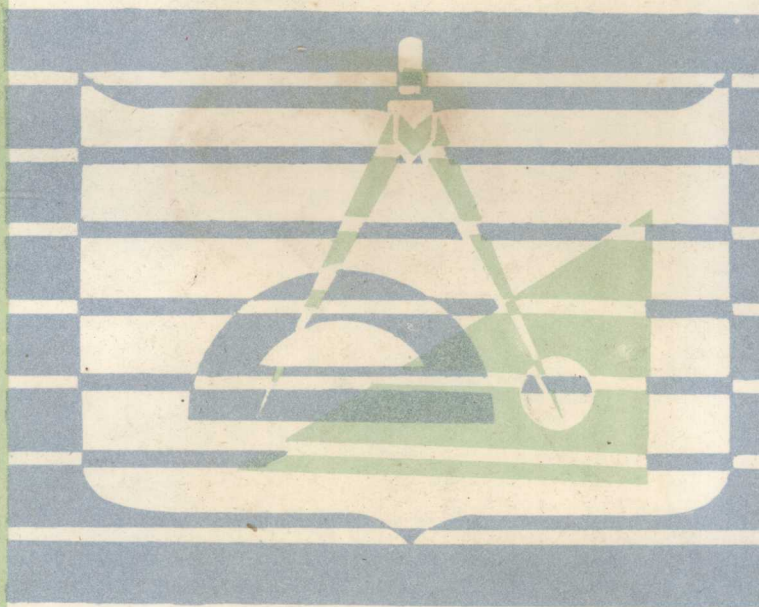


· 升大丛书 ·

数学标准化考试 解题技巧与训练

叶思源
吴绍关 编著
陈云烽



广东高等教育出版社

数学标准化考试解题技巧与训练

叶思源

吴绍关 编著

陈云烽

广东高等教育出版社

数学标准化考试解题技巧与训练

叶思源 吴绍关 陈云烽 编著



广东高等教育出版社出版

广东省新华书店经销

广东省农垦印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 9印张 175千字

1987年12月第1版 1987年12月第1次印刷

印数1—100000册

ISBN 7—5361—0068—X/G·11

书号：7343·53 定价：1.90元

前 言

为了帮助升大考生复习中学数学，适应标准化考试改革，我们编写了这本辅助读物。它围绕着高考改革中考生关心的问题 and 数学试题的常见题型，着重论述解题要领和解题技巧，配以丰富的实例，并选编了四百余道有一定代表性的训练题和两份综合试测题（文、理科各一份），供读者自我训练。希望对提高考生的数学水平和应考能力有所帮助。

这本小册子是我们集体劳动的成果。纲目和基本内容经集体讨论确定，同时，各人在编写过程中也时常交换意见。本书共四章。其中，叶思源撰写第二章的 § 1 和 § 2，并编选了第三章的平面解析几何的题目；吴绍关撰写第四章，并编选了第三章的代数和三角的题目；陈云烽撰写第一章和第二章的 § 3，并编选了第三章的立体几何的题目。我们是在本职工作之余编写这本读物的，尽管主观上希望写出特色，但由于水平所限，加之时间紧迫，疏漏差错，挂一漏万之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者 1987.10.

于广州中山大学

目 录

第一章	考生如何适应数学标准化考试改革	(1)
§ 1	明确考试要求.....	(1)
§ 2	熟悉试题类型和试卷结构.....	(3)
§ 3	合理安排考前总复习.....	(4)
§ 4	力争以最佳状态赴考.....	(7)
第二章	高考数学常见题型的解题方法	(10)
§ 1	如何解答选择题.....	(10)
§ 2	如何解答填空题.....	(60)
§ 3	如何解答论说题.....	(75)
第三章	复习题选编	(103)
§ 1	选编说明.....	(103)
§ 2	选择题.....	(103)
§ 3	填空题.....	(207)
§ 4	论说题.....	(221)
第四章	综合试测题	(257)
§ 1	理工农医类.....	(257)
§ 2	文史类.....	(264)

第一章

考生如何适应数学标准化考试改革

自从1985年在广东省进行高考标准化考试改革试验以来,已经三年了,广东考生对改革试验的适应性逐年有所提高。然而,在每一年的高考中,绝大多数考生都是第一次参加这样大规模的考试,心理上免不了存在这样或那样的压力,多少有点紧张情绪。减轻这些压力,消除紧张情绪,使考试时处于最佳竞技状态,发挥出最高的水平,无疑都是大家所希望的。为了把希望变成现实,就要做到心中有数,明确考试要求,对试题型式,试卷结构不但要有所了解,而且经过训练,要比较熟悉;同时,考前必须进行有效的复习,合理安排作息,既复习好功课,又确保身心健康,头脑清醒;此外,对考试过程中可能出现的各种意想不到的事情,要有应变和处置的能力。这些问题解决得好,考生对高考改革试验将会有较强的适应性。

§1 明确考试要求

高考数学考试大纲,对数学科的考试目标,考试方式和要求,以及考试范围,都作出明确的规定,它既是编拟试题的根据,也是考生进行备考的依据。

在中学阶段各学科的学习中，数学所占的学习时数最多，是一门重头课。这门课包括了代数学，三角学，立体几何学和平面解析几何学等学科分支，有着高度的抽象性，思辨性，以及应用的广泛性，同时，内容的连贯性、综合性和系统性也表现得十分突出。面对这样一个内容庞杂，纵横交错的学科，如果对考试的要求不明确，缺乏正确的复习目标和方法，免不了会费时费力，事倍功半。每个考生都应当明确，决定复习目标的依据是考试大纲和自身的实际情况，而不是道听途说得来的各种传闻。

根据正式公布的1988年高考数学考试大纲和试题样本（参看广东高等教育出版社出版的《一九八八年广东省高等学校招生入学考试指导丛书数学分册》），并参照几年来高考数学试题，我们可以看到，数学科考试对考生的基本要求有如下的几个方面：

1. 对全日制中学数学教学大纲所规定的各项基础知识和基本技能，应有全面和比较熟练的掌握，不应编废。

2. 在运用数学知识和数学方法解决问题方面，应具有一定的观察、判断、分析、转化和归纳、综合能力，严密的逻辑推理能力，以及空间想像能力和计算能力。

3. 在答题陈述方面，对选择题能快速正确作答，对填空题能扼要准确填写，对论说题的解答应写出恰如其份的解题过程，字迹清晰，思路正确，层次分明，说理充分，计算准确，用词贴切，字符运用恰当合理，完整严谨，并力求简明。

一个考生，要全面达到这些要求，只靠短时间的复习是难以奏效的，需要的是：长年磨练，日积月累。也就是说，有

志于参加高考的中学生和社会知识青年，在学习中学数学时，就必须明确这些要求，有计划有步骤地进行训练，在高考前的总复习时，再加以对照，查漏补缺，力争更上一层楼。

§ 2 熟悉试题类型和试卷结构

在标准化考试改革中，对试题类型和试卷结构，在考试大纲中也作了明确的规定，并有样本供考生练习和揣摩。考生可以充分利用这些材料，加以熟习。

根据考试大纲的规定，数学试题采用的是选择题、填空题和论说题三种型式。为熟悉这些题型，应当明瞭下列各点：

1. 这些题型的结构特点如何？
2. 这些题型的提问方式有什么特点？
3. 解答这些类型的题目时，有哪些要领和技巧？

关于这些问题，讨论起来，需要较大篇幅，我们在下一章，将加以专门讨论。讨论中还附有较多的典型实例，供读者参考。此外，在第三章中，还编选了一批练习题，供复习训练用。

考生除了要熟悉试题的型式之外，对试卷的结构也应了解。在广东省高考数学试题的改革试验中，试卷被分成两卷。头两年，把选择题和填空题，即客观性试题放在第一卷，将论说题，即主观性试题放在第二卷。1987年，为方便试卷评阅工作的进行，做了些调整，改为：第一卷全是选择题，由电脑评阅，解答写在答题卷上。而把填空题和论说题放在一起，作为第二卷，用人工评卷。全卷要求在150分钟

内完成，而且第一卷的解答最多只能用70分钟。各卷的题量在考试大纲中也作了明确的规定。所有这些，考生在考前都应有所了解。并且要根据自己的实际状况，制定应试时的答卷策略，尽可能提高考试时间的利用率。

§ 3 合理安排考前总复习

以几年来的高考数学命题改革试验看，高考数学试题还有如下的一些重要特点：

1. 试题的知识覆盖面大（大约覆盖了考试大纲规定的考试范围所列知识点的80%，比较系统和全面地考查各种基本的数学方法（包括演绎法，配方法，待定系数法，数学归纳法，反证法，数形结合法和字符讨论法等），同时，重点突出，特别注重考查那些大学学习中所需要具备的，而又在中学所应当掌握的数学基础知识和基本技能。

2. 既考查基础知识和基本技能，又考查灵活运用能力，试题的编拟在“抓基础，考能力，出活题”方面下功夫。基础试题占分的比例相当大，而试题灵活的主要表现是：题目不落俗套，新而不怪，看起来似曾相识，但又不太熟悉，如概念模糊，洞察能力薄弱者，不易入手。只凭以往的解题套路，难以取得优秀成绩。

3. 试题由易到难有一定梯度，难点分散，各种类型的题目，都设置了一定的难点，尤其在主观性的论说题中，采用分步设问时，每题的第一问都比较浅，然后逐步加深，最后一问一般有较大的难度。

从高考数学试题的上述这些特点，以及前两节所讨论材

料看，一个考生要使自己取得尽可能好的数学成绩，在高考前总复习阶段，如何合理制定好数学科的复习计划，并在实施过程中不断调整，增强复习效果，提高解题能力，是一个非常重要的问题。

一般说来，数学科只是整个高考的一个局部，这个局部的安排，应当服从整体的计划。考生应该全面权衡自己对各门学科掌握的程度如何？数学科居于优势还是劣势？从自己的实际情况出发，确定复习数学所能占用的时间。

在复习时，首先应当针对自己的薄弱环节，致力于巩固双基（基础知识和基本技能），对考试大纲列出的各项考查项目，以及考试范围纲目所涉及的基本概念、解题技巧，都应力求全面和熟练地掌握，达到基本要求。然后可分专题，联系自己平时练习中所积累的知识，解题方法，经验教训，清理自己脑子里的内存信息，务求条理化和网络化，即是说，使头脑中的信息有主次，上下，左右之分，谓之条理化，而使各种信息的关联既有纵向的，又有横向的，乃至斜向的，把信息点编织成网，谓之网络化。这样做，有利于内存信息的及时提取，也有利于对外来信息反应的快捷灵敏。对双基的复习与巩固，不宜用背诵式，或逐条查核的做法。

其次，在巩固双基的基础上，围绕解数学题所必须具备的各种能力，查漏补缺。这里，应当充分利用以往做过的练习，在总复习阶段不宜做大量的新练习题，更不宜做难度大的习题。一个人，解题能力的强弱，除取决于他所掌握的数学知识和方法的多少外，还取决于在下列各方面的能力如何：

（1）审题能力。即：面对一道试题，能否准确把握给定的已知条件？有否明白题意所提出的要求？对自己所要完

成的任务是否明确？审题能力，实际上也就是对试题所提供的外来信息正确汲收的能力。

(2) 寻求解题途径的能力。理解了题意，明确了要求之后，为了达到解答题目的，必须从存在脑子里的“解题武器库”中提取合适的武器，加以使用。这个过程，实际上是一联串信息（包括问题提法，概念的关联，性质的联系，定理、公式的应用等）的转移传导过程，通俗一点说，也就是问题的转化，转化的目的在于把新问题转化为老问题，不熟悉的问题转化为熟悉或比较熟悉的问题，把综合性的问题转化成若干个简单的问题，以便处理和解决。从这个角度看，寻找解题途径的能力，实质上是把问题进行转化的能力。

(3) 实现解题过程的能力。寻得解题途径之后，往往需要推理，演算，直观想像，空间想像，以及词语字符的正确运用和表述，这种能力就是实现解题过程的能力。

这些能力的大小，在平时解题中都会有所表现。为了提高这几个方面的能力，有必要重温自己做过的习题。那些机械记住个别题的解法，死记形形式式的“解题套路”的做法都是不可取的。

此外，在总复习中，还存在如何正确利用教科书与参考书的问题。处理这个问题比较合适的做法是：立足教材，精选一至两本高质量的参考资料，作为辅助材料。切莫盲目使用这样或那样的复习参考书取代课本，谨防堕入“题海”，以至不能自拔。

在利用参考资料时，还应保持清醒的头脑，提高是非识别能力。参考资料只是作为参考而已，不足为凭。有些参考书，所陈述的某些概念与课本不一致，甚至产生错误，这时

一律应以课本为准。例如，有的书把虚数单位与 $\sqrt{-1}$ 等同起来；把 $a+bi$ 的 (bi) 称为虚部；在未附加什么条件的情况下，把函数 $y=f(x)$ 的值域与该函数的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域等同起来，等等之类，都是不妥的，也与课本的有关概念不一致。这些都应当引起警惕。此外，有些参考书附带的习题，差错不少。信手拿来就做，往往会耽时误日，收不到应有的效益。所以，参考书的选购和利用，务须慎之又慎。

§4 力争以最佳状态赴考

在高考中，考试成绩的高低主要决定于考生学识的多寡和能力的大小，但同时也取决于临场的发挥是否正常，也即竞技状态的好坏。作为考生，应力争以最佳状态赴考。

根据我们的观察，考生在考场上失常，往往有如下的一些原因：

1. 在复习阶段，加班加点，脑子长时间处于紧张超负荷的状态。弄得疲惫不堪。近几年来，许多中学高中毕业班的总复习时间普遍在三个月以上，甚至超过半年。在这么长的时间里，劳逸安排不当，势必造成体力下降，头脑不灵的恶果。

2. 目前，我国高考的竞争非常激烈，为数不少的考生是在强大压力下赴考的。这个压力来自各个方面，有来自社会的，学校的，家庭的，亲朋好友的，也有来自考生自身的。对一个考生来说，多少总有一点压力，这是正常的，在一定的限度下，压力可以变成动力，这就是一件好事。但当

压力超过一定限度时，势必变成阻力，严重影响考生的情绪，以至提心吊胆，患得患失，既影响备考复习的效率，也影响临场的水平发挥。

3. 考生们从小学到中学，虽然经历了许许多多大大小小的考试，但象高考规模这么大，要求这么高的考试，对大多数考生来说，还是头一次体验。不少考生对考试中可能出现的各种意想不到的事情，缺乏应变能力和应急措施。因而，在持续几天的考试过程中，若偶尔遇到不顺心的地方，碰上一点干扰，往往就会引起情绪上的极大波动，以致妨碍了水平发挥，考不出应有的成绩。

针对上述的这些原因，考生在考前的准备中，除了要认真学习复习好功课之外，还应加强政治思想方面，身体素质方面，心理意识方面和应考策略方面的必要准备。

首先，应怀着“一颗红心，两种准备”的正确思想，轻装赴考。考生思想上应当认识到：“考上大学光荣，落选也并非不光采。”事实上，落选也并非都比考上差。高考只是对考生的一种特殊的检验，通过这场检验，考生都可以得到许多教益，无论考上与落选都是如此。把高考作为人生道路上的一个转折点，经过这样一场考试，再掂量一下自己的长短轻重，更合理地决定自己的去向，这是考生们应取的一种态度。

其次，复习过程中，宜在“健康第一，学习第二”的思想指导下，合理安排作息，复习时不忘锻炼身体，保持旺盛精力。到临考前一、两天，则宜采取“以逸待劳”的方针。

第三，心理和意识方面，应提高抗干扰能力，不为各种道听途说的不实之词，不可靠的信息所左右。作为考生的师

长，朋友，亲人，也不宜给考生施加这样或那样的额外压力，更不宜用“激将法”，“刺激法”去驱使考生“忘我读书”，考生对这类刺激则可以置之不理，冷静处之。

第四，认真对待学校所组织的有关考场适应性训练。例如，模拟考试，解题速度训练，熟悉考试规划的演试等等活动，考生应当积极参加，并使自己有实战感。

第五，考生在充分准备的基础上的临场发挥中，还得注意答卷时扬长避短，尽快完成自己有把握的试题的解答，再逐个攻克难关。总之，到了考场，力争取得最好的成绩，便成为考生一切活动的中心。妨碍实现这个目的的事，应尽量不做。

此外，应试时带点便药，对某些考生也是需要的。

总的说来，为了使考试时处于最佳状态，除考生自身的努力外，还需要其周围人们的共同努力与合作。

第 二 章

高考数学常见题型的解题方法

数学高考标准化考试采用的题型是：选择题、填空题、论说题。这三类题目各有不同的结构特点和解题要求，解答这些题目需要运用各种不同的方法。由于在目前中学数学课本中这些方面的内容很少，所以我们在这一章里结合较多的典型例子，分门别类地讨论这些题型的特点、解题方法与技巧。

应该指出的是，各种解题方法与技巧的运用及其效果都是以熟练掌握“双基”为前提的。因此，考生首先需要努力掌握好基础知识和基本技能，然后参照书中例题，适当选做本书第四、五章的一些习题，这样才能巩固提高自己的解题能力。

§ 1 如何解答选择题

一、选择题的结构与类型

数学选择题是一种命题形式，它由一个问句或一个不完整的判断句与几个提供选择的答案组成。例如：

例 1 $\lg(\operatorname{tg}1^\circ) + \lg(\operatorname{tg}2^\circ) + \lg(\operatorname{tg}3^\circ) + \cdots + \lg(\operatorname{tg}88^\circ) + \lg(\operatorname{tg}89^\circ)$ 的值为：

- (A) 0; (B) $\frac{1}{2}\lg(\frac{\sqrt{3}}{2})$;

(C) $\frac{1}{2} \lg 2$, (D) 1.

例 2 已知等腰 $\triangle ABC$ 的底边 BC 及高 AD 的长都是整数, 那么 $\sin A$ 和 $\cos A$ 中,

(A) 一个是有理数, 另一个是无理数.

(B) 两个都是有理数.

(C) 两个都是无理数.

(D) 是有理数还是无理数要根据 BC 和 AD 的数值来确定.

通常将位于备选答案之前的部分称为选择题的题干, 将每一个备选的答案称为选择题的选择支. 目前在国内高考和各种考试中所使用的数学选择题, 主要是在每道选择题的几个选择支里有且只有一个选择支是在该题题干条件下的正确答案, 而其它选择支都是错误答案. 提供错误答案的选择支称为迷惑选择支. 如在例 1 中, 正确答案是 (A), 在例 2 中, 正确答案是 (B), 其余选择支都是迷惑选择支.

数学选择题还可能有其它的结构形式, 例如在选择支中有两个或更多的正确答案, 或者是将选择支与填空相结合等, 但本书只讨论有且只有一个选择支是正确答案的选择题.

从题目的性质来看, 选择题大致上可以分为定量型、定性型和混合型三种类型.

定量型选择题要求在一定条件下计算某些数值, 或确定某些数学对象 (如数值、变量、形体、集合等) 之间可能的数量关系. 如上面的例 1 和后面这类题的解法论述中各例.

定性型选择题要求在一定条件下确定某些数学对象可

具有的性质,或数学对象之间可能具有的性质上的关系,如集合的包含关系,上述例2就是一道定性型选择,在后面的解法论述中还有各种定性型选择题的例子。

混合型选择题要求在一定条件下确定某些数学对象的性质、数值、数量之间或性质之间的关系,如下面例3就是一道混合型选择题。

例3 若 B 是圆心为 P 的圆 C 上的一点, A 是圆 C 所在平面内的点,那么, A 和 B 之间的距离小于或等于 A 与圆 C 上任何其它点之间的距离的所有 A 点所成的集合是:

(A) 从 P 到 B 的线段。

(B) 从 P 开始经过 B 的射线。

(C) 以 B 作起点的一条射线。

(D) 圆心是 P 的一个圆。

本题要求确定一个点集的性质与位置。(答案是(D))。

二、选择题的特点

为了探讨选择题的解法,首先将它与其它类型数学题相比较,看看选择题有什么特点。

选择题(包括填空题)以外的各类数学题,按照题目的解答要求大致可以分为两类:一类是求证题,它要求证明某个结论;另一类是求解题,它要求找出某个数学对象(如数值、图形等)或某些数学对象之间的关系。

定量型或混合型选择题与求解题相同之处是它们都要求根据题设条件确定几个数值、几个图形,或某些数量关系,但求解题没有给出结果,而选择题既给出正确的结果,又给出几个似是而非的错误结果。