

第六届全国青年岩土力学与工程会议暨岩土工程系列学术研讨会之十

岩土力学与工程新进展

主 编 高广运

副主编 石振明 沈明荣



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

岩土力学与工程会议暨岩土工程系列学术研讨会之十

岩土力学与工程新进展

主 编 高广运
副主编 石振明 沈明荣



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书收入了第六届全国青年岩土力学与工程会议暨岩土工程系列学术研讨会之十专题报告和相关学术论文 113 篇,其中包括:专题报告 8 篇;岩土力学理论与试验 17 篇;岩土工程数值分析 15 篇;基坑工程 13 篇;地下空间开发与利用 13 篇;桩基础 13 篇;地基处理 11 篇;土动力学与地基抗震 8 篇;边坡稳定性 8 篇;环境岩土工程 7 篇。论文内容涵盖了岩土工程学科领域的主要方面,反映了我国岩土工程科技工作者近三年来的理论研究和工程应用新进展,以及当前研究的热点学术和技术问题。

本书可供土木、水利、铁路、公路交通和岩土工程等部门的设计、施工、科研技术人员和高等学校有关专业师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

岩土力学与工程新进展/高广运主编. —上海:同济大学出版社,2007.9

ISBN 978-7-5608-3619-5

I. 岩… II. 高… III. ①岩土力学—学术会议—文集
②岩土工程—学术会议—文集 IV. TU4-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 131238 号

岩土力学与工程新进展

主 编 高广运

责任编辑 林梅英 荆 华 责任校对 徐春莲 装帧设计 陈益平

出版发行 同济大学出版社 www.tongjiupress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985822)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 江苏句容排印厂

开 本 889 mm×1194 mm 1/16

印 张 31.75

印 数 1~700

字 数 960000

版 次 2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-3619-5/TU·742

定 价 80.00 元

第六届全国青年岩土力学与工程会议暨岩土工程系列学术研讨会之十

(2007 年 9 月 15—17 日, 中国 上海)

主办单位:中国土木工程学会土力学及岩土工程分会

中国力学学会岩土力学专业委员会

中国水利学会岩土力学专业委员会

中国建筑学会地基基础分会

《岩土工程师》编辑部

承办单位:同济大学

协办单位:上海华东建筑设计研究院有限公司

上海岩土工程勘察设计院有限公司

上海港湾软基处理工程有限公司

上海大学

上海交通大学

欧美大地仪器设备中国有限公司上海分公司

DASSAULT SYSTEMS Simulia Corp.

第六届全国青年岩土力学与工程会议暨岩土工程系列学术研讨会之十

(2007年9月15—17日,中国 上海)

顾问委员会

(按姓氏汉语拼音为序)

陈云敏 陈正汉 冯夏庭 何满潮 黄润秋 李 宁 李术才 刘汉龙 栾茂田
唐春安 滕延京 杨光华 张建民 张永兴 周 健 周国庆 朱合华

学术委员会

主 席 黄茂松

副主席 孔令伟 郑 刚 王建华 高广运

委 员(按姓氏汉语拼音为序)

白 云 白廷辉 蔡袁强 陈国兴 陈龙珠 傅德明 葛世平 黄宏伟 金丰年
廖红建 刘松玉 刘元雪 邵生俊 盛 谦 施建勇 唐辉明 王 清 吴才德
伍法权 谢永利 许 强 徐日庆 叶为民 赵明华

组织委员会

主 席 袁 勇

副主席 王卫东 张孟喜 陈 晖 石振明

委 员(按姓氏汉语拼音为序)

蔡永昌 陈昌富 陈仁鹏 丁文其 范 文 高文明 高文生 何 晖 黄 雨
简文彬 介玉新 金宗川 李海波 梅国雄 钱建固 余诗刚 沈明荣 侍 倩
孙立川 童立元 王家鼎 杨雪强 叶观宝 张 嘎 张 健

论文编辑委员会

高广运 石振明 沈明荣 李 国 叶观宝 钱建固 黄 雨 蔡永昌

前 言

第六届全国青年岩土力学与工程会议暨岩土工程系列学术研讨会之十于2007年9月15—17日在上海召开。本次会议由中国土木工程学会土力学及岩土工程分会、中国力学学会岩土力学专业委员会、中国水利学会岩土力学专业委员会、中国建筑学会地基基础分会和《岩土工程师》编辑部共同主办,同济大学承办。

这是我国青年岩土力学与工程工作者三年一次的盛会,在会议征文发出不长的时间里,先后有120余篇论文应征。经论文编辑委员会评审,本论文集共收入113篇,其中包括专题报告(8篇)和9个专题。9个专题为:岩土力学理论与试验(17篇);岩土工程数值分析(15篇);基坑工程(13篇);地下空间开发与利用(13篇);桩基础(13篇);地基处理(11篇);土动力学与地基抗震(8篇);边坡稳定性(8篇);环境岩土工程(7篇)。论文内容涵盖了岩土工程学科领域的主要方面,反映了我国岩土工程科技工作者近三年来的理论研究和工程应用新进展。大会将邀请我国著名的岩土力学与工程方面的专家与会并作特邀报告,同时也邀请有关青年专家作大会专题报告,与会代表还将对当前研究的热点学术和技术问题进行报告和讨论。

与过去历届会议相比,本次会议岩土力学理论与试验、岩土工程数值分析、基坑工程、地下空间开发与利用方面的论文较多,这也反映了国内外岩土工程的发展趋势。原拟定的部分专题因论文太少而未被单列。

这次会议论文作者主体是青年岩土力学与工程工作者,希望本次会议能够推动我国岩土工程学科在理论 and 实践方面的发展。

限于水平与条件,本论文集的编辑难免有不当之处,敬请同仁批评指正。我们还特别感谢同济大学出版社的大力支持与协助,使论文集得以在短时间内出版发行。向为本次会议撰写论文的作者,向为本论文集出版而辛勤工作的人们表示深深的谢意。

祝愿本次会议取得圆满成功。

编 者

2007年8月15日

研究发现,当正方形布桩时,如果填料低于四桩中心对角线长度的一半时,则土拱效应不能充分发挥,路面易出现不均匀沉降^[6]。

当路堤高度与桩梁净间距之比为 $h/s \leq 1.4$ 时,路堤高度相对较低,没有形成完整的土拱,桩土差异沉降向上反映到了路堤顶面上(图5);而当 $h/s \geq 1.6$ 时,路堤下部沉降也呈现为波浪形,但路堤顶面基本平整,路堤中形成了完整的土拱,出现了等沉面,桩土差异沉降向上传递的范围被限制在等沉面以下,路堤顶面没有出现明显的差异沉降(图6)。由此可知,路堤等沉面高度约为 $(1.4 \sim 1.6)$ 倍桩梁净间距,当路堤高度大于 1.6 倍桩托板净间距时路面不会出现差异沉降^[6]。当路堤高度大于桩净间距与桩托板宽度之和 (1 倍桩间距) 时,路堤表面不均匀沉降已经很小,如图5所示^[7]。

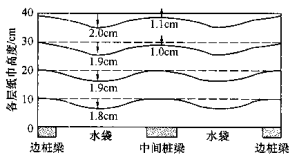


图5 路堤中形成不完整土拱

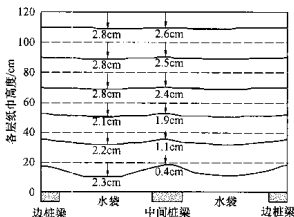


图6 路堤中形成完整土拱

所以,工程设计时,可以通过调整桩间距或桩托板尺寸与路堤高度的关系,来达到避免路堤表面出现过不均匀沉降的现象,建议路堤高度的设计值应至少大于 1 倍桩间距。

3.2 桩间距和桩托板尺寸的设计

桩间距 s 、桩托板宽度 b 以及路堤填土高度 h 决定了路堤中能否形成完整土拱,为了避免路堤顶面出现明显的差异沉降,路堤填土高度应满足:

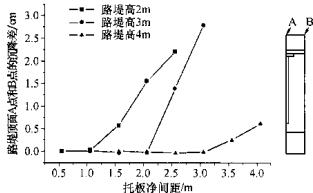


图7 桩托板净间距对路堤顶面不均匀沉降的影响

$$h \geq h_a + h_s \quad (1)$$

$$h_a = \lambda(s - b) \quad (2)$$

式中, h_a 为土拱等沉面高度; λ 为等沉面高度与桩托板净间距之比,可取 1.6 ; h_s 为路堤附加荷载等效高度,是综合考虑了路面行车荷载及道路等级对差异沉降影响及要求的一个参数。当道路等级较高时, h_s 可取较大值,否则取较小值。

根据式(1)和(2)就可以确定桩间距的大小为:

$$s \leq (h - h_s) / \lambda + b \quad (3)$$

对于实际工程而言,路堤填土设计高度 h 是事先确定的,桩托板宽度 b 的选择应使桩托板面积置换率在 $10\% \sim 30\%$ 之间^[3],即:

$$b = \sqrt{0.10 \sim 0.30} s = (0.30 \sim 0.54) s \quad (4)$$

桩托板面积置换率较小时,即使土拱效应发挥的程度很高,但因为托板面积较小,桩承担的路堤荷载比例也较低,桩起不到应有的作用。而当桩托板面积置换率较大时,再增大托板尺寸,土拱效应的提高变得不显著及不经济^[7],因此不应盲目增大桩托板尺寸。

根据式(3)和(4)就可以初步确定桩间距和桩托板尺寸。

3.3 荷载计算与荷载分担比值

桩土荷载分担情况可用桩体荷载分担比 n 来表示,即桩托板所承担的总荷重与单桩处理区域内路堤填土总荷重之比。

台缙高速公路东段工程路基宽度 26 m , 路线全长 60.6 km 。软基路段长约 23 km , 地表硬壳层下分布约 $5 \sim 15 \text{ m}$ 厚的海积淤泥、淤泥质亚粘土层,属高压压缩性土,填筑高度在 $4 \sim 9.7 \text{ m}$ 之间^[8]。软基路段实测 5 个断面的荷载分担比变化情况如图 8 所示。可以看出,在路堤填筑过程及地基土固结过程中,桩体荷载分担比一直在变化,路堤填筑过程中桩

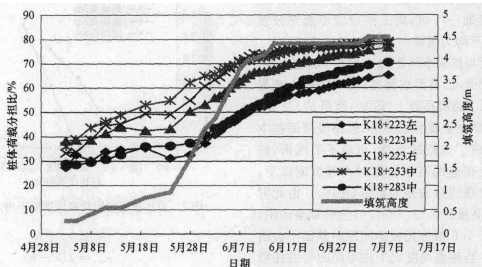


图8 桩体荷载分担比随时间变化关系

体荷载分担比迅速增大,而路堤填筑完毕后,它增加的幅度不大。这说明桩最终承担的路堤荷载与路堤刚填筑完毕时桩承担的路堤荷载相差不多,因此在工程设计时,为避免复杂的分析,可采用路堤刚填筑完毕时的桩体荷载分担比确定桩顶荷载,即桩托板上的设计荷载 P_p 可按下式计算:

$$P_p = n \cdot s^2 \cdot h \cdot \gamma \quad (5)$$

研究发现,在工程常用的桩间距与路堤高度比例范围内,路堤土拱范围(1/2 桩间距)采用大内摩擦角的填料,有助于提高桩体荷载分担比。当路堤填料的内摩擦角为 30° 时,托板宽度与桩间距之比 $\delta=1/4$ 时,桩体荷载分担比只有 40% 左右,当 $\delta=1/3$ 时,荷载分担比为 60% 左右,而当 $\delta=1/2$ 时,荷载分担比达 80%^[8]。

当桩间距与路堤高度之比在 $0.5 \leq s/H \leq 0.8$ 范围内时,桩体荷载分担比在 81%~61% 间变化;桩体荷载分担比随桩托板尺寸的增大而增大,当托板宽度与桩间距之比为 0.2 时,桩体荷载分担比为 45%,而当托板宽度与桩间距之比增加到 0.8 时,桩体荷载分担比增加为 72%,水平加筋体拉伸强度对桩体荷载分担比的影响很小;当桩土相对刚度从 5 增大到 80 时,桩体荷载分担比从 47% 增加到 91%,增幅较大,而当它从 80 增大到 320 时,桩体荷载分担比从 91% 增加到 96%,增幅很小,即当桩土相对刚度较小时,桩土相对刚度的增加对桩体荷载分担比的提高很明显,而当桩土相对刚度较大时,桩土相对刚度的增加对桩体荷载分担比的提高作用减弱^[4]。

桩体荷载分担比随着桩长的增加而增大;但当

桩长超过一定长度后,荷载分担比增加比较缓慢,此时荷载分担比在 65%~70% 之间^[9]。桩体荷载分担比随桩托板的增大或桩间距的减小而增大,桩托板面积置换率取在 14%~22% 比较经济合理,该尺寸下土的承载力发挥相对充分,此时荷载分担比在 60%~65% 之间,桩体荷载分担比随路堤高度的增大而增大,但当路堤超过一定高度后,荷载分担比增加比较缓慢,荷载分担比在 60%~70% 之间,桩体荷载分担比受土工格栅影响不大,一般在 65% 左右^[7]。

申苏浙皖高速公路地基穿越深厚的软土层,其软土厚度最深处达到 20 米,而且软土大部分为强度较低、压缩性较高的淤泥质粘土和淤泥质粉质粘土。其中采用桩承式路堤技术处理路段的实测荷载分担比见表 1 和表 2^[10,11]。可以看出,Y 形托板桩处理路段的荷载分担比在 65.7%~79.1% 之间,管桩托板桩处理路段的桩体荷载分担比在 58.9%~76.1% 之间。

表 1 Y 形托板桩处理路段桩体荷载分担比

测桩	桩间距/m	桩长/m	托板直径/m	桩体荷载分担比/%
Y1-1	2.2	19	1.4	75.0
Y1-2				66.7
Y2	2.7	19	1.4	68.6
Y3-1	2.2	13.5	1.4	76.1
Y3-2				79.1
Y4-1	2.7	13.5	1.4	65.7
Y4-2				71.0
Y5	2.7	13.5	1.4	77.1

表2 管桩托板桩处理路段桩体荷载分担比

测桩	桩间距/m	桩长/m	托板尺寸/m	桩体荷载 分担比/%
G1-1	2.0	14.3	0.9×0.9	76.1
G1-2				72.3
G2-1	2.5	14.3	1×1	63.4
G2-2				58.9

由此可见,在实际工程中,应尽量采用内摩擦角较大的路堤填料;在单桩承载力和变形满足要求的前提下,应首先考虑采用增大桩托板来提高桩体荷载分担比;减小桩间距来提高荷载分担比,应权衡经济与否;而桩长、路堤高度及水平加筋体只在一定范围内对桩体荷载分担比有影响;在工程常用的设计参数条件下,建议荷载分担比的取值在60%~80%之间,其中当桩托板宽度与桩间距之比较小时,建议取低值;而当桩托板宽度与桩间距之比较大时,建议取高值。

3.4 中性点的确定

按照《建筑桩基技术规范》(JGJ94-94),对于软弱地基,中性点深度为0.5~0.6倍的桩周沉降变形土层的下限深度。但是桩承式路堤不同于刚性承台下的群桩,也不同于复合地基,由于路堤中形成了土拱效应,所以中性点的确定要复杂得多。桩周土的固结和土拱效应的变化都会引起中性点位置的不断改变。

研究发现,打穿情况下,加载瞬时桩身轴力小于固结结束时桩身轴力,并且随着地基土体的固结,中性点下移;而未打穿情况下,中心点位置大致不变^[6]。文献[12]给出了解析方法和有限元计算得到的桩侧摩擦力沿深度的分布规律。可以发现,未打穿时,中性点都基本在0.4倍桩长处;而打穿时,解析方法得到的中性点在0.52倍桩长处,有限元计算的中性点则在0.41倍桩长处。而在申苏浙皖高速公路中,由Y形托板桩处理路段实际监测分析得到的中性点位置在0.35~0.5倍桩长之间^[10]。

所以在工程设计时,建议中性点深度取在0.35~0.5倍桩长范围之间,打穿时可取较大值。

3.5 负摩阻力计算

桩侧产生的负摩阻力会对桩体产生下拉力。作用在桩上的极限下拉力 Q_s^* 可按《建筑桩基技术规范》(JGJ94-94)建议的公式计算:

$$Q_s^* = \sum \xi_n (\gamma'_i z_i + \sigma_i) u_i \quad (6)$$

式中, ξ_n 是桩侧土负摩阻力系数; γ'_i 是第*i*层土层底以上桩周土按厚度计算的加权平均有效重度; z_i 是自地面起算的第*i*层土中点深度; σ_i 是桩间土上荷载; u_i 是桩身周长; l_i 是中性点以上桩各土层的厚度。

3.6 单桩竖向承载力计算

对于桩承式路堤,由于桩的抗压刚度远远大于桩间土抗压刚度,在路堤荷载作用下,桩间土沉降大于桩沉降,路堤中出现了土拱效应,大部分路堤荷载由桩承担,桩间土仅承担小部分路堤荷载。但是当桩承担的荷载大于其极限承载力时,桩的沉降就会急剧增大,桩承担的荷载就会转移到桩间土上,地基就可能发生失稳滑移。因此,对于桩承式路堤而言,要保证路堤的稳定性就要确保在路堤施工过程及后续地基固结过程中桩承担的荷载不超过其承载力。单桩承载力应通过单桩竖向静载荷试验确定。初步设计时,单桩竖向承载力设计值 R 可按下式计算(不计负摩阻力段):

$$R_{sk} = q_{pk} A_p + u_p \sum q_{sk} l_i \quad (7)$$

$$R = \eta R_{sk} \quad (8)$$

式中, R_{sk} 是单桩竖向极限承载力标准值; q_{pk} 和 q_{sk} 分别是桩端阻力和桩侧阻力标准值; A_p 是桩端面积; u_p 是桩身周边长度; l_i 是中性点以下桩长; η 是安全系数。由于托板桩受荷后,桩土差异沉降会减小,导致中性点上移,负摩阻力会有所减小。建议安全系数取 $\eta=1.2$ 。

由于在桩承式路堤体系中,桩间土始终参与承担上部荷载,充分发挥了桩间土的承载力,所以在设计时可以考虑,桩间土充分发挥承载力分担了部分路堤荷载,而其余的荷载都由路堤桩来承担。

单桩竖向承载力应满足下式:

$$P + Q_s^* \leq R \quad (9)$$

其中, P 为作用在桩上的荷载,根据桩土荷载分担比确定。

3.7 路堤及地基沉降分布规律

路堤顶面沉降由四部分组成,即路堤填料的压缩变形、桩本身的压缩变形、桩底端向下的刺入变形及桩端以下土层的压缩变形。在路堤施工过程中,路堤填料经反复碾压,施工完毕后其压缩变形量很小,可以忽略不计。桩承式路堤一般采用刚性桩,桩身的压缩变形很小也可以忽略不计。因此路堤顶面沉降主要由桩端的刺入变形和桩端以下土层的压缩

引起。

桩端以下土层的压缩变形除了与其中的附加应力有关外,还与该土层的厚度有关。未打穿情况下,当下卧软土层较薄时,下卧层沉降很小,路堤沉降主要是桩身范围内的沉降;当下卧层较厚时,路堤沉降主要是受下卧层的影响,并随着下卧层沉降的增大而增大;而当下卧层很厚时,桩身范围内沉降基本不变与下卧层沉降相比很小(图9)。所以当有深厚软弱下卧层时,路堤沉降决定于下卧层的沉降,沉降的大小则与下卧层厚度有关^[7]。因此在实际工程中可以通过改变桩长来控制下卧层厚度,从而减小下卧层的沉降。

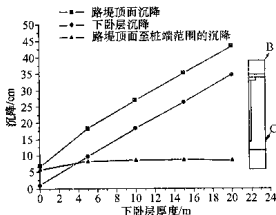


图9 未打穿软土时沉降与下卧层厚度的关系

3.8 下卧层沉降计算

(1) 单桩荷载下地基土中的应力

根据托板桩的实际受力和变形特征,在计算下卧层附加应力时将桩和土分开来考虑。上部路堤荷载由桩和桩间土共同承担,其中作用在桩托板上的荷载通过桩侧摩阻力与桩端阻力传递到土层中去(图10)。所以可以用 Geddies 对 Mindlin 方程积分得到的应力解^[35]来计算桩分担的荷载对下卧层任意一点所引起的竖向附加应力;用 Boussinesq 解来

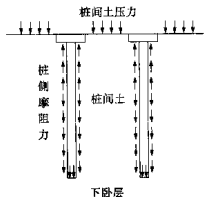
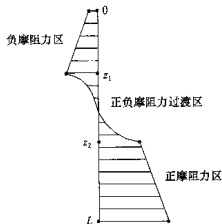


图10 地基受荷示意图

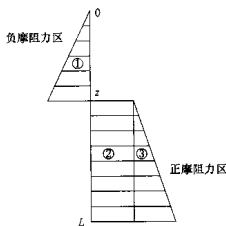
计算桩间土分担的荷载对下卧层任意一点所引起的竖向附加应力,最后将二者之和作为下卧层任意一点的总附加应力。

(2) 计算模型及假定

根据工程实测结果^[13]简化了桩侧正负摩阻力分布模型(图11)。假定桩侧正负摩阻力都达到极限值,用 β 法计算负摩阻力,中性点深度可由竖向受力平衡条件求得。由于托板桩主要用来处理深厚软弱地基,出于经济性考虑,一般不打层深厚软土层,常为摩擦桩,所以不考虑桩端阻力作用。并假定桩间土上的荷载均匀分布。



(a) 实测摩阻力分布图



(b) 简化摩阻力分布图

图11 桩侧摩阻力分布图

(3) 竖向附加应力计算

根据以上假定和 Geddies 方法原理,桩侧摩阻力对下卧层任一点引起的附加应力 σ_z 可以分为三部分进行计算:①桩侧负摩阻力 P_1 引起的附加应力 σ_1 ;②沿桩身均匀分布的正摩阻力 P_2 引起的附加应力 σ_2 ;③沿桩身线性增长的正摩阻力 P_3 引起的附加应力 σ_3 。

所以下卧层任意一点的竖向附加应力 σ_z 可按下列式求解:

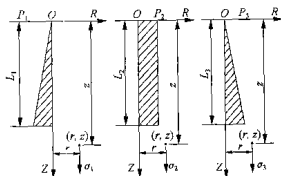


图 12 侧摩阻力计算附加应力示意图

$$\sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \frac{P_1}{L_1} I_1 + \frac{P_2}{L_2} I_2 + \frac{P_3}{L_3} I_3 \quad (10)$$

式中, L_1, L_2, L_3 分别为三个区段的桩长; I_1, I_2, I_3 为桩的应力影响系数。

(4) 叠加法计算群桩沉降

群桩中任一根托板桩在其处理范围内除了引起自身沉降外,还会影响其应力传布范围内的邻桩,使它们也产生一定的沉降,从而导致群桩沉降增大。在路堤荷载下,由于桩周土体中的塑性变形不明显,故可近似应用线弹性体理论和叠加原理进行沉降计算。把各根桩自身引起的附加应力及邻桩引起的附加应力进行叠加,最后按经典分层总和法求解下卧层沉降(图 13)。

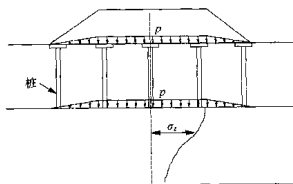


图 13 分层总和法算沉降示意图

4 结 论

桩承式路堤在软土地区新建以及拓宽高速公路中的应用逐渐增多,但是其设计分析方法一直滞后于工程应用。本文总结了作者在桩承式路堤方面的研究成果,提出了设计的一些思路,供大家参考:

(1) 为使路堤顶面不出现较大的不均匀沉降,要合理控制路堤高度和桩托板净间距的关系,建议设计时路堤高度应大于 1.6 倍的托板净间距;

(2) 路堤的土拱效应使得桩可以承受较高的荷载,工程实测和理论分析表明桩承担的荷载在 60%~80% 之间;

(3) 在桩承式路堤中,托板桩和桩间土始终共同承担上部路堤荷载,因此在工作时桩侧一直有负摩阻力存在,设计时要考虑负摩阻力;

(4) 下卧层沉降是路堤总沉降计算的关键。计算时将桩和土分开来考虑,分别利用 Mindlin 解和 Boussinesq 解来求解附加应力,最后用分层总和法计算沉降。在实际工程中,可以通过调整桩长来控制下卧层沉降。

参考文献

- [1] JONES C J F P, LAWSON C R, Ayres D J. Geotextile reinforced piled embankments [C]//Den Hoedt, Proc. 4th Int. Conf. on Geotextiles; Geomembranes and related products. Rotterdam: Balkema, 1990:155-160.
- [2] BRITISH Standard Institution. Code of Practice for Strengthened/Reinforced Soils and Other Fills British Standard BS8006[S]. London:[s. n.], 1995.
- [3] NORDIC HANDBOOK, Reinforced Soils and Fills, 2002(Draft).
- [4] TERZAGHI K. Theoretical Soil Mechanics. New York: John Wiley & Sons, 1943.
- [5] 陈云敏,贾宁,陈仁朋. 桩承式路堤土拱效应分析[J]. 中国公路学报, 2004, 17(4): 1-6.
- [6] 曹卫平,陈仁朋,陈云敏. 桩承式加筋路堤土拱效应试验研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 27(9): 1265-1271.
- [7] 陈仁朋,徐正中,陈云敏. 桩承式加筋路堤关键问题研究[J]. 中国公路学报, 2007, 2(6): 7-12.
- [8] 浙江大学岩土工程研究所. 台缙高速公路东段工程管桩试验段检测和监测总报告. 2005.
- [9] 陈仁朋,贾宁,陈云敏. 桩承式加筋路堤受力机理及沉降分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(23): 4358-4367.
- [10] 浙江大学岩土工程研究所. 高速公路 Y 形管桩处理桥头软基现场监测报告. 2006.
- [11] 浙江大学岩土工程研究所. 桩承式加筋路堤性状原型试验研究. 2006.
- [12] 陈仁朋,许峰,陈云敏,等. 软土地基刚性桩-路堤共同作用分析[J]. 中国公路学报, 2005, 18(3): 7-13.
- [13] GEDES J D. Stress in foundation soils due to vertical subsurface loading. Geotechnique, 1966, 16(6): 231-255.

真三轴状态下土体应变局部化分析*

钱建国, 黄茂松

(同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘 要 真三轴状态下土体的应变局部化特性取决于加载的应力路径, 表现为中主应力比 $b = (\sigma_2 - \sigma_1)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ 对峰值强度特性有显著的影响规律。由于传统塑性理论的共轴性、本构强度准则和本构的非客观性等主要的缺陷性, 导致基于传统弹塑性力学的应变局部化理论不能准确地分析真三轴状态的变形局部化失稳特性。为此, 本文讨论在传统三维共轴本构模型中引入非共轴塑性的必要性, 理论分析进一步表明, 本构模型现有的强度参数测量方法及常规的小变形理论假设也会导致理论预测与试验观察产生明显的偏差。

关键词 非共轴; 应变局部化; 真三轴试验; 有限变形

1 前言

引起土体失稳的应变局部化现象, 普遍存在于边坡、堤坝、地基和挡土墙等岩土工程领域。自 20 世纪 80 年代, 应变局部化现象的研究一直是岩土力学的焦点问题, 其中基本的问题应是应变局部化的产生条件。然而, 有关这一问题无论是理论分析还是试验研究大多数集中在平面应变条件下, 相应的机理也得到较为清楚的认识。与简单的平面应变问题相比, 真三轴状态下出现的应变局部化现象要复杂得多^[1, 2], 表现为受到中主应力的影响, 不同中主应力比状态下土体失稳的宏观特征有着显著的区别, 特别是在接近轴对称条件下, 不同学者的试验观察所得的结论也不一致。可见, 进一步把现有的应变局部化理论进一步推广到复杂应力状态下, 无疑对现有的真三轴应变局部化试验成果进行理论分析是十分必要的。

必须指出的, 应变局部化的真三维理论框架虽已建立, 但由于应变局部化的理论分析直接依赖于描述土体均匀变形的本构模型的合理性, 使得基于传统的三维本构模型对相关的试验结果进行理论预测存在较大程度的偏差。因此, 如何完善传统的本构理论是真三维应变局部化问题的理论研究关键。本文通过在经典的弹塑性本构理论中引入非共轴特性进行理论完善, 在此基础上进一步探讨三维本构模型强度指标的测量标准以及模型形式的客观性对真三轴应变局部化理论分析的影响。

2 应变局部化的判别准则

基于变形分叉理论, 有限变形条件下产生应变局部化的判别准则为^[3, 4]:

$$\det \left[n_i D_{ijkl}^e n_l - \frac{1}{2} (\sigma_{ik} + \sigma_{jk} n_i n_l - \sigma_{ij} n_k n_l) \right] = 0 \quad (1)$$

式中, D_{ijkl}^e 为弹性刚度矩阵, n_i 为剪切带的法向矢量。

真三维条件下, 传统的三维本构模型的屈服函数和塑性势函数可表达为:

$$F(I_1, J_2, J_3, H) = 0 \quad (2)$$

$$Q(I_1, J_2, J_3, H) = 0 \quad (3)$$

这里, H 为硬化函数, 三个应力不变量分别定义为 $I_1 = \sigma_{ii}$, $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$, $J_3 = s_{ij}s_{jk}s_{ki}/3$; σ_{ij} 和 s_{ij} 分别为应力张量和偏应力张量。

根据流动法则其共轴塑性应变率可表达为:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} (a_0 \delta_{ij} + a_1 s_{ij} + a_2 S_{ij}) \quad (4)$$

式中, $\dot{\lambda}$ 为非负值的塑性标量因子, 取决于屈服函数; 系数 a_0 、 a_1 和 a_2 取决于塑性势函数; δ_{ij} 为 Kronecker 张量; 其中

$$S_{ij} = s_{ik}s_{kj} - \frac{2}{3} J_2 \delta_{ij} - \frac{3}{2} \frac{J_3}{J_2} s_{ij} \quad (5)$$

可以证明, 式(4)定义的塑性应变率与应力张量在主方向是共轴的。其中经典弹塑性本构模型的刚

* 基金项目: 国家自然科学基金项目(10402029), 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学重点实验室资助课题(Z110401), 同济大学科技发展基金

度矩阵为:

$$D_{ijkl}^{np} = D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} D_{ijkl}^e}{H_p + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqmn}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}}} \quad (6)$$

将上式中的 D_{ijkl}^e 到式(1)便可基于传统的共轴弹塑性理论进行经典的应变局部化理论分析。

3 塑性变形的非共轴性

尽管传统的弹塑性共轴理论与常规的室内试验观察是一致的。例如,在双轴、三轴或真三轴室内单元试验中,应变增量方向始终与主应力方向一致。但在非常规的加载条件下,试验观察发现^[9-11],应力率与应力在主方向上并不共轴。由此可见,在现有的共轴本构模型中增加对非共轴塑性变形的描述是十分必要的。Rundnicki 等^[10]在早期的变形分叉分析时,引入带角点的屈服面来反映岩体塑性变形的非共轴特性。Pampachao 等^[11]和笔者^[12]采用 Rundnicki 等建议的非共轴流动理论分析了双轴试验成果。必须指出的是,Rundnicki 等早期定义的非共轴理论是基于 $p-q$ 共轴应力空间提出的,忽略了第三应力不变量对塑性变形的影响,不可用以对真三维共轴本构模型进行改进。为此,作者进一步提出了三维非共轴塑性理论^[13],这里作简要的回顾。

由式(4)可知,传统的共轴塑性应变率可定义在 $p\delta_{ij} - s_{ij} - s_{ij}$ ($p = \sigma_{kk}/3$) 三维共轴应力空间内。将三维共轴应力空间扩展为非共轴应力空间,可得到非共轴应变率:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^{np} &= \frac{1}{H_i} \dot{s}_{ij}^0 \\ &= \frac{1}{H_i} (\dot{s}_{ij} - \frac{\dot{s}_{kl} s_{kl}}{s_{nn} s_{nn}} s_{ij} - \frac{\dot{s}_{kl} s_{kl}}{s_{nn} s_{nn}} s_{ij}) \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\dot{s}_{ij}^0$ 为非共轴应力率,上标 A 表示 Jaumann 应力率, H_i (>0) 表示屈服面切线方向的塑性硬模量。

式(7)定义的非共轴部分 $\dot{s}_{ij}^0$ 是当前应力率 $\dot{s}_{ij}$ 的一个分量。注意到 $\dot{s}_{ij}$ 另外三个分量方向分别与 $p\delta_{ij} - s_{ij} - s_{ij}$ 方向一致,即传统的三个共轴方向。这样 $p\delta_{ij} - s_{ij} - s_{ij} - \dot{s}_{ij}^0$ 就构成了四维非共轴应力空间。不考虑各向同性的应力张量 $p\delta_{ij}$, 则 $s_{ij} - s_{ij} - \dot{s}_{ij}^0$ 就构成非共轴三维偏应力空间。可见,完整的塑性变形率由式(4)定义的共轴塑性变形和式(7)定义的非共轴塑性变形两部分组成,即

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^p &= \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{np} \\ &= \dot{\lambda} (a_0 \delta_{ij} + a_1 s_{ij} + a_2 S_{ij}) + \frac{1}{H_i} \dot{s}_{ij}^0 \end{aligned} \quad (8)$$

结合线弹性理论,非共轴弹塑性理论的刚度模量张量的最终表达式为:

$$\begin{aligned} D_{ijkl}^{cp} &= D_{ijkl}^e - D_{ijmn}^e \left\{ \frac{\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}}{H_p + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqmn}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{H_i}{H_i + 2G} C_{mnkl}^{np} \right\} D_{ijkl}^e \end{aligned} \quad (9)$$

式中,

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^{np} &= \frac{1}{H_i} \left(\frac{\frac{\partial \delta_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial \delta_{kl}}{\partial \sigma_{ij}}}{2} - \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial \sigma_{mn} \delta_{mn}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{s_{ij} s_{kl}}{s_{nn} s_{nn}} - \frac{s_{ij} s_{kl}}{s_{nn} s_{nn}} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

将式(9)定义的 D_{ijkl}^{cp} 代入到式(1)便可进行应变局部化产生的非共轴理论预测。

作者早期的理论研究表明^[14],对于平面应变问题,采用三维非共轴应变局部化理论能更为完美地模拟试验结果。本文将进一步探讨真三轴状态下应变局部化的非共轴影响特性。经典的三维共轴本构模型采用 Pietruszczak 等^[15]建议的简单形式:

$$F = q - \eta \frac{\epsilon^{np}}{A + \epsilon^{np}} \cdot g(\theta_s) \cdot p = 0 \quad (11a)$$

$$Q = q + \eta_c \cdot p \cdot g(\theta_s) \cdot \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) = 0 \quad (11b)$$

这里, $\eta = 6 \sin \varphi_t / (3 - \sin \varphi_t)$, φ_t 为三轴压缩状态测得的峰值内摩擦角, $\epsilon^{np} = \int \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^{np} \dot{\epsilon}_{ij}^{np} \right)^{\frac{1}{2}} dt$ 表示共轴塑性剪应变, A 为材料参数, η_c 表示相态转化应力比(塑性体应变率为零时 q/p); 其中 Pietruszczak 等建议 π 面上屈服面形态函数为:

$$\begin{aligned} g(\theta_s) &= \\ &= \frac{(1-k^2)a + (2k-1)[(2+b)(1-k^2) + 5k^2 - 4k]^{\frac{1}{2}}}{(2+b)(1-k^2) + (1-2k^2)} \end{aligned} \quad (12)$$

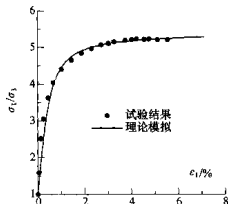
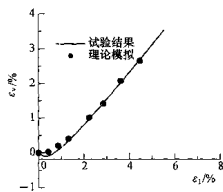
这里 $a = 2 \cos(\theta_s + \pi/3)$, $b = 2 \cos(2\theta_s + \pi/3)$, θ_s 为 Lode 角, $k = \eta_1 / \eta_2$, $\eta_1 = 6 \sin \varphi_t' / (3 + \sin \varphi_t')$, φ_t' 为三轴拉伸状态测得的峰值内摩擦角。

模拟对象为 Wang 等^[1]针对 Santa Monica Beach 密砂开展的应变局部化真三轴固结排水试验,初始围压 49 kPa。共轴模型参数列于表 1。

表1 三维共轴本构模型参数

弹性参数	塑性参数
	$\varphi_1 = 43^\circ$
$G_0 = 120$	$\varphi'_1 = 48.5^\circ$
$\nu = 0.25$	$\eta_0 = 1.1$
	$A = 0.0009$

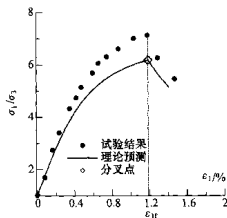
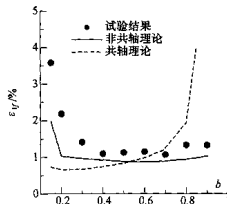
模型参数 φ_1 、 φ'_1 分别取值于 $b=0$ 和 $b=1$ 的试验峰值内摩擦角, η_0 和 A 通过模拟 $b=0$ 的应力应变曲线得到 (图 1 和图 2); 非共轴塑性硬化模量 $H_t = 255 \text{ kPa}$ 通过模拟 $b=1$ 峰值状态的大主应变 ε_{1t} 得到 (图 3); 弹性参数取值根据 Richart 等经验公式^[16], 其中剪切模量 $G = G_0 (2.7 - e_0)^2 (p_0/p_a)^{1/2} / (1 + e_0)$, e_0 和 p_0 为固结状态的孔隙比与围压, p_a 为标准大气压。

图1 大主应变-应力比 ($b=0$)图2 大主应变-体应变 ($b=0$)

理论分析表明, 相比较传统的共轴塑性理论, 非共轴塑性理论的预测效果得到明显改善。

图 4 表明, 在预测峰值状态的大主应变值时, 基于共轴本构模型的理论预测规律与试验规律相反, 而非共轴理论预测的大体规律与试验观察一致。

图 5 进一步对比了峰值应力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_t$ 的理论预测与试验结果。显然, 只有在主应力比较大时

图3 峰值状态的大主应变 ($b=1$)

4 破坏时大主应变的理论预测与试验结果

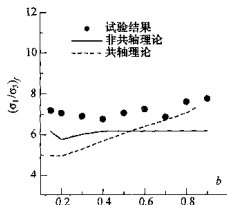


图5 峰值应力比的理论预测与试验结果

共轴理论有较为精确的预测, 随着 b 值逐渐减小, 偏离试验结果越来越大, 而非共轴理论预测与试验结果的整体规律相一致。

观察图 4 和图 5, 还值得注意的一点是, 共轴理论分析表明, 在真三维状态下, 临近三轴压缩状态 (b 值较小) 和三轴拉伸状态 (b 值较大) 时, 都没有应变局部化现象的产生。而非共轴理论预测则表明, 只有在接近三轴压缩状态土体才可能维持理想的均匀变形状态而不产生应变局部化现象。纵观大量的试验研究^[1, 17, 18], 显然非共轴理论预测规律与现有试验观察到的现象相吻合。

4 模型强度参数的量测

真三维条件下,中主应力对土体强度特性的影响决定了 π 面上的屈服强度准则。必须指出的是,对于硬化型弹塑性本构模型,理论上的峰值状态应该对应着应力比 p/q 趋于 $g(\theta_c)/\eta_i$ 而剪应变趋近无穷大的理想临界状态,见屈服函数式(11a)。通常,对于松砂或正常固结粘土表现的峰值状态与理想临界状态基本一致,而对于中密砂或超固结粘土,大量的试验研究表明,只有在三轴压缩状态或临近三轴压缩状态(即中主应力比较小),土体的性状才有可能接近这一理想临界状态。在中主应力比较大时,硬化型本构模型采用的峰值强度通常只是一种虚拟的峰值强度(理论上维持均匀变形条件下应变硬化最终逼近的临界状态),这是因为土体在应变硬化的中间阶段早已出现了应变局部化的变形分叉,从而原有的均匀变形模式将演化为不均匀变形模式,通常随后的应力应变特性将表现为显著的软化特性。显然,这种由于应变局部化的产生表现在软化型应力应变曲线上的应力峰值是不能定义为硬化型本构模型的临界强度。例如如图3所示,密砂在三轴拉伸状态,应变硬化模型采用试验量测的峰值强度预测的应力应变曲线明显偏离试验观察曲线。

真三维条件下,通常描述土体强度随着中主应力的变化特性表现在 π 面上,理论模型采用特定的Lode角函数 $g(\theta_c)$ 加以定义。经典的本构模型考虑强度准则时,通常有两种途径。第一种是假设基于三轴压缩试验结果,定义 $g(\theta_c)$ 具有如下性质^[42]:

$$g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 \quad (13a)$$

$$g\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3 - \sin \varphi_i}{3 + \sin \varphi_i} \quad (13b)$$

式(13)意味着三轴拉伸与三轴压缩具有相同的强度指标(峰值内摩擦角)。针对本文的分析实例,相当于设定三轴拉伸临界峰值内摩擦角 $\varphi_i' = 43^\circ$ ($k = 0.63$),显然,这与试验结果并不吻合($\varphi_i' = 48.5^\circ > \varphi_i = 43^\circ$),大大低估了三轴拉伸的强度指标(见图6)。为此,经典的本构模型考虑强度准则时采用的另一种方法是同时考虑三轴压缩和三轴拉伸的试验强度指标,即采用上文式(12)定义 π 面上的强度准则,相当于式(13b)定义 $g(-\pi/6) = k = \eta_i/\eta_c$ (针对本文分析实例, $\varphi_i' = 48.5^\circ$, $k = 0.682$)。然而,依据上述两种强度指标的确定原则,理论预测的峰值应力比都不同程度上低于试验结果。实际上,真正维持均匀变形状态的临界峰值强度是要明显大于室内试验常见的分叉强度,这一点已经为

Yamamoto等^[19]试验所证实。可见,无论是采用试验所得三轴压缩还是三轴拉伸的强度指标,都低估了均匀变形的临界强度指标,同时还将导致了破坏前的应力应变曲线不同程度偏离了试验曲线。为此,本文将通过模拟三轴拉伸变形分叉前的均匀应力应变曲线来确定硬化型本构模型的峰值强度指标。针对本文分析实例,通过数值模拟得到均匀变形的临界峰值强度约为 $\varphi_i' = 52^\circ$,对应着 $k = 0.71$ 。考虑 $b = 1$ 时上述三种不同强度指标,这里分别对真三轴试验的分叉特性进行理论分析(其他模型参数确定方法同上文)。

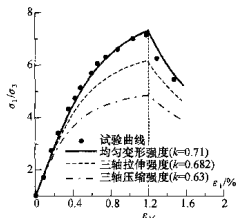


图6 不同强度准则预测的应力应变曲线 ($b = 1$)

图7给出了理论上基于三种强度指标分别预测的峰值大主应变。其中,若考虑强度各向同性,理论预测效果最差,随着中主应力比减小,理论预测规律与试验观察相违。直接采用试验强度指标,考虑三轴拉伸与三轴压缩强度不同,理论预测大体上反映了试验的客观规律,但伴随着中主应力比减小,理论预测误差逐渐增大。而采用数值模拟得到的均匀变形强度指标,在定性规律和定量分析上理论预测与试验规律都基本一致。

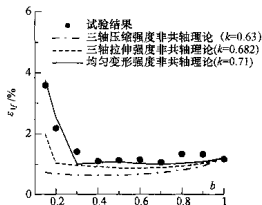


图7 不同强度准则预测的峰值大主应变

基于上述三种强度参数的量测原则,图8给出了理论预测的应力峰值强度。毫无疑问,采用均匀

变形的临界强度指标是硬化本构模型确定强度准则最合理的方法。值得注意的是,若采用三轴压缩状态强度(峰值内摩擦角)等同三轴拉伸状态的临界强度,则应变局部化理论预测到的峰值强度与 b 值无关,这与经典的 Mohr-Coulomb 强度准则一致。

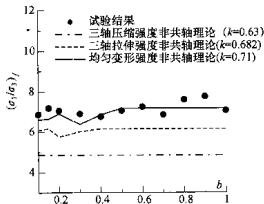


图8 不同强度准则预测的峰值应力比

5 本构模型的客观性

本构模型的客观性是本构形式的重要特性之一。由于 Cauchy 应力率 $\dot{\sigma}_y$ 不是客观应力率,因此弹塑性增量型本构需要采用客观的 Jaumann 应力率 $\tilde{\sigma}_y$ 形式^[20],弹塑性本构增量写成:

$$\dot{\sigma}_y = D_{yik} \dot{\epsilon}_{ik} \quad (14)$$

注意到 $\dot{\sigma}_y$ 与 $\tilde{\sigma}_y$ 有如下关系:

$$\tilde{\sigma}_y = \dot{\sigma}_y - \sigma_{ik} \omega_{ij} - \sigma_{jk} \omega_{ik} \quad (15)$$

式中, $\omega_{ij} = (v_{i,j} - v_{j,i})/2$ 表示变形率的旋率张量。

于是,得到有限变形条件下的应变局部化的判别准则式(1)。而在小变形条件下,本构模型中通常采用非客观 Cauchy 应力率 $\dot{\sigma}_y$,即:

$$\dot{\sigma}_y = D_{yik} \dot{\epsilon}_{ik} \quad (16)$$

这样,应变局部化的判别准则式(1)可简化为:

$$\det(n_i D_{yik} n_i) = 0 \quad (17)$$

若考虑采用均匀变形强度指标进行应变局部化的非共轴理论分析,由图9和图10看出,相比较有限变形理论,基于小变形理论假设的非客观本构模型,理论分析与试验结果有较大的偏差,特别是在 b 值较小时理论预测偏差相当明显。可见,应变局部化的理论预测效果依赖于本构模型的客观性。

然而,值得注意的一点是,若基于传统的共轴本构模型,小变形和有限变形理论假设在理论预测上基本一致,都与试验观察偏离甚远(见图11)。可见,一个合理的非共轴弹塑性本构模型是应变局部

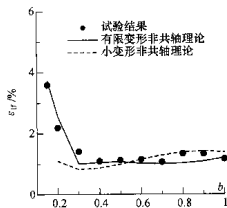


图9 有限变形与小变形非共轴理论预测的峰值大主应变

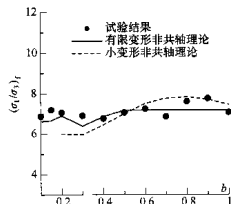


图10 有限变形与小变形非共轴理论预测的峰值大应力比

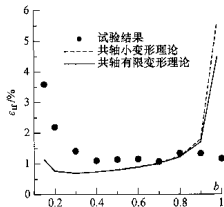


图11 有限变形与小变形共轴理论预测的峰值大主应变

化数值分析的理论基础。

6 结语

土体应变局部化特性的理论预测效果,强烈依赖于描述均匀变形状态的硬化本构模型的合理性。建立一个非共轴客观的三维本构模型是正确预测真三轴应变局部化的理论基础,同时合理地量测硬化本构模型的强度指标对也是改进理论预测的重要因素之一。通过对完整系列的真三轴试验结果进行理

论预测并试验结果进行对比分析,还发现:

(1) 真三轴状态下,在中主应力比接近于零的应力状态($b \approx 0.0 \sim 0.1$),土体将沿着均匀变形模式一直表现为应变硬化特性。伴随着中主应力比的增加,土体将产生应变局部化,此时,土体的峰值强度是取决于变形分叉状态。

(2) 确定三维硬化本构模型的破坏强度准则时,可采用三轴压缩试验的峰值强度确定 $b = 0.0$ 状态的破坏强度指标,但是三轴拉伸试验测得的峰值强度不能作为直接量测 $b = 1.0$ 状态的破坏强度指标。三轴拉伸状态下,土体峰值强度取决于应变局部化的产生状态,一般要小于维持均匀变形这一理想状态下的破坏强度。另一方面,若将 $b = 1$ 状态的峰值内摩擦角取值为 $b = 0$ 状态的量测值,则应变局部化理论预测到的峰值强度与 b 值无关,表现为与经典的 Mohr-Coulomb 强度准则相一致。

(3) 采用传统的共轴本构模型,基于小变形与有限变形的两种理论假设,应变局部化的理论分析结果基本一致,且都不能正确地预测试验结果。

参考文献

- [1] WANG Q, LADE P V. Shear banding in true triaxial tests and its effect on failure in sand[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2001, 127(8): 754-761.
- [2] Lade P V, Wang Q. Analysis of shear banding in true triaxial tests on sand[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2001, 127(8): 762-768.
- [3] RICE J R, Rudnicki J W. The localization of plastic deformation [C]//KOITER W T. Proc. 14th int. Congress on theoretical and applied mechanics. Delft, [s. n.], 1976, 11: 371-394.
- [4] 钱建固,黄茂松. 土体应变局部化的理论解析[J]. 岩土工程学报, 2005, 26(3): 432-437.
- [5] Arthur J R F, Chua K S, DUNSTAN T. Induced anisotropy in a sand[J]. Geotechnique, 1977, 27(1): 613-82.
- [6] ISHIHARA K, TOWHATA I. Sand response to cyclic rotation of principal stress directions as induced by wave loads[J]. Soils and Foundations, 1983, 23(4): 11-26.
- [7] MATSUOKA H, SAKAKIBARA K. A Constitutive model for sands and clays evaluating principal Stress rotation[J]. Soils and Foundations, 1987, 27(4): 73-88.
- [8] Pradel D, Ishihara K M. Yielding and flow of sand under principal axes rotation [J]. Soils and foundations, 1990, 30(1): 87-89.
- [9] Gutierrez M, Ishihara K, Towhata I. Flow theory for sand during rotation of principal stress direction[J]. Soils and Foundations, 1991, 31(4): 121-132.
- [10] Rudnicki J W, Rice J R. Conditions for the localization of the deformation in pressure sensitive dilatant materials [J]. J Mech Phys Solids, 1975, 23: 371-394.
- [11] Papamichos E, Vardoulakis I. Shear band formation in sand according to non-coaxial plasticity mode [J]. Geotechnique, 1995, 45(4): 649-661.
- [12] 钱建固,黄茂松. 土体变形分叉的非共轴理论[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 777-781.
- [13] 钱建固,黄茂松. 复杂应力状态下岩石土体的非共轴塑性流动理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1259-1264.
- [14] 钱建固,黄茂松,杨峻. 真三维应力状态下土体应变局部化的非共轴理论[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(4): 510-515.
- [15] PIETRUSZCZAK S, Stolle D F E. Modeling of sand behavior under earthquake excitation[J]. Int J Numer Anal Methods Geomech, 1987, 11: 221-240.
- [16] Richart F E J, Hall J R, Wood R D. Vibrations of soils and foundations. International series in theoretical and applied mechanics, Englewood cliffs, NJ: Prentice-hall, 1970.
- [17] CHU J, LO S C R, LEE I K. Strain softening and shear band formation of sand in multi-axial testing (discussion) [J]. Geotechnique, 1997, 47(5): 1073-1077.
- [18] YAMAMURA J A, SHAPIRO S. Failure and shear band in three dimensional experiments on loose sands [C]//15th ASCE Engineering Mechanics Conference. New York: ASCE, 2002.
- [19] YAMAMURA J A, LADE P V. Strain localization in extension tests on granular materials[J]. Journal of Engineering mechanics, ASCE, 1995, 121(7): 828-836.
- [20] RICE J R, RUDNICKI J W. A note on some features of the theory of localization of deformation [J]. International journal of solids and structures, 1980, 16: 597-605.