

國民中學選修科目

實用數學教師手冊

下冊

國立編譯館主編



國民中學選修科目實用數學課程標準並 編輯大意

G 634.6
21:2

- 一、本書是根據民國七十四年四月教育部修訂公布的國民中學選修科目實用數學課程標準並配合國民中學實用數學教科書編輯而成，供教師使用。
- 二、本書共分二冊，每學期一冊，供國民中學第三學年選修實用數學教學參考之用。
- 三、本書各章包括教學目標與時數、教材摘要、教材地位分析、教學方法與注意事項、教學媒體舉例、教學活動舉例、評量應注意事項、充實教材、參考資料及習題簡答等項目，供教師教學參考之用。
- 四、各單元之教學除應注意本手冊中所列舉的認知目標外，尚應兼顧技能與情意之教學目標。
- 五、敬請全國國民中學教師就使用本書時所遭遇的實際問題，提出具體改進意見，以供修訂時之參考。

國民中學選修實用數學教師手冊 下冊

目 次

第一章 相似形的應用	1
壹、教學目標與時數	1
貳、教材摘要	2
參、教材地位分析	3
肆、教學方法與注意事項	3
伍、教學媒體舉例	5
陸、教學活動舉例	5
柒、評量應注意事項	10
捌、充實教材	11
玖、參考資料	12
拾、習題簡答	12
第二章 電子計算機簡介	18
壹、教學目標與時數	18
貳、教材摘要	18
參、教材地位分析	19
肆、教學方法與注意事項	19
伍、教學活動舉例	20
陸、評量應注意事項	23
柒、充實教材	23

(2) 國民中學選修實用數學教師手冊(下冊)

捌、參考資料	27
玖、習題簡答	28

第三章 電子計算機的操作30

壹、教學目標與時數	30
貳、教材摘要	30
參、教材地位分析	31
肆、教學方法與注意事項	32
伍、教學活動舉例	34
陸、評量應注意事項	41
柒、充實教材	41
捌、參考資料	41
玖、習題簡答	55

第一章 相似形的應用

壹、教學目標與時數

1-1 相似形（教學時數：5 節）

1. 能辨認實例中的兩個圖形是否相似。
2. 認識並會使用相似符號“ $\sim$ ”。
3. 知道兩個多邊形相似的意義是對應角相等，且對應邊成比例。
4. 能由實例知道當邊數大於 3 時，內角對應相等的兩個多邊形不一定相似。
5. 能由實例知道當邊數大於 3 時，各邊對應成比例的兩個多邊形不一定相似。
6. 知道三內角對應相等的兩個三角形為相似。
7. 知道三邊對應成比例的兩個三角形為相似。

1-2 相似三角形的應用（教學時數：3 節）

能利用相似三角形的性質解決簡單的測量問題。

1-3 三角函數與測量（教學時數：5 節）

1. 知道兩直角三角形中，若有一銳角對應相等，則此兩相似三角形的任意兩邊的比也對應相等。
2. 能認識正弦、餘弦與正切函數的符號 $\sin$ 、 $\cos$ 與 $\tan$ 。
3. 對於任意的直角三角形 ABC ($\angle A$ 為一銳角)，能寫出：

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的對邊}}{\text{斜邊}}$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的鄰邊}}{\text{斜邊}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的對邊}}{\angle A \text{ 的鄰邊}}$$

4. 能根據課本第18頁所附的三角函數表，查出各銳角的三角函數值。

5. 能利用三角函數來解決簡單的測量問題。

貳、教材摘要

本章討論的主題是相似形，以及其在測量上的簡單應用。爲了達到後者的目的，我們也介紹了三角函數 sine（正弦）、cosine（餘弦）與 tangent（正切），以及這些函數的銳角三角函數表。由於本章的編寫型態是以應用爲主，所以我們沒有在理論架構上講究完整性。例如，大部分的證明沒有列出；三角函數只講三個，另三個不講等。這些並非編寫上的疏漏，而是有意安排的。

第一節把相似形的概念，由直觀的感覺開始，導引到數值的關係，即對應角相等，對應邊成比例；並用例子說明，當邊數 ≥ 4 時，上述的兩條件是充分及必要條件。然後教學生用幾種方式畫相似形。最後，指出當邊數等於3時，上述條件中的任何一個就已經是充分條件了，但我們沒有加以證明。

第二節是利用相似形的對應邊成比例的性質來做一些簡單的測量，即古典希臘幾何中所謂的三角化 (triangulation) 測量法。一般而言，角度較易測出，且誤差較小，所以利用測出的角度來定出相似形，再計算相似形的邊長，是一般測量的過程。本節的例子差不多都是按照這樣的過程進行的（甚至於更簡單）。

第三節是補充上節的不方便之處，即需要製造出另一個相似的三角形，並量其長度再計算，這樣的過程不但牽涉到許多步驟，而且測量出來的相似形的邊長有時會造成另外的誤差，所以數學發展的演進就由直角三角形的邊角比例關係引進了三角函數。我們在本節中就是爲了簡化上節的解題過程而引進正弦、餘弦與正切函數及它們的銳角三角函數表，由於此項目十分單純，而且不是爲了介紹三角函數本身，所以我們採取了只引進三個三角函數，而不介紹另外三個三角函數的作法。

叁、教材地位分析

已 習 教 材	本 單 元 教 材	未 習 教 材
相似形的基本概念 (國小六年級) 比 例 (國小六年級, 國中數學第三冊)	相似形的直覺與畫法 ↓ 相似形邊角的測量 ↓ 相似形的邊角關係：①對應角相等；②對應邊成比例 ↓ 在邊數大於3時，上述兩條件之一不為相似形的充分條件 ↓ 邊數等於3時，上述兩條件之一為相似形的充分條件 ↓ 利用對應邊成比例的性質做簡單測量 ↓ 直角三角形邊的比例關係 ↓ 引入正弦、餘弦與正切三函數 ↓ 銳角三角函數表的查法 ↓ 使用電算器求出三角函數值 ↓ 簡單的測量問題	

肆、教學方法與注意事項

1-1 相似形

1. 提出圖案繪製問題，引起學生學習相似形的動機。這裏一定要讓學生實際設計圖案，再將它放大或縮小，以培養學生對相似形的感覺。
2. 把相似形的概念用照片的放大與縮小具體地表達出來，再透過測量相似形邊長與角度

的方式得到相似形的邊角關係：

①對應角相等；

②對應邊成比例。

3.利用正方形與矩形內角對應相等的事實，說明上述的第①條件不能單獨構成相似形的充分條件。

4.利用邊長相等的正方形與菱形，說明上述的第②條件不能單獨構成相似形的充分條件。

5.說明（但不加證明）對兩個三角形而言，上述兩個條件中的任意一個都是此兩圖形相似的充分條件。由於此兩定理之證明牽涉到許多在本課程中無暇提及的預備知識，故證明從略。

6.習題 1-1 的第 3 題也可用透明紙畫出這樣的兩個三角形，再用疊合法來檢查 $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ ， $\angle C = \angle C'$ 。

7.教師可依實際需要由習題 1-1 中選出部分題目作為隨堂練習之用。

1-2 相似三角形的應用

1.本節基本上只有一種類型的例題，即利用相似三角形的對應邊成比例的性質作單純的測量。四個例題只在問題的呈現上稍為有點不同而已：例 1 是直接的應用；例 2 是要造出一個相似三角形；例 3 利用到樹幹垂直於地面的性質；例 4 不但利用到樹幹垂直於地面，還用到光線平行的性質。

2.本節的計算可以應用電算器，算出來的答案也可以是近似值。

3.教師可由習題 1-2 中提出部分題目充作隨堂練習之用。

1-3 三角函數與測量

1.由兩個相似直角三角形的對應邊成比例，引到下列結果：相似直角三角形的任意兩邊的比為固定。再由此事實，引出正弦函數、餘弦函數與正切函數。

2.由於我們不是正式地介紹數值三角，所以教師不必花太多的時間慢慢導出其關係，應該讓學生了解函數概念後，立刻教他們查表及按電算器求函數值。

3.本節最後引進兩個測量問題，當作三角函數的應用。

4.教師可由習題 1-3 中提出部分題目作為例題或隨堂練習之用。

伍、教學媒體舉例

一、本章需用教具表

教 具	規 格	數 量	配 合 教 材	備 注
1.圓規、直尺、量角器 、三角板		1 組	1-1 ~1-3	黑板用
2.銳角三角函數值表	如課本	1	1-3	掛圖或投影片
3.電算器	具有三角函數鍵	1	1-3	教師示範用
4.掛圖或投影片	配合課本之說明、例題或練習	視需要而定	1-1 ~1-3	

二、本章適用之教學媒體舉例

旗桿問題 (George's Flagpole Problem)

- 1.類別：影片。
- 2.規格：16mm。
- 3.時間：11 分鐘。
- 4.發音：原英語發音，配國語發音。
- 5.配合教材：1-2 相似三角形的應用。
- 6.來源：國立教育資料館外購影片（編號 DA023）。
- 7.內容簡介：喬治製作了一個模型來參加學校裏的數學比賽，學生們可以從這個模型了解如何應用相似三角形對應邊長之間的比例關係，來求出一些不易直接度量的高度。

陸、教學活動舉例

1-2 相似三角形的應用

教學時數：3 節

教 師 活 動	教學活動流程圖	學 生 活 動	備 注
一、準備活動： 1.研讀課本第 1-2 節及教師手冊相關部分。		預習課本第 1-2 節。	

2.蒐集本單元有關的資料。

3.準備教具：掛圖、彩色粉筆。

掛圖一：

如圖，某人爲了要測樹高 $\overline{AB}$ ，於離樹根 6 公尺的 D 點處打了一根標桿 $\overline{CD}$ ，並在 $\overline{BD}$ 的延長線上找到一點 E ，使 $A、C、E$ 三點成一直線。已知 $\overline{CD}=1$ 公尺，又測得 $\overline{DE}$ 爲 1.5 公尺，求樹高 $\overline{AB}$ 。

（見課本圖 1-10。）

掛圖二：

如圖所示，小華的身高爲 1.62 公尺，在同一時間內測得他的影子長爲 1.86 公尺，樹影長爲 15.5 公尺，問樹高多少公尺？

（見課本圖 1-11。）

4.學生仍按以前方式分組。

二、發展活動：

1.復習第 1-1 節的相似形，了解當兩個三角形的三內角對應相等時，此兩三角形爲相似，得到它們的三邊也對應成比例，進而以課本所舉之各種例子，深入淺出的介紹說明，以上的知識，在測量長度時常常使用到，以引起學生的學習動機。

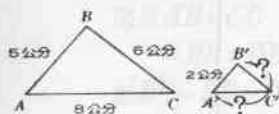
例 1.設 $\triangle ABC$ 相似於 $\triangle A'B'C'$ ， $\overline{AB}$ 對應於 $\overline{A'B'}$ ，如下圖所示。

說明相似形的定義及其應用

靜聽思考。

提供教材

已知 $\overline{AB} = 5$ 公分, $\overline{BC} = 6$ 公分, $\overline{CA} = 8$ 公分, $\overline{A'B'} = 2$ 公分, 求 $\overline{B'C'}$ 和 $\overline{C'A'}$ 的長。



解：已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$,

$$\text{所以 } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}}$$

設 $\overline{B'C'} = x$ 公分,

$$\text{由上式得 } \frac{2}{5} = \frac{x}{6}$$

$$\text{因此 } x = 6 \times \frac{2}{5} = \frac{12}{5} = 2.4,$$

即 $\overline{B'C'} = 2.4$ 公分。

$$\text{同理 } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{C'A'}}{\overline{CA}},$$

設 $\overline{C'A'} = y$ 公分,

$$\text{由上式得 } \frac{2}{5} = \frac{y}{8},$$

$$\text{因此 } y = 8 \times \frac{2}{5} = \frac{16}{5} = 3.2,$$

即 $\overline{C'A'} = 3.2$ 公分。

2. 指定課本例 1 後的隨堂練習要學生習作。

(1) 指名學生到黑板練習。

(2) 巡視全場並指導學生習作。

(3) 核對黑板上的答案是否正確, 並統計全班做對的人數。

3. 例 2. 如圖, A 、 B 兩點間有湖泊, 爲了求 $\overline{AB}$, 我們先找一點 C , 量得 $\overline{AC} = 100$ 公尺。在 $\overline{AC}$ 上取 $\overline{AE}$ 爲 20 公尺, 過 E 點作 $\overline{ED} \parallel \overline{CB}$, 使 A 、 D 、 B 三點成

(靜聽思考)

筆記重點。

提供問題

上臺演算
自行練習

巡迴指導

a 評量 ① b 提示 ①

c 提供教材

1. 在練習簿上自行練習。
2. 與同學相互討論。
3. 各小組長適時指導同學。
4. 核對所作答案是否正確。

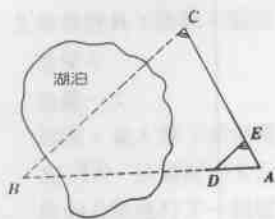
評量①

- a 完全不會。
b 給予提示後會做。
c 正確。

提示①

兩三角形有兩內角對應相等, 則第三內角相等, 得到兩相似三角形。

一直線，並量得 $\overline{AD}$ 為 38 公尺，求 $\overline{AB}$ 。



解：∵ $\overline{ED} \parallel \overline{CB}$,

∴ $\angle AED = \angle C$,

$\angle ADE = \angle B$; 另

$\angle A = \angle A$, 故

$\triangle AED \sim \triangle ACB$

, 因此 $\overline{AD} : \overline{AB}$

$= \overline{AE} : \overline{AC}$

∴ $\overline{AD} = 38$ 公尺,

$\overline{AE} = 20$ 公尺,

$\overline{AC} = 100$ 公尺,

故

$38 : \overline{AB} = 20 : 100$

所以

$$\overline{AB} = \frac{38 \times 100}{20}$$

$= 190$ (公尺)

4. 指定課本例 2 後的隨堂練習要學生習作。

(1) 指名學生到黑板練習

。

(2) 巡視全場並指導學生

。

(3) 核對黑板上的答案是否正確，並統計全班做對的人數。

5. 例 3. 如掛圖一，某人爲了要測樹高 $\overline{AB}$ ，於離樹根 6 公尺的 D 點處打了一根標桿 $\overline{CD}$ ，並在 $\overline{BD}$ 的延長線上找到一點 E ，使 A, C, E 三點成一直線。已知 $\overline{CD} = 1$ 公尺，又測得 $\overline{DE}$ 爲 1.5 公尺，求樹高 $\overline{AB}$ 。

靜聽思考

筆記重點。

提供問題

上臺演算
自行練習

巡迴指導

評量
②

提示
②

提供問題

1. 在練習簿上自行練習。

2. 與同學相互討論。

3. 各小組長適時指導同學。

4. 核對所作答案是否正確。

評量②

a 完全不會。

b 給予提示後會做。

c 正確。

提示②

兩直線平行，則此兩個三角形相似。

掛圖一

解：已知 $\angle ABE$
 $= \angle CDE = 90^\circ$ ，
 $\angle E = \angle E$ ，所以
 $\angle A = \angle DCE$ ，故
 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ ，
 因此 $\overline{AB} : \overline{CD}$
 $= \overline{BE} : \overline{DE}$
 而 $\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE}$
 $= 7.5$ 公尺， $\overline{CD} =$
 1 公尺， $\overline{DE} = 1.5$
 公尺，代入上式得
 $\overline{AB} : 1 = 7.5 :$
 1.5
 所以

$$\overline{AB} = \frac{7.5 \times 1}{1.5}$$

$$= 5 \text{ (公尺)}$$

6. 指定課本例 3 後的隨堂練習要學生習作。

(1) 指名學生到黑板練習。

(2) 巡視全場並指導學生。

(3) 核對黑板上的答案是否正確，並統計全班做對的人數。

7. 例 4. 如掛圖二所示，小華的身高為 1.62 公尺，在同一時間內測得他的影子長為 1.86 公尺，樹影長為 15.5 公尺，問樹高多少公尺？

解：因為圖中的兩個三角形是相似三角形，所以

$$\text{樹高} = 15.5 \times \frac{1.62}{1.86}$$

$$= 13.5 \text{ (公尺)}$$

8. 指定課本例 4 後的隨堂練習要學生習作。

(1) 指名同學到黑板練習。

(靜聽思考)

筆記重點。

提供問題

上臺演算
自行練習

巡迴指導

a 評量
③

b 提示
③

1. 在練習簿上練習。
2. 與同學相互討論。
3. 各小組長適時指導同學。
4. 核對所作答案是否正確。

評量③

a 完全不會。

b 經提示後會做。

c 正確。

提示③

樹高 $= \overline{MN} + \overline{ND}$

掛圖二

提供教材

(靜聽思考)

筆記重點。

提供問題

上臺演算
自行練習

1. 在練習簿上自行練習。

(2)巡視全場並指導學生。

(3)核對黑板上的答案是否正確，並統計全班做對的人數。

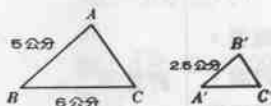
三、綜合活動：

1.歸納本單元之重點。

2.綜合評量：

(1)題目：

設 $\triangle ABC$ 相似於 $\triangle A'B'C'$ ， $\overline{AB}$ 對應於 $\overline{A'B'}$ ，如下圖所示，已知 $\overline{AB}=5$ 公分， $\overline{A'B'}=2.5$ 公分， $\overline{BC}=6$ 公分， $\triangle ABC$ 周長為15公分，求 $\overline{A'C'}$ 、 $\overline{B'C'}$ 的長。



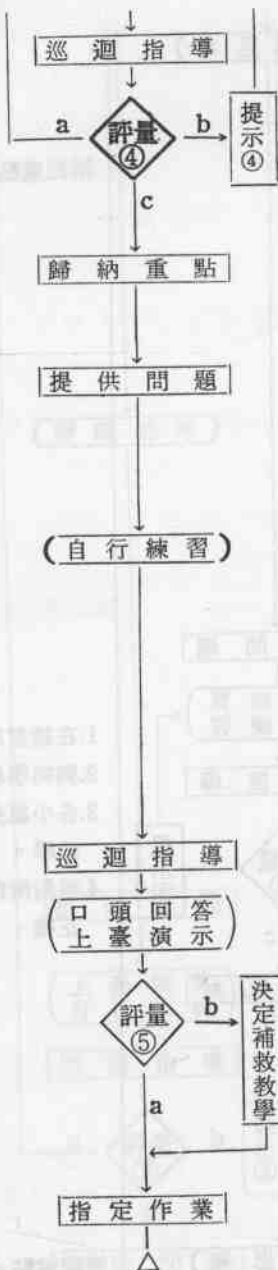
(2)巡迴指導學生習作。

(3)在規定的時間到了之後，指名學生上臺在黑板上演示。

(4)與學生共同訂正黑板上的答案，並統計全班做對的人數。

3.指定作業：

習題1-2。



2.與同學相互討論。

3.各小組長適時指導同學。

4.核對所作答案是否正確。

評量④

a 完全不會。

b 經提示後會做。

c 正確。

提示④

相似三角形對應邊成比例。

評量⑤

a 完全正確。

b 由錯誤的地方決定如何進行補救教學。

教師宜將答卷收回，仔細研究學生犯錯的地方與原因，以作為改進教學的參考。

柒、評量應注意事項

1.有關試題評量編製問題，請參閱國中數學教師手冊第一冊第一章第柒節中之教學評量概念簡介。

2.本章應以形成性評量為主要的評量方法，不必作紙筆測驗。

3. 本章以應用為主，評量的主體應放在學生是否會把學到的數學知識應用在測量問題上。

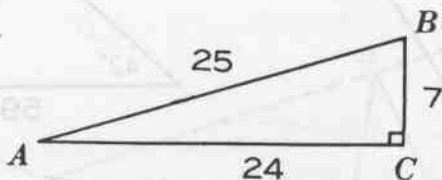
4. 教師在評量時也可以帶學生到室外進行，使學生真正體會測量的情境。

捌、充實教材

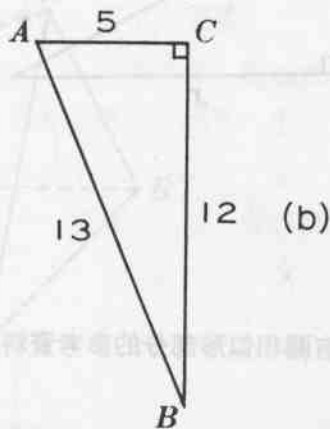
1. 對於程度高的學生，教師可依實際情況，將選修數學下冊第一章及第三章部分單元作為彈性補充之用。

2. 對於程度較低的學生，教師可適當變更部分教材，以適應實際需要，例如可用如下的問題取代課本中部分三角函數或其測量應用之例題或習題：

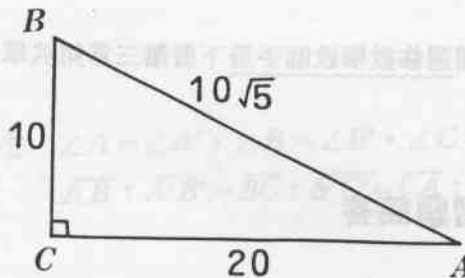
(1) 寫出下列各直角三角形的 $\sin A$ 、 $\cos A$ 及 $\tan A$ ：



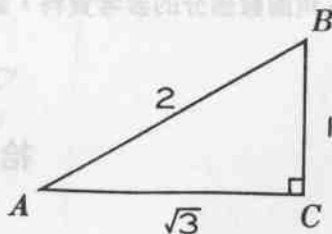
(a)



(b)

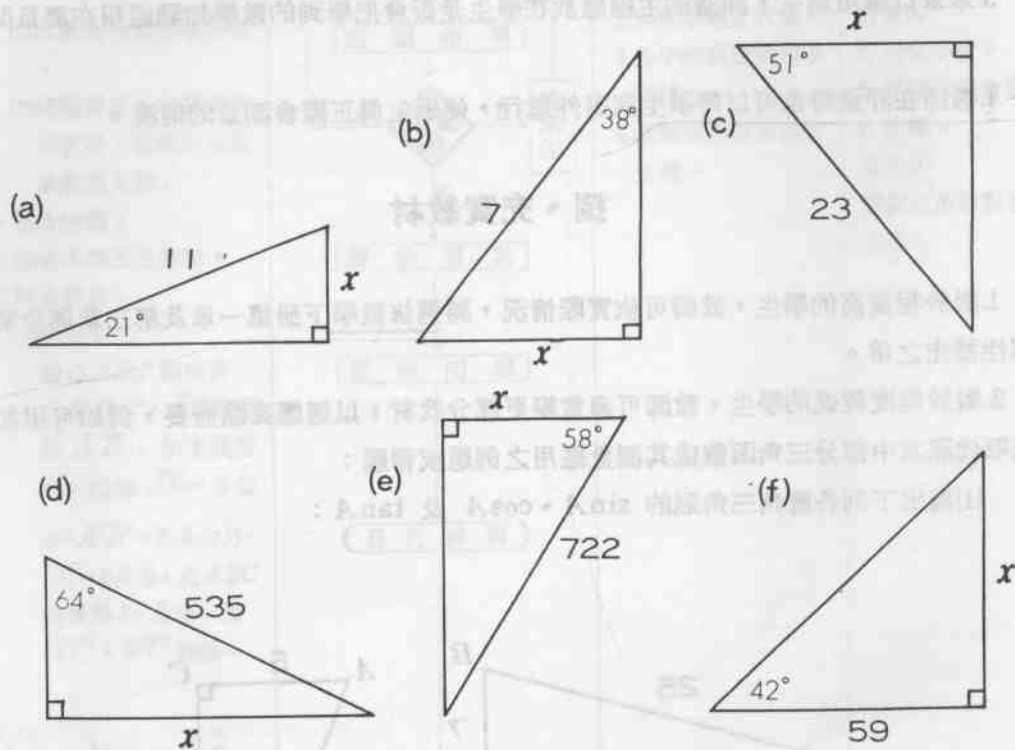


(c)



(d)

(2) 利用三角函數表或電算器，求出下列各直角三角形中的一股長 x ：



玖、參考資料

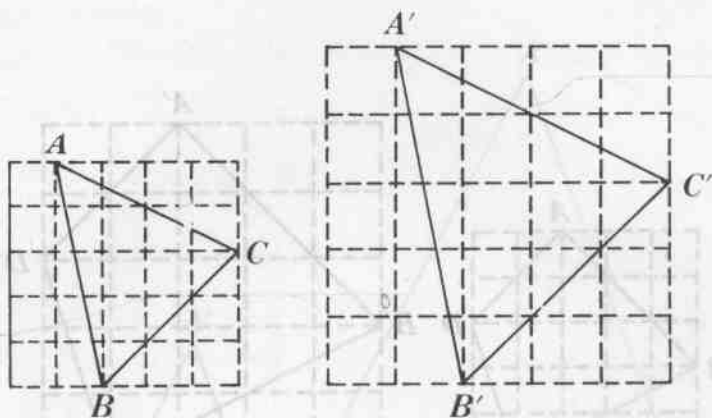
1. 有關相似形部分的參考資料，請參閱選修數學教師手冊下冊第一章第玖單元參考資料部分。
2. 有關三角函數部分的參考資料，請參閱選修數學教師手冊下冊第三章第玖單元參考資料部分。

拾、習題簡答

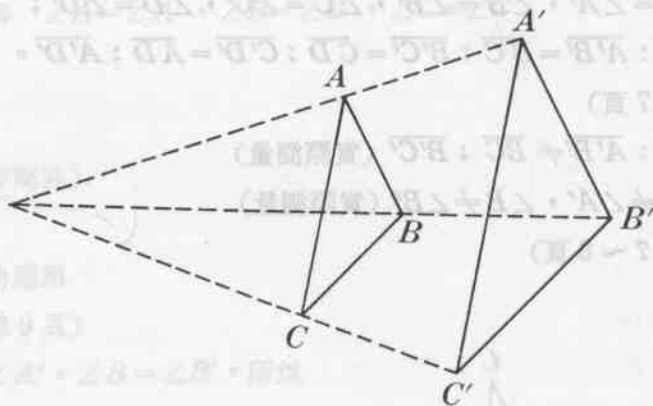
1-1 相似形

隨堂練習（第4頁）

①



②



③ $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$
 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CA} : \overline{C'A'}$