

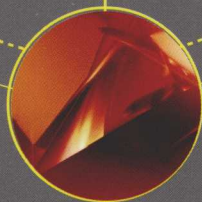
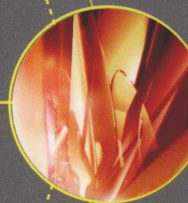
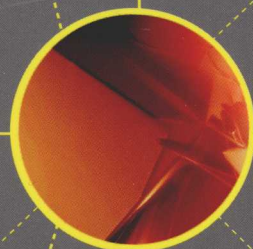
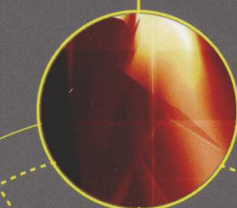
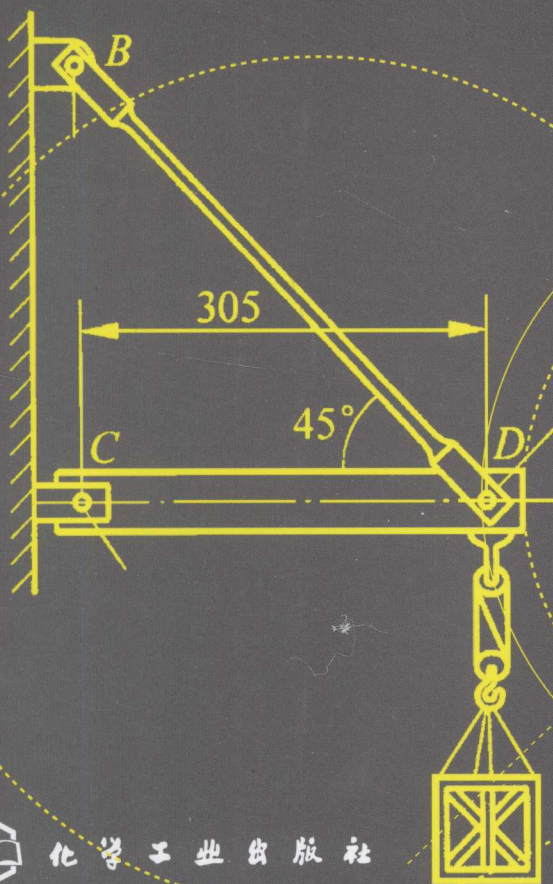
普通高等教育“十一五”规划教材

# 材料力学

CAILIAO LIXUE



□ 赵淑红 主编  
□ 王金玲 许政 副主编



化学工业出版社

普通高等教育“十一五”规划教材

# 材 料 力 学

赵淑红 主 编  
王金玲 许 政 副主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本教材是普通高等学校“十一五”规划教材。根据当前高校教育改革的要求,适应不同专业、不同学时进行了编写。

本书共 12 章,包括绪论,轴向拉伸与压缩,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,应力分析与强度理论,组合变形,能量方法,压杆稳定,交变应力,材料的黏弹性等,书后附有型钢表及部分习题参考答案。

本书可作为高等学校本科、高职高专机械类专业、土木类专业材料力学课程的教材,也可作为其他专业和有关工程技术人员参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/赵淑红主编. —北京:化学工业出版社, 2010.8

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-122-08511-5

I. 材… II. 赵… III. 材料力学-高等学校-教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 125764 号

---

责任编辑:陶艳玲

文字编辑:颜克俭

责任校对:周梦华

装帧设计:韩 飞

---

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印 装:大厂聚鑫印刷有限责任公司

787mm×1092mm 1/16 印张 13 字数 328 千字 2010 年 8 月北京第 1 版第 1 次印刷

---

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

---

定 价:26.00 元

版权所有 违者必究

# 前 言

本教材结合高等学校非力学类专业材料力学课程基本要求进行编写。在编写过程中，既重视理论基础研究方法，又注重工程实践，加大实践教学内容。根据人才培养目标，明确教材的层次和定位，结合教师教学和学生学习的特点，做到结构体系编排科学、合理，由浅入深，通俗易懂，方便学生学习。在编写过程中，吸收了有关院校的教学内容和课程体系改革的成果，又加入编者十几年来的教学经验和教学改革成果。在内容编排上，按照杆件基本变形后的简单应力和变形建立相应的强度条件以及刚度条件、复杂应力分析以及强度理论、组合变形，能量方法，压杆稳定，交变应力，材料黏弹性的顺序，做到各章知识点融会贯通，完整系统。同时，为了加强平面图形几何性质的重要性，把它引入到章节中。为了增加本教材的适用性，选编了能量方法、交变应力和材料的黏弹性，以满足各学校相关专业、不同学时需求。全书适用于50~66学时的材料力学课程选用，也可根据各专业不同要求和学时对内容进行删减。

参加本教材编写工作的有：东北农业大学赵淑红（第一章），黑龙江工程学院文丽华（第二章），黑龙江工程学院刘长喜（第三章、第八章），石河子大学许政（第四章、第十章），黑龙江工程学院王金玲（第五章、第六章），东北农业大学权龙哲（第七章、第十二章），东北农业大学王业成（第九章、第十一章）。全书由赵淑红担任主编，王金玲、许政任副主编。

担任本教材主审的黑龙江工程学院刘影对审定稿进行了认真的修改，提出了许多宝贵意见。本教材的编写和出版，得到东北农业大学以及参编院校的大力支持和帮助，谨此，编者致以衷心的感谢。书中的例题、习题选自各种版本的教材，恕在此不一一列出，在此谨向全体作者致谢。

限于编者水平，书中难免有错误不妥之处，敬请读者批评指正。

编 者

2010年4月

# 目 录

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 第 1 章 绪论 .....                  | 1  |
| 1.1 材料力学的任务 .....               | 1  |
| 1.2 可变形固体的基本假设 .....            | 2  |
| 1.3 载荷分类 .....                  | 2  |
| 1.4 工程构件分类 .....                | 2  |
| 1.5 内力、截面法和应力 .....             | 3  |
| 1.6 线应变和切应变 .....               | 4  |
| 1.7 杆件变形的基本形式 .....             | 5  |
| 本章小结 .....                      | 6  |
| 思考题 .....                       | 6  |
| 第 2 章 轴向拉伸与压缩 .....             | 7  |
| 2.1 拉伸与压缩时横截面上的内力与轴力图 .....     | 7  |
| 2.2 拉伸与压缩时横截面及斜截面上的应力 .....     | 9  |
| 2.3 拉伸与压缩时变形计算、节点位移, 胡克定律 ..... | 12 |
| 2.4 材料在拉伸与压缩时的力学性能 .....        | 15 |
| 2.5 温度和时间对材料力学性能的影响 .....       | 20 |
| 2.6 拉压杆强度计算 .....               | 21 |
| 2.7 拉压杆静不定问题 .....              | 24 |
| 2.8 拉压杆连接件强度计算 .....            | 26 |
| 本章小结 .....                      | 30 |
| 思考题 .....                       | 31 |
| 习题 .....                        | 32 |
| 第 3 章 扭转 .....                  | 34 |
| 3.1 扭转概述和实例 .....               | 34 |
| 3.2 剪切基本概念和切应力互等定理 .....        | 34 |
| 3.3 传动轴外力偶计算, 扭矩、扭矩图 .....      | 36 |
| 3.4 等直圆轴在扭转时横截面上的应力与变形 .....    | 38 |
| 3.5 圆轴扭转时强度和刚度计算 .....          | 40 |
| 3.6 扭转静不定问题 .....               | 43 |
| 3.7 非圆截面杆扭转 .....               | 44 |
| 本章小结 .....                      | 45 |
| 思考题 .....                       | 45 |
| 习题 .....                        | 46 |
| 第 4 章 弯曲内力 .....                | 48 |
| 4.1 平面弯曲概述、梁的计算简图 .....         | 48 |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| 4.2 梁的剪力和弯矩 .....              | 48         |
| 4.3 剪力方程和弯矩方程, 剪力图和弯矩图 .....   | 51         |
| 4.4 弯矩、剪力与分布载荷集度之间的关系 .....    | 54         |
| 4.5 叠加法画梁的内力图 .....            | 58         |
| 4.6 平面刚架与曲杆的内力图 .....          | 58         |
| 本章小结 .....                     | 60         |
| 思考题 .....                      | 60         |
| 习题 .....                       | 61         |
| <b>第5章 弯曲应力</b> .....          | <b>64</b>  |
| 5.1 梁横截面上的正应力 .....            | 64         |
| 5.2 截面的惯性矩, 组合公式, 平行移轴公式 ..... | 68         |
| 5.3 梁横截面正应力强度条件 .....          | 70         |
| 5.4 梁横截面切应力强度条件 .....          | 72         |
| 5.5 梁的弯曲中心 .....               | 77         |
| 5.6 提高梁的强度措施 .....             | 79         |
| 5.7 非对称截面梁的弯曲正应力简介 .....       | 81         |
| 本章小结 .....                     | 81         |
| 思考题 .....                      | 82         |
| 习题 .....                       | 82         |
| <b>第6章 弯曲变形</b> .....          | <b>85</b>  |
| 6.1 梁的挠度、转角及挠曲线近似微分方程 .....    | 85         |
| 6.2 积分法求梁的挠度和转角 .....          | 86         |
| 6.3 叠加法求梁的挠度和转角 .....          | 89         |
| 6.4 梁的刚度校核 .....               | 93         |
| 6.5 静不定梁 .....                 | 95         |
| 本章小结 .....                     | 98         |
| 思考题 .....                      | 98         |
| 习题 .....                       | 99         |
| <b>第7章 应力分析与强度理论</b> .....     | <b>103</b> |
| 7.1 应力状态概述 .....               | 103        |
| 7.2 平面应力状态应力分析 .....           | 105        |
| 7.3 三向应力状态、最大切应力 .....         | 112        |
| 7.4 广义胡克定律 .....               | 114        |
| 7.5 强度理论及其应用 .....             | 116        |
| 本章小结 .....                     | 119        |
| 思考题 .....                      | 121        |
| 习题 .....                       | 121        |
| <b>第8章 组合变形</b> .....          | <b>125</b> |
| 8.1 组合变形概述 .....               | 125        |
| 8.2 斜弯曲 .....                  | 125        |
| 8.3 拉(压)与弯曲组合、偏心拉(压) .....     | 128        |
| 8.4 扭转与弯曲组合 .....              | 132        |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 本章小结 .....                    | 134 |
| 思考题 .....                     | 135 |
| 习题 .....                      | 136 |
| <b>第 9 章 能量方法</b> .....       | 139 |
| 9.1 应变能法概述 .....              | 139 |
| 9.2 基本变形的应变能 .....            | 139 |
| 9.3 由虚位移原理导出的单位力法 .....       | 141 |
| 9.4 图形互乘法 .....               | 145 |
| 9.5 单位力法解静不定问题 .....          | 147 |
| 本章小结 .....                    | 151 |
| 思考题 .....                     | 152 |
| 习题 .....                      | 152 |
| <b>第 10 章 压杆稳定</b> .....      | 155 |
| 10.1 压杆稳定概述 .....             | 155 |
| 10.2 细长中心受压直杆临界压力的欧拉公式 .....  | 155 |
| 10.3 临界应力总图 .....             | 157 |
| 10.4 压杆稳定性计算及提高压杆的稳定性措施 ..... | 159 |
| 本章小结 .....                    | 163 |
| 习题 .....                      | 164 |
| <b>第 11 章 交变应力</b> .....      | 167 |
| 11.1 交变应力概述 .....             | 167 |
| 11.2 疲劳强度的影响因素 .....          | 169 |
| 11.3 提高构件疲劳强度的措施 .....        | 172 |
| 本章小结 .....                    | 173 |
| 思考题 .....                     | 174 |
| 习题 .....                      | 174 |
| <b>第 12 章 材料的黏弹性</b> .....    | 176 |
| 12.1 材料黏弹性概述 .....            | 176 |
| 12.2 流变模型和流变方程 .....          | 176 |
| 本章小结 .....                    | 180 |
| 思考题 .....                     | 180 |
| 习题 .....                      | 180 |
| <b>附录</b> .....               | 182 |
| 附录 I 型钢表 .....                | 182 |
| 附录 II 部分习题参考答案 .....          | 194 |
| <b>参考文献</b> .....             | 200 |

# 第1章 绪 论

## 1.1 材料力学的任务

工程结构是工程中各种结构的统称，包括：机械结构、土木结构、水利与水电结构等。工程结构的各组成部分，统称为构件。构件一般由固体制成，在外力作用下，固体有抵抗破坏的能力，但这种能力又是有限度的。而且，在外力作用下，固体的尺寸和形状还将发生变化，称为变形。

为保证结构或构件有足够的的能力负担起应当承受的载荷。必须保证结构和构件具有足够的强度、刚度和稳定性。

### (1) 强度要求

强度 (strength) 就是指构件应有足够的抵抗破坏的能力。例如冲床曲轴不可折断、储气罐不应爆破。

### (2) 刚度要求

刚度 (stiffness) 就是指构件应有足够的抵抗变形的能力。在载荷作用下构件即使有足够的强度，但若变形过大，仍不能正常工作。例如，若齿轮轴变形过大，将造成齿轮和轴承的不均匀磨损，引起噪声；机床主轴变形过大将影响加工精度。

### (3) 稳定性要求

稳定性 (stability) 就是指构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。有些受压力作用的细长杆如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等，应始终维持原有的直线平衡形态，保证不被压弯。

例如各种桥的桥面结构，采取什么形式才能保证不发生破坏，也不发生过大的弹性变形，即不仅保证桥梁具有足够的强度，而且具有足够的刚度，同时还要具有重量轻、节省材料等优点。

又如在施工过程中会由于局部杆件或整体结构的不稳定性而导致整个脚手架的倾覆与坍塌，造成人民生命和国家财产的巨大损失。

此外，各种大型水利设施、核反应堆容器、计算机硬盘驱动器等也都有大量的强度、刚度和稳定性问题。

一般来说，在工程问题中，构件应有足够的强度、刚度和稳定性，但对具体构件又往往有所侧重。例如储气罐主要是要保证强度，车床主轴主要是要具备一定的刚度，而受压的细长杆则应保持稳定性。此外对某些特殊构件还可能有相反的要求。例如为防止超载，当载荷超出某一极限时，安全销应立即破坏。又如为发挥缓冲作用，车辆的缓冲弹簧应有较大的变形。

但是，若构件横截面尺寸不大或形状不合理，或材料选用不当，将不能满足上述安全要求。如果加大横截面尺寸或选用优质材料，则虽满足了上述安全要求，却多使用了材料，并增加了成本，造成浪费。因此，材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下，

为设计既经济又安全的构件，提供必要的理论基础和计算方法。

### 1.2 可变形固体的基本假设

固体因外力作用而变形，故称为变形固体或可变形固体。固体有多方面的属性，研究的角度不同，侧重面各不一样。研究构件的强度、刚度和稳定性时为抽象出力学模型，掌握与问题有关的主要属性，略去一些次要属性，对变形固体作下列假设。

#### (1) 连续性假设

认为组成固体的物质不留空隙地充满了固体的体积。实际上，组成固体的粒子之间存在着空隙，并不连续，但这种空隙与构件的尺寸相比极其微小，可以不计。于是就认为固体在其整个体积内是连续的。根据这一假定，物体内因受力和变形而产生的内力和位移都将是连续的，因而可以表示为各点坐标的连续函数，从而有利于建立相应的数学模型，所得到的理论结果便于应用于工程设计。

#### (2) 均匀性假设

认为在固体内各个点有相同的力学性能。这样，如果从固体中取出一部分，不论大小，也不论从何处取出，力学性能总是相同的。

#### (3) 各向同性假设

在固体内任一点所有方向上均具有相同的物理和力学性能。具有这种属性的材料称为各向同性材料，如铸钢、铸铜、玻璃等。就总体的力学性能而言，这一假定也适用于混凝土材料。

沿不同方向力学性能不同的材料称为各向异性材料，如木材、胶合板和某些人工合成材料等。

材料力学认为一般的工程材料是具有均匀性、连续性、各向同性的变形固体。

### 1.3 载荷分类

构件在不同的外力作用下，表现出不同的变形形式。作用在构件上的外力称为载荷 (load)。一般情况下，载荷可以分为以下几类。

#### (1) 动载荷和静载荷

由于运动而产生的作用在构件上的作用力，称为动载荷 (dynamic load)。例如，旋转构件、以加速度作直线运动的构件上的惯性力；碰撞作用在构件上的冲击力。持续不变地或缓慢施加在构件上的载荷，称为静载荷 (static load)。例如重力、缓慢起吊重物时施加在起重机构上的力等。

#### (2) 集中载荷和分布载荷

当两个固体接触处接触面积较小或接近一个点时，这时作用的载荷称为集中载荷 (concentrated load)。例如，静止的汽车通过轮胎作用在桥面上的力，当轮胎与桥面接触面积较小时，即可视为集中载荷。当两个固体接触处接触面积较大时，这时作用的载荷称为分布载荷 (distributed load)。例如，桥面施加在桥梁上的力为分布载荷。

### 1.4 工程构件分类

工程构件包括各种零件、部件等。根据空间三个方向的几何特性，弹性体大致可分为以下几类。

### (1) 杆件

空间一个方向的尺寸远大于其他两个方向的尺寸，这种弹性体称为杆或杆件 (bars 或 rods)。

### (2) 板或壳

空间一个方向的尺寸远小于其他两个方向的尺寸，且另两个尺寸比较接近，这种弹性体称为板 (plate) 或壳 (shell)。

### (3) 块体

空间三个方向具有相同量级的尺度，这种弹性体称为块体 (body)。

材料力学只研究杆类构件，即单杆，简称为杆件 (bar element)。

常见杆件的几何特征如图 1-1(a) 所示。杆件长度方向为纵向，与纵向垂直的方向为横向。

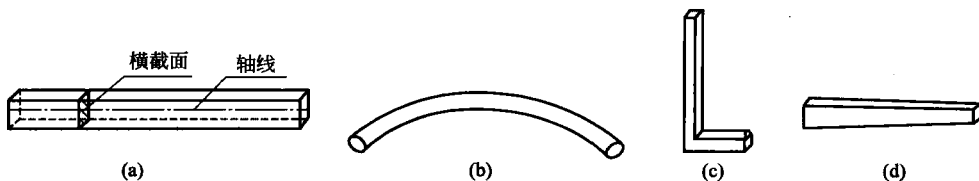


图 1-1 杆件几何特征及构件分类

就杆件外形来分，杆件可分为直杆、曲杆 [图 1-1(b)] 和折杆 [图 1-1(c)]；就横截面来分，杆件又可分为等截面杆和变截面杆 [图 1-1(d)] 等，或实心杆、薄壁杆等。

## 1.5 内力、截面法和应力

弹性体受力后，由于变形，其内部将产生相互作用的内力。这种内力不同于物体固有的内力，而是一种由于变形而产生的附加内力 (internal force)。

为了显示出构件在外力作用下横截面上的内力，用平面假想地把构件分成 A、B 两部分 [图 1-2(a)]。任取其中一部分，例如 B 作为研究对象。在 B 部分上作用的外力有  $F_3$  和  $F_4$ ，欲使 B 保持平衡，则 A 必然有力作用于 B 的横截面上，与 B 所受的外力平衡，如图 1-2(b) 所示。根据作用与反作用定律可知，B 必然也以大小相等、方向相反的力作用于 A 上。上述 A 与 B 间相互作用的力就是构件在横截面上的内力。按照连续性假设，在横截面上各处都有内力作用，所以内力是分布于截面上的一个分布力及今后把这个分布内力系向截面上某一点简化后得到的主矢和主矩，称为截面上的内力。

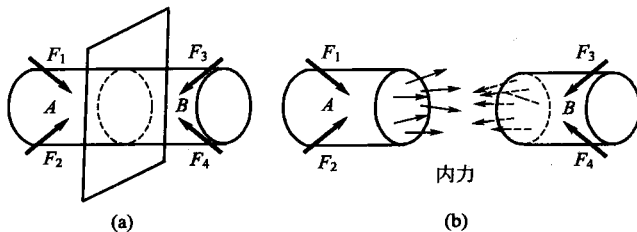


图 1-2 截面法求内力

对所研究的部分 B 来说，外力  $F_3$ 、 $F_4$  和横截面上的内力保持平衡，根据平衡方程就可以确定横截面上的内力。上述用截面假想地把构件分成两部分以显示并确定内力的方法称为

截面法。可将其归纳为以下 3 个步骤。

### (1) 截开

假想在欲求内力截面处，把构件截成两部分。

### (2) 代替

留下其中一部分，用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

### (3) 平衡

建立留下部分的平衡方程，由已知的外力求出横截面上未知的内力。

在上面分析过程中，用它们可以说明横截面上的内力和外力的平衡关系，但不能说明分布内力在截面内某一点处的强弱程度。为此，引入应力 (stress) 的概念。

设在图 1-3 所示受力构件的  $m-m$  截面上围绕  $C$  点取微小面积  $\Delta A$  [图 1-3(a)]， $\Delta A$  上分布内力的合力为  $\Delta F$ 。因而得到  $C$  点应力：

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

$p$  称为  $C$  点的应力，反映内力在  $C$  点的分布密度的程度，是一个矢量。一般情况下常把应力  $p$  分解成垂直于横截面的分量和切于横截面的分量 [图 1-3(b)]。作用线垂直于横截面的应力称为正应力，用  $\sigma$  表示；作用线位于横截面内的应力称为剪应力或切应力，用  $\tau$  表示。

应力正负号规定如下：

正应力——拉应力为正，压应力为负；

切应力——使其作用部分产生顺时针转动趋势为正，反之为负。

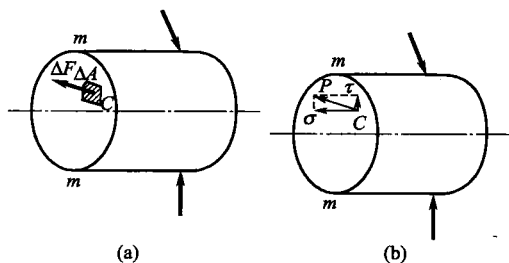


图 1-3 应力

在国际制单位中，应力的单位是 Pa (帕)，称为帕斯卡， $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ 。在工程上通常使用 MPa，其值为  $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$ 。

另外，截面上应力与其作用的微面积的乘积，称为应力作用点的微内力。通过积分可以建立微内力与内力分量之间的关系，例如：

$$\int_A \sigma dA = F \quad (1-2)$$

$$\int_A \tau dA = F \quad (1-3)$$

式中， $dA$  为微面积； $A$  为横截面面积； $F$  为合力。

## 1.6 线应变和切应变

如果将弹性体看作由许多微单元体 (简称微元体或微元) 所组成，弹性体整体的变形则是所有微元体变形累加的结果。而微元体的变形则与作用在其上的应力有关。

围绕受力弹性体中的任意点截取微元体 (通常为正六面体)，一般情形下微元体的各个面上均有应力作用。下面考察两种最简单的情形，分别如图 1-4(a)，(b)，(c) 所示。

对于正应力作用下的微元体 [图 1-4(b)]，沿着正应力方向和垂直于正应力方向将产生伸长和缩短，这种变形称为线变形。描写弹性体在各点处线变形程度的量，称为正应变或线应变 (normal strain)，用  $\epsilon$  表示。根据微元体变形前后  $x$  方向长度  $dx$  的相对改变量，有：

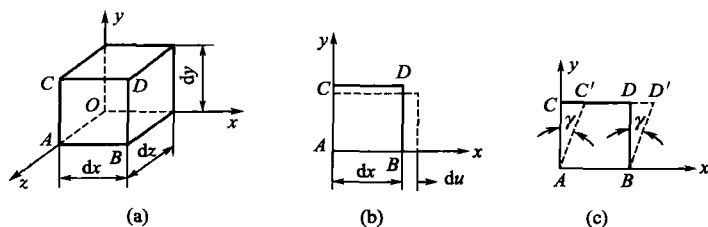


图 1-4 线应变和切应变

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (1-4)$$

式中,  $dx$  为变形前微元体在正应力作用方向的长度;  $du$  为微元体变形后相距  $dx$  的两截面沿正应力方向的相对位移;  $\epsilon_x$  的下标  $x$  表示应变方向。

剪切力作用下的微元体将发生剪切变形, 剪切变形程度用微元体直角的改变量度量。微元直角改变量称为剪应变或切应变 (shearing strain), 用  $\gamma$  表示, 如图 1-4(c) 中所示。

正应变的正负号规定为: 拉应变为正, 压应变为负。

实际构件的变形一般是极其微小的, 要用精密的仪器才可测定, 材料力学所研究的问题限于小变形的情况。认为无论是变形或因变形引起的位移, 其大小都远小于构件的最小尺寸。

## 1.7 杆件变形的基本形式

杆件受力后变形可以归纳为 4 种基本变形形式: 轴向拉伸 (或压缩)、剪切、扭转和弯曲, 以及由两种或两种以上基本变形形式叠加而成的组合变形形式。

### (1) 拉伸或压缩 (tension or compression)

当杆件两端承受沿轴线方向、大小相等的拉力或压力载荷时, 杆件将产生轴向伸长或压缩变形, 分别如图 1-5(a), (b) 所示。

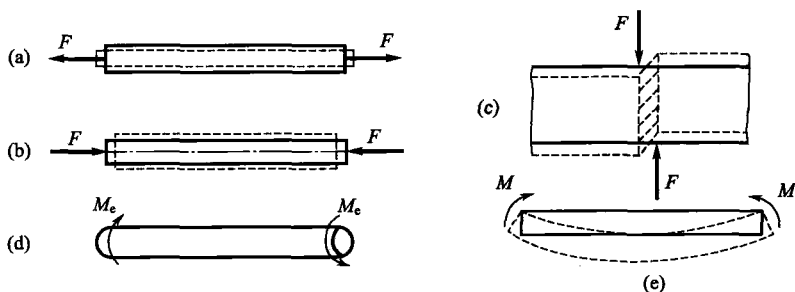


图 1-5 构件变形基本形式

### (2) 剪切 (shearing)

大小相等、方向相反, 作用线相距很近的两个横向力作用时, 杆件将产生剪切变形, 如图 1-5(c) 所示。

### (3) 扭转 (torsion)

大小相等、方向相反, 作用在垂直于杆轴平面内的力偶  $M_e$  时, 杆件将产生扭转变形, 即杆件的横截面绕其轴相对转动, 如图 1-5(d) 所示。

**(4) 弯曲 (bend)**

当外加力偶  $M$  [图 1-5(e)] 或外力作用于杆件的纵向平面内时, 杆件将发生弯曲变形, 其轴线将变成曲线。

**(5) 组合变形 (complex deformation)**

由上述两种或两种以上基本变形形式组合成组合变形, 例如图 1-6 中所示杆件的变形,

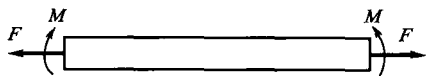


图 1-6 组合变形

即为拉伸与弯曲的组合 (其中力偶  $M$  作用在杆件的纵向平面内)。组合受力形式中, 杆件将产生两种或两种以上的基本变形。

实际杆件的受力不管多么复杂, 在一定的条件下, 都可以简化为基本受力形式的组合。工程上将承受拉伸的杆件统称为拉杆, 简称杆; 受压杆件称为压杆或柱 (column); 承受扭转或主要承受扭转的杆件统称为轴 (shaft); 将承受弯曲的杆件统称为梁 (beam)。

## 本章小结

**(1) 材料力学的任务**

材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下, 为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

强度就是指构件应有足够的抵抗破坏的能力。刚度就是指构件应有足够的抵抗变形的能力。稳定性就是指构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。

**(2) 材料力学的基本假设**

连续性假设、均匀性假设、各向同性假设。

**(3) 工程构件分类**

杆件、板或壳体、块体。

**(4) 内力、截面法步骤**

构件在外力作用下, 横截面之间产生的附加内力。

截面法步骤: 截开、代替、平衡。

**(5) 应力与应变**

应力是内力在横截面上分布密度的程度。应变是变形的程度。

**(6) 杆件变形的形式**

轴向拉伸或压缩、剪切、扭转、弯曲。

## 思考题

1-1 材料力学中构件的内力与理论力学中系统的内力有何区别?

1-2 如何求杆件的内力? 步骤?

1-3 在构件中, 如何把横截面上的微内力变为合力?

## 第2章 轴向拉伸与压缩

### 2.1 拉伸与压缩时横截面上的内力与轴力图

#### (1) 轴向拉伸和压缩的概念

生产实践中经常遇到承受拉伸或压缩的杆件。如图 2-1(a) 液压传动机构中的活塞杆在油压和工作阻力作用下受拉；而图 2-1(b)，(c) 操纵杆  $AB$  在工作过程中受压。此外如起重钢索在起吊重物时、拉床的拉刀在拉削工件时，都承受拉伸；千斤顶的螺杆在顶起重物时，则承受压缩。至于桁架中的杆件，则不是受拉便是受压。

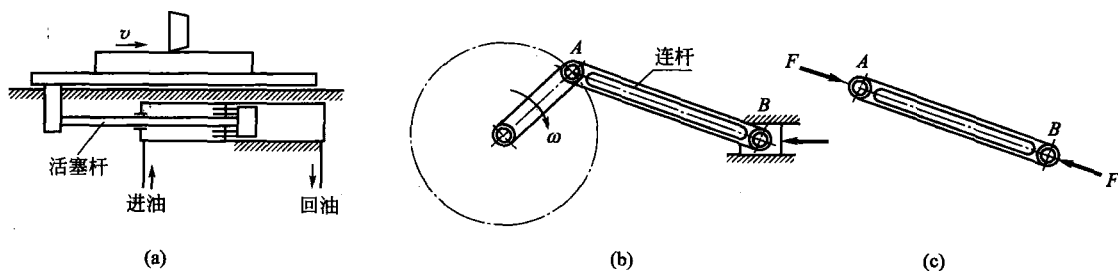


图 2-1 拉伸与压缩杆件实例

这些受拉或受压的杆件虽外形各有差异，加载方式也并不相同，但它们的共同特点是：作用于杆件上的外力合力的作用线与杆件轴线重合，杆件变形是沿轴线方向的伸长或缩短。所以，若把这些杆件的形状和受力情况进行简化，都可以简化成图 2-2 所示的受力简图，图中虚线表示变形后的形状。

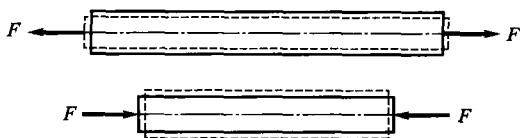


图 2-2 拉伸与压缩杆件受力与变形

#### (2) 轴力和轴力图

① 轴力 (axial force) 由于内力是物体内相邻部分之间的相互作用力，为了显示内力，可应用截面法。设一等直杆在两端轴向拉力  $F$  的作用下处于平衡，欲求杆件横截面  $m-m$  上的内力，如图 2-3(a)。为此，假想一平面沿横截面  $m-m$  将杆件截分为 I、II 两部分，任取一部分（如部分 I），弃去另一部分（如部分 II），并将弃去部分对留下部分的作用以截开面上的内力来代替。

对于留下部分 I 而言，截开面  $m-m$  上的内力  $F_N$  就成为外力。由于整个杆件处于平衡状态，杆件的任一部分均应保持平衡。于是，杆件横截面  $m-m$  上的内力必定是与其左端外力  $F$  共线的轴向力  $F_N$ ，如图 2-3(b)。内力  $F_N$  的数值可由平衡条件求得，由平衡方程：

$$\sum F_x = 0, F_N - F = 0$$

解得：

$$F_N = F$$

式中,  $F_N$  为杆件任意横截面  $m-m$  上的内力, 其作用线与杆的轴线重合, 即垂直于横截面并通过其形心。这种内力称为轴力, 并规定用记号  $F_N$  表示。

若取部分 II 为留下部分, 则由作用与反作用原理可知, 部分 II 在截开面上的轴力与前述部分 I 上的轴力数值相等而指向相反, 如图 2-3(c)。显然, 也可由部分 II 的平衡条件来确定。

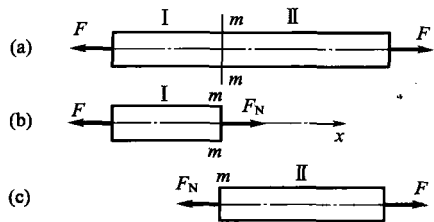


图 2-3 横截面内力

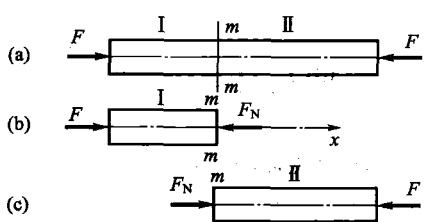


图 2-4 压杆内力

对于压杆, 同理可通过上述过程求得其任一横截面  $m-m$  上的轴力  $F_N$ , 其指向如图 2-4 所示。

为了使由部分 I 和部分 II 所得同一截面  $m-m$  上的轴力具有相同的正负号, 联系变形情况, 规定: 引起纵向伸长变形的轴力为正, 称为拉力 (pull), 如图 2-3(b), (c), 拉力是背离截面的; 引起纵向缩短变形的轴力为负, 称为压力 (compressive stress), 如图 2-4(b), (c), 压力是指向截面的。

② 轴力图 (axial force map) 当杆受到多个轴向外力作用时, 在杆的不同横截面上的轴力将各不相同。为了表明横截面上的轴力随横截面位置而变化的情况, 可用平行于杆轴线的坐标表示横截面的位置, 用垂直于杆轴线的坐标表示横截面上轴力的数值, 从而绘出表示轴力与截面位置关系的图线, 称为轴力图。从该图上即可确定最大轴力的数值及其所在横截面的位置。

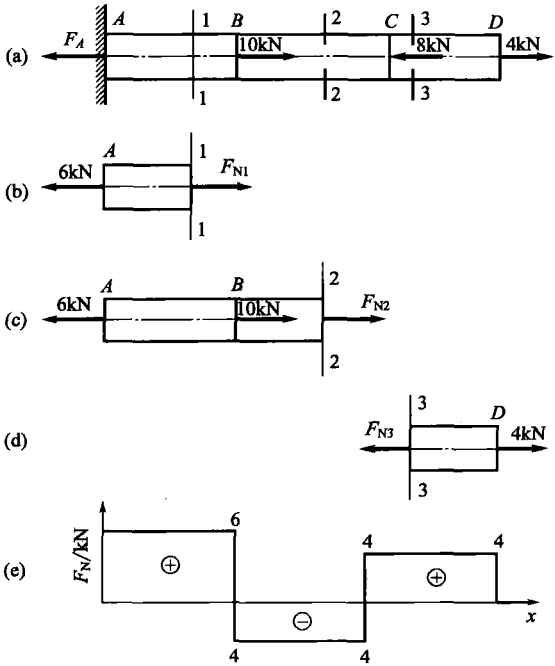


图 2-5 例 2-1 图

面的位置。习惯上将正值的轴力图画在上侧, 负值的画在下侧。

【例 2-1】一直杆受外力作用如图 2-5 (a) 所示, 试求各段中横截面上的轴力, 并绘轴力图。

解 要研究杆件内力, 需先求出杆的支座约束力。

(1) 求支座约束力

设 A 端支座约束力为  $F_{Ax}$ , 由整个杆的平衡方程得  $\sum F_x = 0$ , 得

$$-F_{Ax} + 10\text{kN} - 8\text{kN} + 4\text{kN} = 0 \quad F_{Ax} = 6\text{kN}$$

(2) 分段计算轴力

用截面法, 分段作 1-1、2-2、3-3 三个截面, 取出 3 个脱离体 (取左段或右段为脱离体, 以含外力最少为佳), 如图 2-5 (b), (c), (d) 所示, 逐段计算轴力。为便于计算, 可设各段的轴力  $F_N$  都为拉力, 分别为  $F_{N1}$ 、 $F_{N2}$ 、 $F_{N3}$ , 则由平衡条件

可得:

$$F_{N1} = 6\text{kN}, F_{N2} = 6\text{kN} - 10\text{kN} = -4\text{kN}, F_{N3} = 4\text{kN}$$

其中,  $F_{N2}$  为负值, 说明  $F_{N2}$  的作用方向与所设的方向相反, 应为压力。

### (3) 作轴力图

用平行杆轴的横坐标表示截面的位置, 以垂直于杆轴的纵坐标按一定的比例表示对应截面上的轴力, 绘出全杆的轴力图, 如图 2-5(e) 所示。在轴力图中, 将拉力绘制在  $x$  轴的上侧, 压力绘制在  $x$  轴的下侧。这样轴力图不但能显示出杆件各段内轴力的大小, 而且还可以表示出各段内的变形是拉伸或者压缩。

【例 2-2】图 2-6(a) 为一双压手铆机示意。作用于活塞杆上的力分别简化为  $F_1 = 2.62\text{kN}$ ,  $F_2 = 1.3\text{kN}$ ,  $F_3 = 1.32\text{kN}$ , 计算简图如图 2-6(b) 所示。这里  $F_1$  和  $F_2$  分别是以压强  $p_2$  和  $p_3$  乘以作用面积得出的。试求活塞杆截面 1-1 和 2-2 上的轴力, 并作活塞杆的轴力图。

解 (1) 分段计算轴力

使用截面法, 分段作截面 1-1、2-2, 取出两个脱离体, 并画受力图, 如图 2-6(c), (d) 所示, 逐段计算轴力。设各段轴力都为拉力, 且分别为  $F_{N1}$  和  $F_{N2}$ , 则由平衡方程可得:

$$\sum F_x = 0 \quad F_1 + F_{N1} = 0$$

解得:  $F_{N1} = -F_1 = -2.62\text{kN}$

同理可计算横截面 2-2 上的轴力  $F_{N2}$ , 由截面 2-2 左边一段, 如图 2-6(d), 列平衡方程  $\sum F_x = 0$ , 得:

$$F_1 - F_2 + F_{N2} = 0$$

$$F_{N2} = F_2 - F_1 = -1.32\text{kN}$$

如果研究截面 2-2 右边的一段, 列平衡方程所得 2-2 截面的轴力  $F_{N2}$  的值仍为  $F_{N2} = -1.32\text{kN}$ , 而且计算简单。所以计算时应选取受力比较简单的一段作为分析对象。

其中,  $F_{N1}$  和  $F_{N2}$  均为负值, 说明  $F_{N1}$  和  $F_{N2}$  的作用方向与所设的方向相反, 均为压力。

### (2) 画轴力图

轴力图如图 2-6(e) 所示。

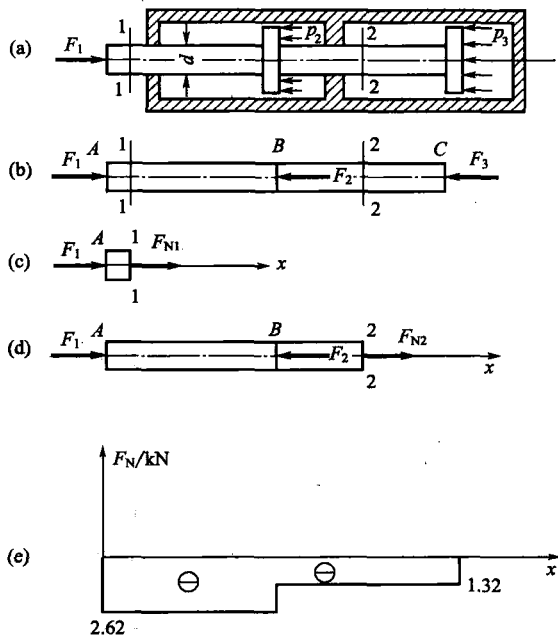


图 2-6 例 2-2 图

## 2.2 拉伸与压缩时横截面及斜截面上的应力

### (1) 拉伸与压缩时横截面上的应力

现在研究拉伸与压缩杆横截面上的应力分布, 即确定横截面上各点处的应力。

首先观察杆的变形。取一等截面直杆, 如图 2-7, 试验前, 在杆表面画两条垂直于杆轴的横线  $a-b$  与  $c-d$ , 然后, 在杆两端施加一对大小相等、方向相反的轴向载荷  $F$ , 使杆发生变形。从试验中观察到: 施加轴向载荷  $F$  后, 横线  $a-b$  与  $c-d$  仍为直线, 且仍垂直于杆件轴线, 只是间距增大, 分别平移至图示  $a'-b'$  与  $c'-d'$  位置。

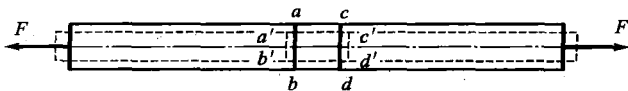


图 2-7 轴向拉伸杆的变形

根据上述现象, 对杆内应力作如下假设: 横截面上各点处仅存在正应力  $\sigma$ , 并且沿截面均匀分布, 如设杆件横截面的面积为  $A$ , 轴力为  $F_N$ , 则根据上述假设可知, 横截面上各点处的正应力均为:

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-1)$$

对于轴向压缩的杆件, 式(2-1) 同样适用。正应力与轴力具有相同的正负号, 即拉应力为正、压应力为负。

当等截面直杆受几个轴向外力作用时, 由轴力图可求得最大轴力  $F_{N,\max}$ , 代入式(2-1), 即得杆内的最大正应力为:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N,\max}}{A}$$

对于非等直杆, 杆内的最大正应力的值为:

$$\sigma_{\max} = \left( \frac{F_N}{A} \right)_{\max}$$

最大轴力所在的横截面称为危险截面, 危险截面上的正应力称为最大工作应力。

根据圣维南原理, 外力作用处产生应力集中, 因此, 式(2-1) 只适用于离外力作用端稍远处。而在外力作用点附近, 由于杆端连接方式的不同, 其应力情况较为复杂。

## (2) 斜截面上的应力

前面分析了轴向拉压杆横截面上的正应力, 但是不同材料的实验表明, 拉压杆的破坏并不总是沿横截面发生, 有时是沿斜截面发生的, 现研究与横截面成  $\alpha$  角的任意斜截面  $k-k$  上的应力, 如图 2-8(a)。

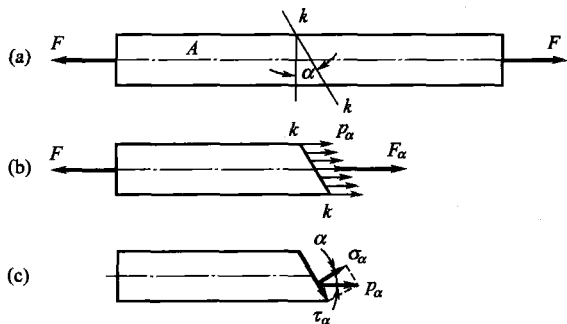


图 2-8 斜截面上的应力

设直杆的轴向拉力为  $F$ , 横截面面积为  $A$ , 则由式(2-1), 横截面上的正应力为:

$$\sigma = \frac{F_N}{A} = \frac{F}{A} \quad (a)$$

设与横截面成  $\alpha$  的斜截面  $k-k$  的面积为  $A_\alpha$ ,  $A_\alpha$  与  $A$  之间的关系为:

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha} \quad (b)$$

如果假想地用一个平面沿斜截面  $k-k$  将杆截分为二, 以  $F_\alpha$  表示斜截面  $k-k$  上的内力, 并由左段杆的平衡图 2-8(b) 可知:

$$F_\alpha = F$$

仿照证明横截面上正应力均匀分布的方法, 可知斜截面上的正应力也是均匀分布的。若以  $p_\alpha$  表示斜截面上  $k-k$  上的应力, 于是有:

$$p_\alpha = \frac{F_\alpha}{A_\alpha} = \frac{F}{A_\alpha}$$

把式(b) 代入上式, 并注意到式(a) 所表示的关系, 可得: