，在信号分析与处理中也称为时限信号。

**例 1-2** 指数衰减振动信号，表示为

$$s(t) = A e^{-at} \cos(2\pi f t + \varphi_0) \quad (1.5)$$

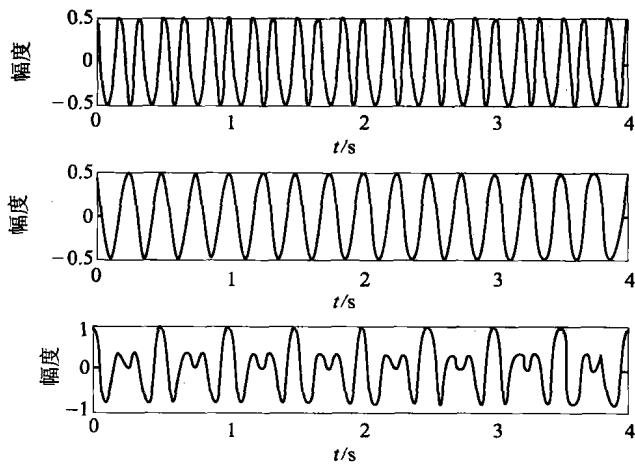


图 1-1 两个信号叠加后有公共周期

其中,  $a$  是正实数, 为衰减因子。当  $a=2, f=10, \varphi_0=\pi/2$  时, 画出信号的波形。

解: 信号波形如图 1-2 所示。

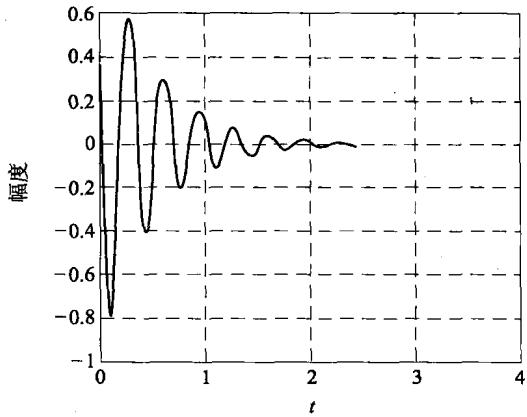


图 1-2 非周期信号

### 3. 按信号幅度随时间变化的连续性分类

根据信号幅度随时间变化的连续性, 可以分为连续信号和离散信号。若信号的独立变量取值连续, 则是连续信号; 若信号的独立变量取值离散, 则是离散信号。仅仅独立变量连续的信号, 称为一般连续信号; 仅仅独立变量离散的信号, 称为一般离散信号。信号幅度也可分为连续和离散两种, 若信号的幅度和独